

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования**

**РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ**  
*Факультет физико-математических и естественных наук*

**ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ**

**для обучающихся по программам  
подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре  
Направление подготовки  
01.06.01 Математика и механика**

**Профиль:**

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное  
управление

(высшее образование – подготовка кадров высшей квалификации)

**Квалификация (степень) выпускника:**

Исследователь. Преподаватель-исследователь

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- 1.1. Порядок проведения итоговой государственной аттестации обучающихся определяет ответственность и порядок действий по подготовке и проведению государственных итоговых испытаний в РУДН, а также перечень, очередность, сроки прохождения документов, необходимых для осуществления государственной итоговой аттестации.
- 1.2. Государственная итоговая аттестация по направлению подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре 01.06.01 «Математика и механика» по профилю «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» включает государственный экзамен, соответствующий программе кандидатского минимума по специальности «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», и защиту научного доклада об основных результатах научно-квалификационной работы (диссертации).
- 1.3. Результаты любого из видов аттестационных испытаний, включенных в государственную итоговую аттестацию, определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».
- 1.4. Государственная итоговая аттестация проводится согласно «Положению о проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре, утвержденному Приказом Ректора от 20.01.2017 г. № 41.
- 1.5. Подготовка и оформление научно-квалификационной работы (диссертации) осуществляется в соответствии с «Регламентом подготовки и оформления научно-квалификационной работы (диссертации) по программам подготовки кадров высшей квалификации в Российском университете дружбы народов», утвержденным Приказом ректора от 20.01.017 № 40, и ГОСТ Р 7.0.11-2011 «Диссертация и автореферат диссертации. Структура и правила оформления».

## 2. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1. Целью государственной итоговой аттестации является определение соответствия результатов освоения обучающимися основных образовательных программ требованиям ОС ВО РУДН для программ аспирантуры по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика» по профилю «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (квалификация: Исследователь. Преподаватель – исследователь). Государственная итоговая аттестация включает государственный экзамен, установленный Ученым советом университета, и презентацию научного доклада по теме диссертационного исследования.

2.1. Задачей государственной итоговой аттестации являются проверка уровня сформированности компетенций, определенных ОС ВО РУДН и ООП направлению подготовки «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»:

– *универсальные компетенции:*

- способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);
- способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного

- научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки (УК-2);
- готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач (УК-3);
  - готовностью использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках, в том числе готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности, владение иноязычной коммуникативной компетенцией в официально-деловой, учебно-профессиональной, научной, социокультурной, повседневно-бытовой сферах иноязычного общения (УК-4);
  - способность следовать этическим нормам в профессиональной деятельности (УК-5);
  - *общефессиональные компетенции:*
    - владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1);
    - владение культурой научного исследования, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных технологий (ОПК-2);
  - *профессиональные компетенции:*
    - владение знаниями в основных разделах теории дифференциальных уравнений с частными производными, включающими теорию пространств Соболева, преобразование Фурье, разрешимость и гладкость решений краевых задач для эллиптических уравнений, разрешимость начальных и смешанных задач для параболических и гиперболических уравнений, метод разделения переменных, проекционные методы, метод полугрупп, а также первоначальные представления о методах исследования нелинейных уравнений (ПК-1);
    - владение знаниями в области нелинейного анализа, теории экстремальных задач и оптимального управления, а также методами качественного исследования обыкновенных дифференциальных уравнений, включая вопросы разрешимости начальной задачи, продолжения решений, устойчивости и асимптотического поведения решений, понятия, связанные с фазовым пространством и исследование периодических решений (ПК-2);
    - умение сформулировать задачу исследования и пути ее осуществления, обобщить полученные результаты и сделать соответствующие выводы, должен понимать практические аспекты получаемых теоретических результатов (ПК-3).

### **3. Программа государственного экзамена**

- 3.1. Государственный экзамен проводится в устной форме с использованием экзаменационных билетов.
- 3.2. В рамках проведения государственного экзамена проверяется степень освоения обучающимися следующих компетенций:
  - *универсальные компетенции:*
    - способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении

- исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);
- способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки (УК-2);
  - готовностью использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках, в том числе готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности, владение иноязычной коммуникативной компетенцией в официально-деловой, учебно-профессиональной, научной, социокультурной, повседневно-бытовой сферах иноязычного общения (УК-4);
  - способность следовать этическим нормам в профессиональной деятельности (УК-5);
  - *общефессиональные компетенции:*
    - владение культурой научного исследования, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных технологий (ОПК-2);
  - *профессиональные компетенции:*
    - владение знаниями в основных разделах теории дифференциальных уравнений с частными производными, включающими теорию пространств Соболева, преобразование Фурье, разрешимость и гладкость решений краевых задач для эллиптических уравнений, разрешимость начальных и смешанных задач для параболических и гиперболических уравнений, метод разделения переменных, проекционные методы, метод полугрупп, а также первоначальные представления о методах исследования нелинейных уравнений (ПК-1);
    - владение знаниями в области нелинейного анализа, теории экстремальных задач и оптимального управления, а также методами качественного исследования обыкновенных дифференциальных уравнений, включая вопросы разрешимости начальной задачи, продолжения решений, устойчивости и асимптотического поведения решений, понятия, связанные с фазовым пространством и исследование периодических решений (ПК-2);
    - умение сформулировать задачу исследования и пути ее осуществления, обобщить полученные результаты и сделать соответствующие выводы, должен понимать практические аспекты получаемых теоретических результатов (ПК-3).

### 3.3. Объем государственного экзамена.

Общее количество экзаменационных билетов определяется числом обучающихся, допущенных к прохождению государственной итоговой аттестации по соответствующему направлению подготовки. Количество вопросов в экзаменационном билете: 3.

По решению экзаменационной комиссии обучающемуся могут быть заданы дополнительные вопросы, относящиеся к основным разделам программы государственного экзамена и включенные в список вопросов для подготовки к государственному экзамену.

### 3.4. Содержание государственного экзамена

Экзаменационный билет должен содержать:

- 3 вопроса из основной части программы кандидатского минимума по специальности «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»;

Содержание *основной части* программы кандидатского минимума по специальности «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»:

#### 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений ([5], §3, §20, §21; [9], гл. II, §1-§5).
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения ([5], §22, §24, §25, [9], гл. II, §6, §7).
3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.) ([5], §17, §18; [9], гл.3).
4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы. ([5], §15, §16, [9], гл. 4, §1, §9).
5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению ([5], §26; [9], §6-§8).
6. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстрого действия для линейных систем ([6], гл. I, §1- §4, примеры 1,2; гл. V, §29, §30).
7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи ([14], гл. 4, §1- §3).
8. Задача Штурма - Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций ([1], гл. V, §5.2).
9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант ([8], гл. V, §41, §42 ).
10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори ([10], §1).
11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона –Якоби ([9], гл. V, §2, §3).

#### 2. Уравнения с частными производными

12. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши - Ковалевской ([13], §2).
13. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики. ([1], гл. 1, §13; [7], гл. I, §1).
14. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.) ([3], гл. 1, §2; [11], гл. I, §1; [7], гл. 2, 2.1, 2.7, 2.8).
15. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.) ([3], гл. IV, §3; [13], гл. 3, §28; [4], гл. I, 1.1, 1.5).
16. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная

- скорость распространения, функция источника и др.) ([4], гл. 3, 3.1, 3.3; [13], гл. IV, §38, §39, §40).
17. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье ([1], гл. II, §2.1, § 2.3, §2.5).
  18. Пространства Соболева  $W_2^m$ . Теоремы вложения, следы функций из  $W_2^m$  на границе области. ([3], §5 - §8; [3], гл. III, §4-§6).
  19. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения ([3], гл. IV, §1; [3], гл. II, §2-§4).
  20. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства) ([15], гл. I, §1-§3).
  21. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства ([2], гл. 1, §1; [12], гл. 9, 9.1-9.3).
  22. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства ([5], гл. II, §2).
  23. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства ([5], гл. II, §1; [12], гл. 8, 8.1-8.5).

#### **4. Методические рекомендации к подготовке и сдаче итогового государственного экзамена**

##### **3.2.Рекомендуемая литература**

###### **а) Основная литература**

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.:Физматлит, 2000 г.
2. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.:Мир, 1972 г.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.:Наука, 1983 г.
4. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.:Наука, 1995 г.
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1998г. (и другие издания).
6. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкредидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.:Наука, 1963 г. (и другие издания).
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: ГИТТЛ, 1953 г. (и другие издания).
8. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. Издательство иностранной литературы, М.; 1962 г.
9. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1980 г.
10. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. литературы, 1985 г.

###### **б) Дополнительная литература**

11. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1971 г.
12. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 1996 г.
13. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961 г.

14. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985 г.
15. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 1978 г.

**в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

- Электронная библиотека РГБ <http://www.rsl.ru/>
- Сайт библиотеки РУДН <http://lib.rudn.ru/>
- Science Direct <http://www.sciencedirect.com> Описание: Ресурс содержит коллекцию научной, технической полнотекстовой и библиографической информации. База данных мультидисциплинарного характера включает научные журналы по точным и техническим наукам.
- EBSCO Academic Search Premier (база данных комплексной тематики, содержит информацию по гуманитарным и естественным областям знания).
- Oxford University Press <http://www3.oup.co.uk/jnls>. Журналы по точным и техническим наукам Oxford University Press представлены в коллекции HSS
- Sage Publications База публикаций Sage включает в себя журналы по разным отраслям знаний: Sage\_STM – более 100 журналов в области естественных наук, техники.
- Springer/Kluwer <http://www.springerlink.com>. Журналы и книги издательства Springer/Kluwer охватывают различные области знания и разбиты на предметные категории.
- Tailor & Francis <http://www.informaworld.com>. Коллекция журналов насчитывает более 1000 именованных по всем областям знаний.
- American Mathematical Society <http://www.ams.org/> Ресурс американского математического общества.
- European Mathematical Society <http://www.euro-math-soc.eu/> Ресурс европейского математического общества.
- Portal to Mathematics Publications <http://www.emis.de/projects/EULER/>
- Каталог математических интернет ресурсов <http://www.mathtree.ru/>
- Zentralblatt MATH (zbMATH) <https://zbmath.org>
- Общероссийский математический портал [mathnet.ru](http://mathnet.ru)
- Web of Science
- Ресурсы Института научной информации по общественным наукам Российской академии наук (ИНИОН РАН) <http://elibrary.ru>.
- Университетская информационная система РОССИЯ. <http://www.cir.ru/index.jsp>.
- Госты система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу <http://www.ifap.ru/library/gost/sibid.htm>.
- Электронная библиотека РУДН <http://www.rsl.ru/>

**г) периодические издания**

- Алгебра и анализ
- Дискретная математика
- Журнал вычислительной математики и математической физики
- Известия Российской академии наук. Серия математическая
- Математические заметки
- Математический сборник
- Математическое моделирование
- Теоретическая и математическая физика
- Теория вероятностей и ее применения
- Успехи математических наук
- Функциональный анализ и его приложения

- Информатика и её применения
- Проблемы передачи информации
- Системы и средства информатики
- Труды Математического института им. В. А. Стеклова
- Математические вопросы криптографии
- Современные проблемы математики
- Вычислительные методы и программирование
- Труды семинара имени И. Г. Петровского
- Учёные записки Московского государственного университета
- Фундаментальная и прикладная математика

## 5. Оценочные средства

Оценочные средства представлены в виде фонда оценочных средств в приложении к данной программе.

## 6. Требования к научному докладу об основных результатах научно-квалификационной работы

- 6.1. К защите научного доклада об основных результатах научно-квалификационной работы перед ГАК допускается лицо, успешно завершившее в полном объеме освоение основной образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и успешно прошедшее все другие виды итоговых аттестационных испытаний.
- 6.2. Защита научного доклада об основных результатах научно-квалификационной работы перед ГАК проводится в виде устного представления научного доклада об основных результатах НКР с последующими устными ответами на замечания рецензента и на вопросы членов Государственной аттестационной комиссии в соответствии с Положением о проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре, утвержденному Приказом Ректора от 20.01.2017 г. № 41.
- 6.3. В рамках проведения защиты научного доклада об основных результатах НКР проверяется степень освоения обучающимися следующих компетенций:
- *универсальные компетенции:*
    - готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач (УК-3);
  - *общепрофессиональные компетенции:*
    - владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1);
- 6.4. Перечень примерных тем научно-квалификационных работ

В соответствии с п. 32. «Положения о проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре», утвержденному Приказом Ректора от 20.01.2017 г. № 41, примерный перечень тем НКР определяется выпускающей кафедрой / учебным департаментом и утверждается деканом факультета / директором института / директором академии. До сведения обучающегося примерный перечень НКР доводится в течение 3 месяцев с момента его зачисления в аспирантуру.



Примерный перечень тем НКР обучающихся 2020 года поступления, выходящих на защиту НКР в 2024-2025 уч. г.:

Математическое моделирование органов и новообразований для хирургической навигации

К Спектральной теории  $J$ -самосопряженных операторов Шредингера и Дирака с точечными взаимодействиями

Устойчивое решение одной обратной задачи для метагармонического уравнения в приложении к задачам тепловизионной диагностики

Устойчивое решение задачи продолжение поля ньютоновского потенциала в неперiodической модели

Окончательное название НКР может быть утверждено по представлению выпускающей кафедры / учебного департамента на Ученом совете факультета / института/ академии не позднее чем за 2 месяца до представления научного доклада об основных результатах НКР перед ГАК.

6.5. Этапы выполнения научно-квалификационной работы (НКР), условия допуска обучающегося к процедуре защиты научного доклада об основных результатах НКР, требования к структуре, объему, содержанию и оформлению НКР и научного доклада об основных результатах НКР определяются «Положением о проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре», утвержденным Приказом Ректора от 20.01.2017 г. № 41, «Регламентом подготовки и оформления научно-квалификационной работы (диссертации) по программам подготовки кадров высшей квалификации в Российском университете дружбы народов», утвержденным Приказом ректора от 20.01.017 № 40, а также ГОСТ Р 7.0.11-2011 «Диссертация и автореферат диссертации. Структура и правила оформления».

6.6. Оценочные средства.

Защита научного доклада об основных результатах научно-квалификационной работы (НКР) проводится на открытом заседании государственной аттестационной комиссии с участием не менее двух третей ее состава.

Представление и обсуждение научного доклада об основных результатах НКР в качестве государственного аттестационного испытания носит характер научной дискуссии и проводится в соответствии со следующим регламентом:

- выступление обучающегося с научным докладом об основных результатах НКР (до 15 минут);
- ответы обучающегося на замечания рецензента и на вопросы по научному докладу;
- вынесение и объявление решения государственной аттестационной комиссии о результатах государственного аттестационного испытания в форме научного доклада об основных результатах НКР.

Результаты защиты научного доклада об основных результатах НКР определяются оценками "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно". Вынесение решения государственной экзаменационной комиссии принимается на закрытом заседании комиссии и объявляется в день представления доклада.

Критерии начисления баллов представлены в следующей таблице.

<b>Критерии начисления баллов</b>	<b>Макс. балл</b>
Публикации по теме научной квалификационной работы ( <i>проверяется наличие научных трудов по теме диссертационного исследования, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, приравненных к публикациям перечня ВАК (в том числе в изданиях, входящих в одну из международных реферативных баз данных и систем цитирования Web of Science, Scopus, MathSciNet, zbMATH, Springer), а также зарегистрированных патентов и программных продуктов, алгоритмов ЭВМ)</i> )	15
Апробация научной квалификационной работы ( <i>результаты диссертационного исследования доложены на научных семинарах и конференциях с публикацией тезисов докладов)</i>	5
Оригинальность научной квалификационной работы ( <i>набранный балл исчисляется как определенная системой «Антиплагиат» степень оригинальности основной части НКР с коэффициентов 0,1)</i>	10
Оформление научной квалификационной работы ( <i>степень аккуратности оформления работы, наличие в ней необходимого иллюстративного материала, а также оформленные должным образом ссылки на литературные источники)</i>	10
Содержание научной квалификационной работы на основе представленного научного доклада об основных результатах НКР ( <i>проверяется, что содержание работы соответствует направлению подготовки и утвержденной теме, представлен аналитический обзор, сделан достаточно обстоятельный анализ теоретических аспектов проблемы и различных подходов к ее решению, список литературных источников в достаточной степени отражает информацию по теме диссертационного исследования)</i>	20
Представление научного доклада об основных результатах НКР перед ГАК ( <i>оценивается качество представленного доклада, и иллюстративного материала по теме диссертационного исследования, а также то, что содержание научной квалификационной работы доложено последовательно и логично, проблема раскрыта достаточно глубоко и всесторонне, с четкими и убедительными выводами по результатам исследования и доклад не вышел за пределы установленного лимита времени)</i>	20
Защита представленных основных результатов НКР ( <i>оценивается умение вести полемику по теоретическим и практическим вопросам научной квалификационной работы, глубина и правильность ответов на вопросы членов ГАК и замечания рецензентов)</i>	20
Максимально возможная сумма баллов:	100

Расшифровка критериев оценивания и соответствие баллов оценкам в части защиты научного доклада об основных результатах НКР представлена в приложении к данной программе в виде ФОС.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

**Директор направления**  
**01.06.01 Математика и механика,**  
Директор Математического института

им. С.М. Никольского  
название кафедры

  
\_\_\_\_\_

Скубачевский А.Л.  
\_\_\_\_\_

инициалы, фамилия