

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.03.01 Математика
(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)

Квалификация выпускника:

бакалавр

Цели и задачи дисциплины:

Сформировать представление о методах и областях применения численных методов, развить математическую культуру студента и подготовить его к усвоению других основных математических курсов, продемонстрировать связь численных методов с другими областями математики. Привить навыки решения численных задач на практике. Реализация указанной цели включает последовательное изложение теоретического материала на лекциях, отработку приемов решения задач на практических занятиях; промежуточный и итоговый контроль выявляют степень усвоения полученных навыков.

1. Место дисциплины в структуре ООП:

Математический и естественнонаучный цикл Б.2., Базовая часть

Необходимо знание математического анализа (дифференциальное и интегральное исчисление функций действительного переменного, числовые и функциональные ряды). Дисциплина является предшествующей к курсу по методам математической физики.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
- ОПК-4 Способен решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

Основные понятия линейной и нелинейной алгебры, аппроксимации и интерполяции функций, оптимизации и линейного программирования, численного дифференцирования и интегрирования, решения ОДУ, краевых задач и задач в частных производных.

Уметь:

Численно решать системы линейных и нелинейных уравнений, уметь аппроксимировать функции с помощью многочленов и сплайнов, находить экстремумы функций, проводить численное интегрирование и дифференцирование. Оценивать погрешность полученного результата. Программировать вычисления поставленных расчетных задач на языке высокого уровня C++.

Владеть:

Навыками работы с матрицами, в том числе и больших размерностей, уметь строить интерполяционные функции, численно находить корни и экстремумы нелинейных уравнений, проводить итеративный процесс численного решения задач дифференцирования, интегрирования.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет **6** зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		A	B	3	4
Аудиторные занятия (всего)	125	80	45		
В том числе:					
Лекции	58	40	18		
Практические занятия (ПЗ)					
Семинары (С)	67	40	27		
Лабораторные работы (ЛР)					
Самостоятельная работа (всего)	91	64	27		
В том числе:					
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат					
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>	91	64	27		
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		3	Э		
Общая трудоемкость	час	216	144	72	
	зач. Ед.	6	4	2	

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1	Введение	Практическая актуальность нахождения численных решений. Проблемы вычислительной математики, сходимость, точность.

2	Численные методы алгебры	Основные понятия линейной алгебры. Матрицы. Операции над матрицами.
3	Решение линейные уравнений	Основные трудности решения систем линейных уравнений. Классификация методов решения. Метод исключения Гауса. Метод прогонки. Итерационные методы решения.
4	Решение нелинейных уравнений	Метод половинных делений. Метод простой итерации. Метод Ньютона. Метод секущих. Метод парабол.
5	Методы нахождения корней систем нелинейных уравнений	Методы нахождения корней систем нелинейных уравнений. Метод итераций Зейделя. Метод Ньютона. Ускорение сходимости по Эйткену.
6	Собственные значения и характеристический многочлен	Введение в проблему собственных значений. Итерационный метод нахождения собственных значений. Метод Данилевского построения характеристического многочлена матрицы. Метод интерполяции
7	Численные методы оптимизации	Численные методы отыскания безусловного экстремума функции одной переменной. Численные методы отыскания безусловного экстремума функции многих переменных. Метод наискорейшего спуска. Сходимость градиентных методов. Численные методы отыскания условного экстремума.
8	Линейное программирование	Задачи минимизации линейной функции n переменных при наличии линейных дополнительных условий.
9	Аппроксимация и интерполяция функций	Постановка задачи по аппроксимации функций. Интерполяция функции на заданном отрезке по ее N значениям.
10	Интерполяция многочленами, погрешность и сходимость.	Многочлен Лагранжа. Многочлен в форме Ньютона. Погрешность и сходимость интерполяции.
11	Сплайны. Сглаживающие сплайны. МНК	Интерполяция сплайнами. Кубические и бикубические сплайны. Приближение методом наименьших квадратов.
12	Численное дифференцирование (многочлен Ньютона, ряд Тейлора)	Постановка задачи численного дифференцирования. Дифференцирование интерполяционных многочленов.
13	Численное интегрирование. Формулы численного интегрирования.	Постановка задачи численного интегрирования. Формула прямоугольников, формула трапеций. Метод Рунге-Ромберга-Ричардсона повышения порядков точности.
14	Метод статических испытаний.	Получение случайных чисел с заданным законом распределения. Теоретические основы метода статических испытаний. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.
15	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Основные понятия теории ОДУ. Постановка краевых задач для ОДУ.
16	Методы численных решений	Метод конечных разностей, порядок точности

	ОДУ.	разностных схем. Метод Эйлера, метод Рунге-Кутты, многошаговый метод Адамса.
17	Неявные схемы.	Неявные схемы. Понятия о жестких системах.
18	Краевые задачи ОДУ.	Постановка краевой задачи для ОДУ. Метод стрельбы.
19	Конечно-разностные методы решение краевых задач.	Сведение краевой задачи к решению системы алгебраических уравнений. Интегральные уравнения.
20	Численные методы решения задач в частных производных.	Сведения из теории уравнений в частных производных. Уравнения математической физики. Постановка задач параболического гиперболического типов.
21	Метод сеток	Основные понятия метода сеток. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.
22	Явные и неявные разностные схемы.	Явные и неявные разностные схемы на примере уравнения теплопроводности.
23	Аппроксимация устойчивость и сходимость разностных схем.	Основные понятия . Примеры неустойчивых разностных схем..
24	Исследование устойчивости	Спектральный признак устойчивости. Принцип максимума. Метод гармоник Фурье.

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа № 1 Численные методы линейной алгебры

Задачи

- 1) *Методом Гаусса решить СЛАУ. Для матрицы СЛАУ вычислить определитель и обратную матрицу.*
- 2) *Методом прогонки решить СЛАУ*
- 3) *Методом простых итераций и методом Зейделя решить СЛАУ с заданной погрешностью*
- 4) *Использовать метод вращения, найти собственные значения и собственные векторы симметрических матриц с заданной погрешностью*
- 5) *Определить спектральный радиус матриц из предыдущей задачи*
- 6) *Найти собственные значения матриц, используя QR-алгоритм.*

Контрольная работа №2 Нелинейная алгебра

- 1) *Методом простой итерации и Ньютона найти корни нелинейных уравнений.*
- 2) *Методом Ньютона и методом простых итераций решить систему нелинейных уравнений.*

Контрольная работа № 3 Приближенные функции. Численное дифференцирование и интегрирование

- 1) *Построить интерполяционный многочлен Лагранжа и Ньютона в заданных точках.*
- 2) *Построить кубический сплайн для функции, заданной в узлах интерполяции.*
- 3) *Используя МНК построить приближенный многочлен первой и второй степени.*

Контрольная работа № 4 Численные методы решения ОДУ.

- 1) Решить задачу Коши для ОДУ первого порядка, на указанном отрезке с заданным шагом h , одним из разобранных методов. Полученное решение сравнить с точным. Оценить погрешность.
- 2) Решить задачу Коши для ОДУ второго порядка, на указанном отрезке с заданным шагом h . Полученное решение сравнить с точным. Оценить погрешность.
- 3) Решить задачу Коши для ОДУ первого порядка с запаздывающим аргументом, на отрезке $[0,1]$ с заданным шагом $h=0.1$ улучшенным методом Эйлера.
- 4) Решить краевую задачу для ОДУ второго порядка на указанном отрезке, методом стрельбы и конечно-разностным методом.

Контрольная работа № 5 Численные методы решения уравнений с частными производными

- 1) Используя явную и неявную конечно-разностные схемы, решить начально-краевую задачу для ДУ параболического типа.
- 2) Используя явную и неявную конечно-разностные схемы, решить начально-краевую задачу для ДУ гиперболического типа.

Итоговый контроль (экзамен).

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми

Численные методы находят широкое применение при решении многих практических задач как математики так и физики и является гармоничным дополнением для многих математических и прикладных курсов: таких, например, как методы математической физики, аналитической механики, физики, теории колебаний и т.д.

5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Семинары	СРС	Все-го час.
1.	Введение	2					2
2.	Численные методы линейной алгебры	12	14			18	44
3.	Численные методы нелинейной алгебры	10	12			18	40
4.	Приближение функций.	10	14			18	42

	Численное интегрирование и дифференцирование						
5.	Численные методы решения ОДУ	12	14			18	44
6	Численные методы решения уравнений в частных производных	12	13			19	44

6. Лабораторный практикум: нет

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Трудо-емкость (час.)
-------	----------------------	---------------------------------	----------------------

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
1.	1	Введение	
2.	2	Численные методы линейной алгебры	14
3.	3	Численные методы нелинейной алгебры	12
4.	4	Приближение функций. Численное интегрирование и дифференцирование	14
5.	5	Численные методы решения ОДУ	14
6.	6	Численные методы решения уравнений в частных производных	13

8. Примерная тематика курсовых проектов (работ) – нет

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Пирумов У.Г. Численные методы. М., все годы изданий.
2. Гидаспов В.Ю. Ревизников Д.Л. Численные методы. Сборник задач под редакцией Пирумова У.Г. . М., все годы изданий.

б) дополнительная литература:

3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.:Наука,1976.
4. Киреев В.И., Пантелеев А.В., Численные методы в примерах и задачах. М.:Изд-во МАИ,

5. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. - Численные методы М.: Физматлит, 2004

Вся литература есть в библиотеке РУДН и в электронном виде на кафедре.

Программное обеспечение – Windows, Microsoft Office, Maple, TeX, WinEdt.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы – Yandex, Google, MathNet.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитории для проведения лекций и семинаров в учебном корпусе РУДН, ул. Орджоникидзе, 3.
Ноутбук, мультимедийный проектор и экран.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Курс состоит из лекций и практических занятий. Соотношение часов между ними следующее: 2 часа лекций и 2 часа практических занятий в неделю.

Методически курс построен так, чтобы все наиболее сложные задачи рассматривались в простейших случаях, что облегчает понимание их студентами. В случае необходимости, студент, освоивший этот курс, легко перенесет изложенные результаты на более общие вопросы теории численных методов и вычислительной математики.

Разработчики:

Профессор Математического
Института им. С.М. Никольского



Е.Б.Ланеев

Директор Математического института
им. С.М. Никольского,
д.ф.-м.н., профессор



А.Л.Скубачевский

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
(РУДН)**

Факультет физико-математических и естественных наук

Математический институт им.С.М.Никольского

УТВЕРЖДЕН

на заседании Института

«__» _____ 20__ г., протокол №__

Директор Института

_____ А.Л. Скубачевский

(подпись)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

Численные методы

(наименование дисциплины)

01.03.01 «Математика»_

бакалавр

Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Численные методы»

Направление/Специальность: 01.03.01 «Математика»

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела		
			Текущий контроль										Промежуточная аттестация						
			Опрос	Проверочная работа	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС (Выполнение домашнего теста)	Реферат	Выполнение РГР	Экзамен	...Зачет	...		
ОПК-1, ОПК-4	Раздел 1:	Тема 1: «Многочлен Лагранжа», «Многочлен Ньютона»					40											20	
		Тема 2: «Интерполяция слайдами». «Дискретные ряды Фурье» «Численное интегрирование»					60											30	
		ИТОГО:																100	
	Раздел 2:	Тема 1: «Задача Коши для ОДУ» «Краевая задача для ОДУ»					50											50	
		Тема 2: «Фрактал Ньютона» «Поиск минимума функции»					50											50	
	ИТОГО:		5														100		

КОМПЛЕКТ ВОПРОСОВ ДЛЯ ОПРОСА

Раздел 1

1. Постановка задачи интерполяции; интерполяционный многочлен Лагранжа; существование и единственность.
2. Оценка погрешности интерполяционной формулы.
3. Многочлены Чебышева, их свойства.
4. Минимизация погрешности интерполирования.
5. Разделенные разности. Свойства разделенных разностей.
6. Интерполяционный многочлен Лагранжа в форме Ньютона с разделенными разностями.
7. Интерполяционный многочлен с кратными узлами.
8. Сплаины; построение кубического интерполяционного сплайна.
9. Метод прогонки для решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.
10. Обоснование метода прогонки. Применение к построению сплайна.
11. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса; оценка погрешности.
12. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций.
13. Квадратурные формулы Симпсона.
14. Составные квадратурные формулы.
15. Формулы Рунге оценки погрешности и уточнения приближения на сгущающихся сетках.

Раздел 2

1. Задача Коши для ОДУ; метод разложения в ряд Тейлора, метод Эйлера.
2. Методы второго порядка для задачи Коши для ОДУ.
3. Методы Рунге-Кутты.
4. Линейные системы уравнений; число обусловленности.
5. Регуляризация плохо обусловленных систем.
6. Метод исключения Гаусса с выбором главного элемента.
7. Схема Халецкого.
8. Метод квадратного корня.
9. Итерационные методы решения линейных систем; метод простой итерации (МПИ); достаточное условие сходимости; теорема о необходимом и достаточном условии сходимости МПИ.
10. Теорема Самарского; метод Зейделя.
11. Решение систем нелинейных уравнений; МПИ; Теорема о достаточном условии сходимости МПИ.
12. Метод Ньютона; теорема сходимости. Методы решения одного уравнения.
13. Поиск минимума функций; стационарные точки; метод градиентного спуска.