

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

*Рекомендовано МССН
38.00.00 «Экономика и управление»,
подгруппа 4 «Бизнес-информатика»*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Линейная алгебра

Рекомендуется для направления подготовки

38.03.05 — Бизнес-информатика

(указываются код и наименования направления подготовки)

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)

1. Цели и задачи дисциплины:

Линейная алгебра относится к числу важнейших математических дисциплин. Знание основных алгебраических понятий и умение использовать алгебраические методы является необходимой составной частью общего университетского математического образования. Осознание логики, общности и силы алгебраических и геометрических построений является важным элементом общей математической культуры. Линейная алгебра имеет важные приложения в других математических дисциплинах, таких как математический анализ, теория дифференциальных и разностных уравнений, линейное программирование, математическая логика и теория алгоритмов.

Основная цель курса – овладение обучающимися основными понятиями и методами линейной алгебры: теорией матриц, началами теории алгебраических структур, началами линейной алгебры (включая теорию определителей и систем линейных уравнений), началами алгебры многочленов, теорией линейных операторов в конечномерных векторных пространствах, векторной алгеброй.

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)».

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
1	УК-1	-	Математический анализ Математическая логика и теория алгоритмов Теория конечных графов Теория вероятностей и математическая статистика Концепция современного естествознания Математические модели в экономике и финансах Эконометрика Статистический анализ
Профессиональные компетенции			
1	ПК-2	-	Математический анализ Математическая логика и теория алгоритмов Теория конечных графов Теория вероятностей и математическая статистика Концепция современного естествознания Математические модели в экономике и финансах Эконометрика Статистический анализ Математические модели в

			экономике и финансах Финансовая математика Стохастический финансовый анализ Дополнительные главы эконометрики
--	--	--	---

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ПК-2 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1; ПК-2

(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН)

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

- УК-1.2 Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности

ПК-2 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности:

- ПК-2.1 Знает базовый математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.2 Уметь применять знания и методы из области математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.3 Имеет практический опыт решения стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать

- базовый математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности (ПК-2.1)

Уметь

- анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности (УК-1.2)
- применять знания и методы из области математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности (ПК-2.2)

Владеть (иметь)

- практический опыт решения стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности (ПК-2.3)

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		Семестр 1, модуль 1
Аудиторные занятия (всего)	54	54
В том числе:		
Лекции	18	18
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>		
<i>Семинары (С)</i>	36	36
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>		
Самостоятельная работа (всего)	90	90
Общая трудоемкость	час	144
	зач. ед.	4

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Матрицы и действия с ними	Сложение и умножение на число Линейные пространства Умножение квадратных матриц Умножение неквадратных матриц Кольцо матриц 2×2 Множество матриц 2×2 как кольцо Обратная матрица
2.	Системы линейных уравнений и определители	Системы из двух уравнений Системы с тремя неизвестными Правило Крамера Вычисление определителя по первой строке Системы n уравнений Метод Гаусса. Решение СЛАУ в вырожденных случаях. Базис и ФСР
3.	Резольвента и задача на собственные значения	Резольвента матрицы Особые точки резольвенты и собственные значения матрицы Кратность собственного значения Собственные векторы Однородная система линейных уравнений Множество решений однородной системы линейных уравнений Задача на собственные значения
4.	Квадратичные формы. Задача об экстремуме квадратичной формы на единичной сфере	Квадратичные формы Задача об экстремальных значениях квадратичной формы на сфере Задача на условный экстремум Метод множителей Лагранжа
5.	Квадратичные функции.	Параболоид

	Задача об экстремуме	Задачи на минимум и максимум Достаточные условия экстремума Задачи на экстремум Критерий Сильвестра
6.	Приведение матрицы к диагональному виду	Функции от матриц Эрмитовы матрицы
7.	Метод наименьших квадратов	Метод наименьших квадратов

5.2 Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы		СРС	Всего час.
			ПЗ/С	ЛР		
1.	Матрицы и действия с ними	4	8	-	20	32
2.	Системы линейных уравнений и определители	4	8	-	20	32
3.	Резольвента и задача на собственные значения	2	4	-	10	16
4.	Квадратичные формы. Задача об экстремуме квадратичной формы на единичной сфере	2	4	-	10	16
5.	Квадратичные функции. Задача об экстремуме	2	4	-	10	16
6.	Приведение матрицы к диагональному виду	2	4	-	10	16
7.	Метод наименьших квадратов	2	4	-	10	16
	Итого:	18	36	0	90	144

6. Лабораторный практикум - не предусмотрен

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
1	1	Матрицы и действия с ними	8
2	2	Системы линейных уравнений и определители	8
3.	3	Резольвента и задача на собственные значения	4
4.	4	Квадратичные формы. Задача об экстремуме	4

		квадратичной формы на единичной сфере	
5.	5	Квадратичные функции. Задача об экстремуме	4
6.	6	Приведение матрицы к диагональному виду	4
7.	7	Метод наименьших квадратов	4
	итого:		36

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Мультимедийная учебная аудитория, учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для выполнения обучающимися практических заданий и проведения самостоятельной работы, компьютерного тестирования (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение

ОС Windows, MS Office (программа корпоративного лицензирования (Microsoft Subscription) Enrollment for Education Solutions), браузер Firefox (лицензия MPL-2.0) или браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service); Adobe Reader (Adobe Software License Agreement), система компьютерной алгебры Maxima (sci-mathematics/maxima (лицензия GPL-2 GPL-2+))

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. Сайт библиотеки РУДН <http://lib.rudn.ru/>
2. ТУИС <http://esystem.pfur.ru/>

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18-е изд. - М. : Айрис-пресс, 2013, 2014, 2015, 2017, 2018, 2019, 2020. - 608 с. : ил
2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебно-методическое пособие для студентов компьютерных специальностей РУДН / В.А. Краснов. - Москва : РУДН, 2020. - 116 с. : ил. - ISBN 978-5-209-10568-8
3. Васильев С.А., Малых М.Д., Севастьянов Л.А. Учебно-методический комплекс по дисциплине «Линейная алгебра». – М.: Изд-во РУДН, 2017

б) дополнительная литература

1. Линейная алгебра : учебное пособие / Е.И. Галахов, О.А. Салиева. - М. : Изд-во РУДН, 2010. - 48 с. - ISBN 978-5-209-03853-5. http://lib.rudn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Rudn_FindDoc&id=358359&idb=0
2. Сборник задач по математике для втузов : учебное пособие для втузов: в 4-х ч. Ч.1 : Линейная алгебра и основы математического анализа / В.А. Болгов; Под общ. ред. А.В.Ефимова, Б.П.Демидовича. - 3-е изд., испр. ; Репринтное воспроизведение издания 1993 года. - М. : Альянс, 2014, 2017, 2020. - 480 с. : ил. - ISBN 978-5-91872-051-6

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Учебным планом на изучение дисциплины отводится один модуль первого семестра. Для текущего контроля успеваемости предусмотрены контрольные работы. Модуль завершается итоговым контролем, проводимым в виде экзамена.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Разработчик:

доцент кафедры прикладной информатики
и теории вероятностей, д.ф.-м.н.



М.Д. Малых

старший преподаватель
кафедры прикладной информатики
и теории вероятностей, к.ф.-м.н.

А.А. Тютюнник

Руководитель программы

Заведующий кафедрой прикладной информатики
и теории вероятностей, д.т.н., проф.



К.Е. Самуйлов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Наименование дисциплины

Линейная алгебра

по направлению 38.03.05 – «Бизнес-информатика»

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Линейная алгебра

название

Направление: 38.03.05 Бизнес-информатика

шифр

название

Код контр. компетенции или ее части	Раздел	Тема	Наименование оценочного средства				Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль			пром. атт.		
			Выполнение ПЗ	Ответы у доски, ДЗ	К.р.			
УК-1; ПК-2	Матрицы и действия с ними	Сложение и умножение на число Линейные пространства Умножение квадратных матриц Умножение неквадратных матриц	1		5	20	7	14
		Обратная матрица	1	1	5		7	
	Системы линейных уравнений и определители	Системы из двух уравнений Системы с тремя неизвестными Правило Крамера Вычисление определителя по первой строке Системы n уравнений	1	1	5		7	
Метод Гаусса. Решение СЛАУ в вырожденных случаях. Базис и ФСР		1	1	5	7			

Резольвента и задача на собственные значения	Резольвента матрицы Особые точки резольвенты и собственные значения матрицы Кратность собственного значения Собственные векторы Однородная система линейных уравнений Множество решений однородной системы линейных уравнений Задача на собственные значения	2	2	10		14	14
Квадратичные формы. Задача об экстремуме квадратичной формы на единичной сфере	Квадратичные формы Задача об экстремальных значениях квадратичной формы на сфере Задача на условный экстремум Метод множителей Лагранжа	1	1	10		12	12
Квадратичные функции. Задача об экстремуме	Параболоид Задачи на минимум и максимум Достаточные условия экстремума Задачи на экстремум Критерий Сильвестра	1	1	10		12	12
Приведение матрицы к диагональному виду	Функции от матриц Эрмитовы матрицы	1	1	5		7	7
Метод наименьших квадратов	Метод наименьших квадратов	1	1	5		7	7
	Итого:	10	10	60	20	80+20	80+20

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций УК-1, ПК-2
(в соответствии с ОС ВО РУДН)

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

- УК-1.2 Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности

ПК-2 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности:

- ПК-2.1 Знает базовый математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.2 Уметь применять знания и методы из области математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.3 Имеет практический опыт решения стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности

Балльно-рейтинговая система оценки уровня знаний

Сводная оценочная таблица дисциплины

Тема	Формы контроля уровня освоения ООП			Баллы темы	Экзамен	Баллы темы
	К.р.	Д.з.	Пр.з.			
Матрицы и действия с ними	10	2	2	14	4	18
Системы линейных уравнений и определители	10	2	2	14	4	18
Резольвента и задача на собственные значения	10	2	2	14	3	17
Квадратичные формы. Задача об экстремуме квадратичной формы на единичной сфере	10	1	1	12	3	15
Квадратичные функции. Задача об экстремуме	10	1	1	12	2	14
Приведение матрицы к диагональному виду	5	1	1	7	2	9
Метод наименьших квадратов	5	1	1	7	2	9
Итого:	60	10	10	80	20	100

Таблица соответствия баллов и оценок

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 - 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 - 85	4	69 - 85	4	C
51 - 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 - 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

Правила применения БРС

1. По курсу предусмотрены 2 письменные контрольные работы (30 баллов за каждую), курс завершается итоговым экзаменом.
2. График проведения письменных контрольных работ формируется в соответствии с календарным планом курса. Дата и время, которое отводится студенту на выполнение письменной работы, устанавливается преподавателем. По завершении отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю, вне зависимости от того, завершена она или нет. Использование тетрадей, книг и электронных

устройств во время выполнения письменных контрольных работ не допускается. При списывании студент удаляется с контрольного мероприятия с проставлением 0 баллов.

3. Невыполненные по уважительной причине контрольные работы могут быть выполнены в конце семестра (модуля) по согласованию с преподавателем.
4. Переписывание контрольных работ, за исключением случаев, оговоренных в пред. пункте, не предусмотрены.
5. Домашние задания обсуждаются на семинарах, удовлетворительный ответ у доски оценивается в 1 балл.
6. На семинарских занятиях студенту предлагается выполнять практические задания у доски. За каждый правильный ответ студент получает 1 балл.
7. Студент допускается к итоговому контролю знаний с любым количеством баллов, набранным в семестре.
8. Итоговая контрольная работа содержит 2 вопроса из перечня теоретических и практических вопросов по курсу. Итоговая контрольная работа проводится письменно, на итоговый контроль знаний отводится 1 час, письменная работа оценивается от 0 до 20 баллов независимо от оценки, полученной в семестре. Оценка выставляется по результатам собеседования.
9. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и студент должен повторить эту дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил 31-50 баллов, т. е. FX, то студенту разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путем повторного однократного выполнения предусмотренных контрольных мероприятий, при этом по усмотрению преподавателя аннулируются соответствующие предыдущие результаты.

4. 3. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
1	Практическая работа	Система практических заданий, направленных на формирование практических навыков у обучающихся	Фонд практических заданий
2	Контрольная работа	Средство контроля, организованное как аудиторное занятие, на котором обучающимся необходимо самостоятельно продемонстрировать усвоение учебного материала темы, раздела или разделов	Примеры заданий
3	Экзамен	Оценка работы студента в течение семестра (года, всего срока обучения и др.) и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных им теоретических и практических знаний, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления, умение синтезировать полученные знания и применять их в решении практических задач.	Примеры заданий/вопросов, пример экзаменационного билета
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	Домашняя работа	Задачи и задания позволяющие оценивать и диагностировать знания фактического материала и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; задачи и задания позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием причинно-следственных связей; задачи и задания позволяющие оценивать и диагностировать умения интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Фонд практических заданий

Комплект экзаменационных билетов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

1. Дайте определение кольцу матриц размера 2 на 2.
2. Найдите все решения системы

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1, \\ x + 2y + z = 0, \\ 2x + 3y + 3z = 1. \end{cases}$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуилов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №2

1. Дайте определение определителя размера 2×2 и 3×3 . Запишите правило Крамера для систем с 2 и 3 неизвестными.
2. Найдите решение системы

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1, \\ x + 2y + z = 0, \\ 2x + 3y + 3z = 1. \end{cases}$$

по правилу Крамера.

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуилов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №3

1. Запишите как находить обратную матрицу для матрицы размера 2×2 .
2. Вычислите

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуилов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №4

1. Запишите как находить обратную матрицу для матрицы размера 3×3 .
2. Вычислите

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №5

1. Дайте определение резольвенте и ее особые точки. Запишите как находятся особые точки резольвенты.
2. Найдите собственные значения матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}^2$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №6

1. Запишите как найти множество решений однородной системы из n линейных уравнений с n неизвестными.
2. Найдите все решения системы

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0, \\ x + 2y + z = 0, \\ 2x + 3y + 3z = 0. \end{cases}$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №7

1. Запишите как найти множество решений неоднородной системы линейных уравнений.
2. Найдите все решения системы

$$\begin{cases} x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0, \\ 2x + 3y + 3z = 0. \end{cases}$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №8

1. Запишите задачу об экстремальных значениях квадратичной формы на сфере. Как найти экстремальные значения квадратичной формы на сфере
2. Выпишите все собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^2$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №9

1. Что такое экстремальные точки параболоидов и как их найти.
2. Выпишите все собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^2$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №10

1. Запишите метод наименьших квадратов.
2. Вычислите

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} + 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right).$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №11

1. Запишите приведение матрицы к диагональному виду.
2. Вычислите

$$\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} + 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №12

1. Что такое функция от матрицы. Запишите как вычислить корень из матрицы. Как вычислить e^A .
2. Найдите решение системы

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1, \\ x + 2y + z = 0, \\ 3y + 3z = 1. \end{cases}$$

по правилу Крамера.

Составитель

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Формы промежуточного и итогового контроля

Промежуточный и итоговый контроль проводится в форме письменных контрольных работ, содержанием которых является решение практических задач.

Также студенты получают баллы за ответы у доски. За каждый ответ у доски, студент получает 1 балл (максимум 20 баллов за модуль).

Итоговый контроль проводится в форме экзамена, содержанием которого является теоретический вопрос и задача, и оценивается в 20 баллов максимум.

Темы контрольных работ

Перечень задач контрольной работы № 1

- 1) правило Крамера
- 2) действия с матрицами
- 3) однородная система
- 4) задача на собственные значения
- 5) вычисление обратной матрицы
- 6) вычисление определителя

Каждая правильно решенная задача оценивается в 5 баллов. Всего 30 баллов. Объем контрольной работы 2 ак. часа

Перечень задач контрольной работы № 2

- 1) вычисление с.з.
- 2) нахождение с.в.
- 3) экстремальные значения кв. форм на ед. сфере
- 4) точки экстремума квадратичных функций
- 5) решение неоднородной системы с определителем, отличным от нуля.0
- 6) функции от матриц

Каждая правильно решенная задача оценивается 5 баллов. Всего 30 баллов. Объем контрольной работы 2 ак. часа

Перечень домашних заданий

Тема 1. Матрицы и действия с ними

Вычислите

$$3 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^3$$

Прямым вычислением проверьте, что

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \right) = \left(\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Прямым вычислением проверьте, что

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислите, если произведение определено:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Найдите матрицы, обратные к следующим

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Вычислите следующие определители.

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix},$$

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислите

a.) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$

b.) $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 8 \end{pmatrix}^T,$

c.) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^2$

d.) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{-2}$

Найдите матрицы, обратные к матрицам

a.) $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

б.) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

г.) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

д.) $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

Для какой из этих матриц указать обратную невозможно?
Вычислите определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

используя 5 свойств определителя по столбцам.

Тема 2. Системы линейных уравнений

1. Решите по правилу Крамера систему

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1, \\ 4x + 5y = 3 \end{cases}$$

2. Решите систему

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1, \\ x + z = 0, \\ 2x - z = 1 \end{cases}$$

по правилу Крамера и одним из школьных методов. Сравните ответы.

3. Решите систему

$$\begin{cases} 2x + 3y + z + t = 1, \\ x + z + t = 0, \\ 2x - z - t = 1, \\ x + y + z + 2t = 0 \end{cases}$$

по правилу Крамера. Для вычисления определителей 4-го порядка воспользуйтесь MS Math или любой другой CAS.

4. Выясните, совместна ли система уравнений

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + y = 3 \\ 2x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

5. Определите размерность множества решений системы

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y = 3 \\ 2x + z = 4 \\ 2y + z = -2 \end{cases}$$

6. Опишите геометрически множество решений след. систем

а.)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

б.)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \\ 2x = 3 \end{cases}$$

в.)
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y - z = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

г.)
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 2z = 2 \\ x + 2y - z = 5 \end{cases}$$

7. Можно ли подобрать параметры a, b, c таким образом, чтобы плоскости

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + by + z = 1 \\ x + y + cz = 1 \end{cases}$$

пересекались вдоль некоторой прямой?

8. Выясните, пересекаются ли прямые, заданные системами

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

и

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

9. Найдите проекции прямой

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

на координатные плоскости.

Тема 3. Резольвента

1. Найдите резольвенты след. матриц:

а.)
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix},$$

b.) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^T,$

c.) $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$

Укажите особые точки найденных резольвент.

2. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} x + 2y + az = 0 \\ 4x + 5y + 2az = 0 \\ 7x + 8y + 9z = 0 \end{cases}$$

имеет нетривиальные решения?

3. Решите задачу на собственные значения для матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решите задачу на собственные значения для матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

5. Решите задачу на собственные значения для матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

Тема 4. Квадратичные формы и задача на собственные значения

1. Составьте матрицы квадратичных форм:

a.) $x^2 + (x - y)^2$

b.) $(x \ y \ z) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \\ x \end{pmatrix}$

2. Укажите, в каких пределах меняются значения след. квадратичных форм на единичной окружности $x^2 + y^2 = 1$:

a.) $a = x^2 - 2xy + y^2$

b.) $a = x^2 - 3y^2$

c.) $a = 2x^2 + 2y^2$

3. Укажите, в каких пределах меняются значения след. квадратичных форм на единичной сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$:

a.) $a = x^2 + 2xy - 2xz + y^2 - 3z^2$

b.) $a = xy + xz + yz$

c.) $a = x^2 - y^2 + 2z^2 + 3xy$

Тема 5. Квадратичные функции. Задача об экстремуме

Найдите точки экстремума следующих функций. Укажите какой именно экстремум имеется в найденных точках (min/max, строгий/нестрогий, глобальный/локальный).

1. $z = x^2 + 4xy - 8y^2 - 2x + 2y + 3$

2. $z = x^2 + 2xy + y^2$
3. $z = -x^2 - xy - y^2 - 2x - 4y + 3$
4. $z = x^2 + 2x - y^2 + 2x - 1$

Тема 6. Приведение матрицы к диагональному виду

1. Приведите матрицы к диагональному виду

- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. Вычислите

$$\sqrt{\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}}$$

3. Вычислите

$$\sin \begin{pmatrix} \pi & 2\pi \\ 2\pi & \pi \end{pmatrix}$$

4. (*) Решите матричное уравнение

$$X^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Тема 7. Метод наименьших квадратов

По территориям региона приводятся данные за 199X г.

Номер региона	Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб., x	Среднедневная заработная плата, руб., y
1	78	133
2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158
9	73	152
10	87	162
11	76	159
12	115	173

Подберите по МНК коэффициенты зависимости $y = kx + b$.

Дополнительно.
Элементы высшей алгебры

1. Без привлечения компьютера, докажите, что число 5 простое.
2. Без привлечения компьютера, разложите следующие многочлены на множители в кольце $\mathbb{Q}[x]$. Укажите кратность каждого из множителей.
 - a.) $x^2 - 3x + 2$
 - b.) $x^2 + 3x + 1$
 - c.) $x^2 + 1$
 - d.) $(x^2 - 3x + 2)^2 (x^2 + 1)^3$
 - e.) $x^4 + 3x^2 + 1$
3. Без привлечения компьютера, разложите след. многочлены на множители в кольце $\mathbb{R}[x]$. Укажите кратность каждого из множителей.
 - a.) $x^2 - 3x + 2$
 - b.) $x^2 + 3x + 1$
 - c.) $x^2 + 1$
 - d.) $(x^2 - 3x + 2)^2 (x^2 + 1)^3$
 - e.) $x^4 + 3x^2 + 1$

Комплексные числа

1. Приведите к стандартному виду число $(1+i)/(2+i) + 1/i$. Найдите его модуль.
2. Найдите решение системы по формулам Крамера
$$\begin{cases} 2x + iy + z = 1, \\ ix - 3y + iz = 2, \\ x + iy + z = 3. \end{cases}$$

Ответ приведите к стандартному виду.

3. Найдите все решения системы
 - a.) $ix + 2y + z = 2, x + iz = 0, x + y + z = 1$
 - b.) $ix + 2y + z = 2, x + iz = 0, (1+i)x + 2y + (1+i)z = 2$
 - c.) $ix + 2y + z = 2, x + iz = 0, (1+i)x + 2y + (1+i)z = 1$

Ответ приведите к стандартному виду.

4. При каких комплексных значениях параметра a система

$$\begin{cases} 2x + ay + z = 1, \\ ax - 3y + az = 2, \\ x + ay + 2z = 0 \end{cases}$$

не имеет решения?

5. Без использования компьютера разложите следующие многочлены на линейные множители.
 - a.) $x^2 + 2x + 4$,
 - b.) $x^4 + 2x^2 + 4$,
 - c.) $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2$ (многочлен имеет корень $x = 1$ кратности 2)

Критерии оценки по дисциплине

95-100 баллов:

- полное и своевременное выполнение на высоком уровне домашних заданий, успешное прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответов на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи;
- полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем;

86- 94 балла:

- полное и своевременное выполнение на хорошем уровне домашних заданий, успешное прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- хорошее владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины и преподавателем;

69-85 баллов:

- своевременное выполнение на хорошем уровне домашних заданий, прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- хороший уровень культуры исполнения лабораторных работ;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- усвоение основной литературы;

51-68 баллов:

- выполнение на удовлетворительном уровне домашних заданий, прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- удовлетворительное владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;

- способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:

- не выполнение, несвоевременное выполнение или выполнение на неудовлетворительном уровне домашних заданий, не прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
- неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
- слабое владение программным обеспечением по разделам программы дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) производственных задач;
- способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:

- отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
- невыполнение домашних заданий, не прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса; отказ от ответов по программе дисциплины;
- игнорирование занятий по дисциплине по неуважительной причине.