

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН
01.00.00 «Математика и механика»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Прикладные задачи математического моделирования

Рекомендуется для направления подготовки

01.04.02 – Прикладная математика и информатика

(указываются код и наименования направления(ий))

подготовки (специальности (ей) и/или профилей (специализаций))

Направленность программы

«Теория вероятностей и математическая статистика»

(наименование образовательной программы в соответствии с направленностью (профилем))

Квалификация (степень) выпускника магистр

(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)

1. Цели и задачи дисциплины:

Целью дисциплины является введение учащихся в предметную область современных методов математического моделирования различных процессов.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «**Прикладные задачи математического моделирования**» относится к обязательной части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
	УК-1; УК-7	Научное программирование	История математики и методология науки Вариационные методы в математическом моделировании Компьютерные методы решения многомерных задач Компьютерный анализ временных рядов Дополнительные главы математического моделирования
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ОПК-4	Научное программирование	История математики и методология науки Вариационные методы в математическом моделировании Компьютерные методы решения многомерных задач Компьютерный анализ временных рядов Дополнительные главы математического моделирования
Профессиональные компетенции (вид профессиональной деятельности информатика и информационные технологии)			
	ПК-1	Научное программирование	История математики и методология науки Вариационные методы в математическом моделировании Компьютерные методы решения многомерных задач Компьютерный анализ временных рядов Дополнительные главы математического моделирования
Профессионально-специализированные компетенции специализации			
	-		

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

УК-7 Способен:

искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информации и данных

ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики

ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач

ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности

ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности

ПК-1 Проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1; УК-7; ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ПК-1

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий:

- УК-1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации
- УК-1.2 Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности
- УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов

УК-7 Способен:

искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач;

- проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информации и данных:
- УК-7.1 Знает принципы применения цифровых технологий для сбора, отбора и обобщения информации
- УК-7.2 Умеет применять цифровые технологии для поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики
- УК-7.3 Владеет навыками применения цифровых технологий и методов поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики

ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики

- ОПК-1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук
- ОПК-1.2 Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности

- ОПК-1.3 Владеет навыками осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний
- ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач
- ОПК-2.1 Способен совершенствовать и (или) разрабатывать новые математические методы для разработки и реализации алгоритмов решения задач (в том числе с использованием программных средств) в области профессиональной деятельности
- ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
- ОПК-3.1 Способен модифицировать и (или) разрабатывать, анализировать и реализовывать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении
- ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности
- ОПК-4.1 Знает принципы сбора и анализа информации по проводимым исследованиям
- ПК-1 Проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований
- ПК-1.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики и информационных технологий; владеет знанием основ философии и методологии науки; владеет методами научных исследований, умеет применять их на практике.
 - ПК-1.2 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и иностранном языке; способен готовить публикации в научно-технических тематических изданиях
 - ПК-1.3 Умеет применять полученные знания в области прикладной математики и информатики, а также решать стандартные задачи собственной научно-исследовательской деятельности; умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей по тематике исследований в соответствии с выбранной методикой

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- концепции дисциплин: «Прикладные задачи математического моделирования»;
- основные методы математического моделирования различных процессов.

Уметь:

- использовать основные законы теоретического исследования; решать прикладные задачи по дисциплине «Прикладные задачи математического моделирования».
- разрабатывать и реализовывать методы математического моделирования различных, в том числе экономических процессов, моделирования социально-экономических процессов, а также методы и механизмы оценки и анализа функционирования экономических систем, относящихся к дисциплине «Прикладные задачи математического моделирования».
- использовать основные положения и методы гуманитарных и социально-экономических наук при решении общественных и профессиональных задач.

Владеть:

- современным аппаратом математического моделирования различных процессов;
- средствами анализа математического моделирования различных процессов;
- базовыми знаниями математического моделирования различных процессов.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		Семестр 2, модуль 3
Аудиторные занятия (всего)	36	36
В том числе:		
<i>Лекции</i>	18	18
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	18	18
<i>Семинары (С)</i>		
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>		
Самостоятельная работа (всего)	72	72
Общая трудоемкость 108 час	108	108
3 зач. ед.	3	3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Введение в методы экономико-математического моделирования.	Методология математического моделирования. Этапы в развитии математического моделирования. Модель — Алгоритм — Программа. Формальная и содержательная классификации моделей.
2.	Элементарные математические модели.	Создание простейших моделей на основе фундаментальных законов природы. Использование вариационных принципов. Применение аналогий при построении моделей. Иерархический подход к получению моделей.
3	Универсальность математических моделей.	Нелинейные популяционные модели. Аналогии между механическими, термодинамическими и экономическими объектами
4.	Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества.	Моделирование рыночного спроса. Подходы к моделированию рынка. Макромодель равновесия рыночной экономики. Организация рекламной кампании. Взаимозачет долгов предприятий. Взаимоотношения в системе «хищник—жертва». Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций. Гонка вооружений между двумя странами. Боевые действия двух армий. «Жесткие» и «мягкие» математические модели
5.	Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста.	Нелинейные динамические модели и процессы. Уравнение модели экономической динамики. Макромодель экономического роста. Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов. Методы исследования периодических процессов.
6.	Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера –	Инновационно-циклическая теория экономического развития. Эндогенные модели больших циклов Кондратьева. Модель Меншикова – Клименко. Модель Дубовского. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние

	Кондратьева	циклических колебаний
--	-------------	-----------------------

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Семина	СРС	Все-го час.
1.	Введение в методы экономико-математического моделирования.	3	3			12	18
2.	Элементарные математические модели.	3	3			12	18
3.	Универсальность математических моделей.	3	3			12	18
4.	Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества.	3	3			12	18
5.	Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста.	3	3			12	18
6.	Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева	3	3			12	18
Итого:		18	18			72	108

6. Практические занятия (семинары) (при наличии)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторной работы	Трудоемкость (час.)
1.	Введение в методы экономико-математического моделирования.	Модель экспоненциального роста. Модель конкуренции. Математическое представление, численные алгоритмы решения, графические иллюстрации.	3
2.	Элементарные математические модели.	Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций, численные алгоритмы решения, графические иллюстрации.	3
3.	Универсальность математических моделей.	Нелинейные популяционные модели. Аналогия между равновесием материальной частицы в потенциальном поле внешних сил и выбором оптимального плана производства.	3
4.	Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества.	Математическое моделирование соперничества. Взаимоотношения в системе «хищник—жертва». Популяционные волны.	3
5.	Модели экономической динамики.	Нелинейные динамические модели и процессы. Уравнение модели экономической динамики. Макромодель экономического	3

	Моделирование макроэкономического роста.	роста. Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов. Методы исследования периодических процессов.	
6.	Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева	Инновационно-циклическая теория экономического развития. Эндогенные модели больших циклов Кондратьева. Модель Миньшикова – Клименко. Модель Дубовского. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний Равновесные модели экономики переходного периода. Инструментальные средства моделирования сложных систем. Экономика развития и роста	3
	Итого:		18

7. Лабораторный практикум

Не предусмотрено

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мультимедийная учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для проведения обучающимися самостоятельной работы и компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение

- ОС Windows, MS Office (программа корпоративного лицензирования (Microsoft Subscription) Enrollment for Education Solutions), браузер Firefox (лицензия MPL-2.0) или браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service); Adobe Reader (Adobe Software License Agreement),
- ОС Linux, офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0), ПО для просмотра pdf (например, evince (лицензия GPL-2+ CC-BY-SA-3.0)), app-editors/gedit (лицензия GPL-2+ CC-BY-SA-3.0), sci-visualization/gnuplot (лицензия gnuplot), Scilab scientific software sci-mathematics/scilab (лицензия GPL-2), Lazarus (лицензия GNU GPL, GNU LGPL)

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- Сайт библиотеки РУДН <http://lib.rudn.ru/>
- ТУИС <http://esystem.pfur.ru/>

10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Попов, А. М. Экономико-математические методы и модели : учебник для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под общей редакцией А. М. Попова. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 345 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14867-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/484234>
2. Кузнецов Б.Т. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ – 2012, 344 с.

б) дополнительная литература:

1. Самарский, А. А. Математическое моделирование: идеи, методы, примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – 2-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2005. – 320 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68976>
2. Карманов, В.Г. Математическое программирование : учебное пособие / В.Г. Карманов. - 6-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2008. - 264 с. - ISBN 978-5-9221-0983-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68140>
3. Decision Tree for Optimization Software. <http://plato.asu.edu/guide.html>
4. Измаилов, А.Ф. Численные методы оптимизации / А.Ф. Измаилов, В.М. Солодков. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2008. - 320 с. - ISBN 978-5-9221-0975-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69317>
5. Линейное программирование : Учебное пособие / С.А. Ашманов. - М. : Наука, 1981. - 304 с. : ил.
6. Основы линейного программирования / Б. Банди; Пер. с англ. О.В.Шихеевой; Под ред. В.А.Вольнского. - М. : Радио и связь, 1989. - 169 с.
7. Математические методы моделирования экономических систем : учебное пособие для вузов / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2008. - 432 с. : ил. - ISBN 978-5-279-02940-2
8. Линейное программирование / Ф.П. Васильев, А.Ю. Иваницкий. - М. : Факториал, 1998. - 176 с. : ил. - ISBN 5-88688-038-0
9. Задачи и методы линейного программирования / Д.Б. Юдин, Е.Г. Гольштейн. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Советское радио, 1964. - 736 с.
10. Данциг Д. Линейное программирование, его применения и обобщения. - М., Прогресс, 1966.
11. Лабскер Л.Г. Бабешко Л.О. Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом. М.:ДЕЛО, 2001.
12. Лугинин О.Е., Фомишина В.Н. Экономико-математические методы и модели. Теория и практика с решением задач. - М.: ФЕНИКС – 2009, 448 с.
13. Лунгу К. Н. Линейное программирование. Руководство к решению задач. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
14. Палий И. А. Линейное программирование. Учебное пособие / И. А. Палий. — М.: Эксмо, 2008.
15. Фомин Г.П. Математические методы и модели. М.: ФиС,2001.
16. Экономико-математическое моделирование: Учебник для студентов вузов/ Под общ. ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.: «Экзамен», 2004.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
Учебным планом на изучение дисциплины отводится один семестр (модуль). Контроль знаний осуществляется проведением итогового контроля знаний, в рамках семестра слушателями курса осуществляется подготовка и сдача практических работ.

11.1. Указания по выполнению практических работ.

При выполнении лабораторных работ необходимо придерживаться следующих этапов:

- Постановка проблемы, исходя из целей и задач конкретного исследования.

- Выбор включаемых в модель переменных, взаимосвязи между которыми подлежат изучению.
- Предварительный теоретический анализ сущности изучаемых явлений, по результатам которого формируется априорная информация и выдвигаются различные гипотезы.
- Выбор объекта исследования, сбор необходимой информации и предварительный анализ ее качества.
- Определение значений переменных по объектам наблюдения, моментам и периодам времени.
- Спецификация модели заключается в обосновании общего вида модели, связывающей зависимые и независимые переменные (входные и выходные, экзогенные и эндогенные).
- Идентификация модели включает ее статистический анализ и оценку параметров модели по имеющимся данным.
- Верификации модели осуществляется анализ ее точности и адекватности моделируемому явлению или процессу, строятся точечные и интервальные оценки (прогнозы) параметров эконометрической модели.
- Интерпретация полученных результатов и дается оценка возможности использования формализованных выводов в практических целях.

11.2. Рекомендации по оформлению расчетных, графических работ.

При оформлении расчетных, графических работ необходимо придерживаться следующих разделов:

- Оглавление, в котором студент излагает информацию обо всех разделах своей работы;
- Задание, в котором студент излагает поставленную перед ним задачу;
- Исходные данные, в котором студент предоставляет все существующие исходные данные, которые он использовал для проведения расчетов;
- Разделы, которые содержат практические решения и анализ полученных результатов;
- Представление результатов расчетов в наиболее удобной для восприятия форме с их анализом;
- Выводы, в котором студент кратко резюмирует сделанное;
- Список литературы;
- Приложения (если таковые имеются).

Также в отчете должна присутствовать информация о компьютерных пакетах, в которых производились расчеты, представленные решения задач должны быть подробными и содержать все используемые в работе формулы с расчетами и пояснениями, должна присутствовать проверка правильности примененных методов, все формулировки должны быть четкими обоснованными.

Все иллюстрации обозначаются словом «Рисунок» или кратко «рис.». Данная надпись помещается под иллюстрацией. Все иллюстрации должны быть подписаны. На все рисунки в тексте должны быть описания и ссылки. Нумерация всего иллюстративного материала ведется арабскими цифрами.

Все таблицы обозначаются словом «Таблица» или кратко «таб.». Данная надпись помещается над таблице справа. Все таблицы должны быть подписаны сверху. На все таблицы в тексте должны быть описания и ссылки. Нумерация всего табличного материала ведется арабскими цифрами. Возможна ситуация, когда таблица будет разделена (если строка или столбец выходят за рамки листа).

Весь иллюстративный и табличный материал может быть расположен как в самой работе, по тексту, так и в отдельно взятой части работы, которая называется

«Приложение». В формулах каждый символ должен быть разъяснен (делается это непосредственно под формулой, разъяснение каждого отдельного символа начинается с отдельной строки).

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Разработчик:

Доцент прикладной информатики
и теории вероятностей

К.П. Ловецкий

Заведующий кафедрой
прикладной информатики
и теории вероятностей, проф.

К.Е. Самуйлов

Руководитель программы
профессор
кафедры прикладной информатики
и теории вероятностей, проф.

Л.А. Севастьянов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Прикладные задачи математического моделирования

01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

(код и наименование направления подготовки)

«Теория вероятностей и математическая статистика»

(наименование профиля подготовки)

Магистр

Квалификация (степень)

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине
Прикладные задачи математического моделирования

Направление: 01.04.02 "Прикладная математика и информатика"

Код контр. компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства			Баллы	Баллы
			Выполнение ПЗ (ЛР)	Выполнение ДР	Итог. контр. знаний		
УК-1; УК-7; ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ПК-1	Введение в методы экономико-математического моделирования.	Методология математического моделирования.	12	8	20	9	23
		Этапы в развитии математического моделирования. Модель — Алгоритм — Программа.				1	
		Формальная и содержательная классификации моделей.				13	
	Элементарные математические модели.	Создание простейших моделей на основе фундаментальных законов природы.	12			13	16
		Использование вариационных принципов. Применение аналогий при построении моделей.				1	
		Иерархический подход к получению моделей.				2	
	Универсальность математических моделей.	Нелинейные популяционные модели.	12			1	15
		Аналогии между механическими, термодинамическими и экономическими объектами				1	
		Модели экономических циклов. Модели экономической динамики. Модели динамических процессов.				13	

<p>Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества.</p>	<p>Моделирование рыночного спроса. Подходы к моделированию рынка. Взаимозачет долгов предприятий.</p>	12				1	15
	<p>Макромодель равновесия рыночной экономики. Организация рекламной кампании.</p>					1	
	<p>Взаимоотношения в системе «хищник—жертва». Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций.</p>					13	
<p>Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста.</p>	<p>Гонка вооружений между двумя странами. Боевые действия двух армий. «Жесткие» и «мягкие» математические модели</p>	12				1	16
	<p>Нелинейные динамические модели и процессы. Уравнение модели экономической динамики. Макромодель экономического роста.</p>					13	
	<p>Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов.</p>					1	
	<p>Методы исследования периодических процессов.</p>					1	
<p>Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева</p>	<p>Инновационно-циклическая теория экономического развития.</p>	12				13	15
	<p>Эндогенные модели больших циклов Кондратьева. Модель Меншикова – Клименко.</p>					1	
	<p>Модель Дубовского. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний</p>					1	
ИТОГО		72	8	20	100	100	

Балльно-рейтинговая система

Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства			Баллы разделов
		Выполнение ПЗ (ЛР)	Выполнение ДР	Итог. контр. знаний	
Введение в методы экономико-математического моделирования.	Методология математического моделирования.	12	8	20	23
	Этапы в развитии математического моделирования. Модель — Алгоритм — Программа.				
	Формальная и содержательная классификации моделей.				
Элементарные математические модели.	Создание простейших моделей на основе фундаментальных законов природы.	12			16
	Использование вариационных принципов. Применение аналогий при построении моделей.				
	Иерархический подход к получению моделей.				
Универсальность математических моделей.	Нелинейные популяционные модели.	12			15
	Аналогии между механическими, термодинамическими и экономическими объектами				
	Модели экономических циклов. Модели экономической динамики. Модели динамических процессов.				
Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества.	Моделирование рыночного спроса. Подходы к моделированию рынка. Взаимозачет долгов предприятий.	12			15
	Макромодель равновесия рыночной экономики. Организация рекламной кампании.				

	Взаимоотношения в системе «хищник—жертва». Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций.				
Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста.	Гонка вооружений между двумя странами. Боевые действия двух армий. «Жесткие» и «мягкие» математические модели	12			16
	Нелинейные динамические модели и процессы. Уравнение модели экономической динамики. Макромодель экономического роста.				
	Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов.				
	Методы исследования периодических процессов.				
Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева	Инновационно-циклическая теория экономического развития.	12			15
	Эндогенные модели больших циклов Кондратьева. Модель Меншикова – Клименко.				
	Модель Дубовского. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний				
ИТОГО		72	8	20	100

Соответствие БРС системам оценок

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 - 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 - 85	4	69 - 85	4	C
51 - 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 - 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

Правила применения БРС

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считаются освоенными, если студент набрал более 50 % от возможного числа баллов по этому разделу (теме).
2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если он не освоил все темы и разделы дисциплины, указанные в сводной оценочной таблице дисциплины.
3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) изучаемой дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости или выданы дополнительные учебные задания по этим темам или разделам. При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл (51 % от максимального балла).
4. При выполнении студентом дополнительных учебных заданий или повторного прохождения мероприятий текущего контроля полученные им баллы засчитываются за конкретные темы. Итоговая сумма баллов не может превышать максимально-го количества баллов, установленного по данным темам (в соответствии с приказом Ректора № 564 от 20.06.2013). По решению преподавателя предыдущие баллы, полученные студентом по учебным заданиям, могут быть аннулированы.
5. График проведения письменных контрольных работ формируется в соответствии с календарным планом курса.
6. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
7. Разрешается переписывать контрольную работу (передать контрольный тест), если по ней получено менее половины планируемых баллов, при этом по усмотрению преподавателя аннулируются ранее полученные по этой контрольной работе баллы.
8. Использование источников (в том числе конспектов лекций и лабораторных занятий) во время выполнения письменной контрольной работы (контрольного теста) возможно только с разрешения преподавателя.
9. Время, которое отводится студенту на выполнение письменной работы (контрольного теста), устанавливается преподавателем. По завершении отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю (закончить тестирование), вне зависимости от того, завершена она или нет.
10. При выставлении баллов за посещение занятий учитывается наличие собственного лекционного материала и активная работа студента на занятиях.
11. Отсрочка в переписывании контрольных работ и сдаче домашнего задания считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки. В этом случае выполнение контрольных мероприятий осуществляется после выздоровления студента в срок, назначенный преподавателем.
12. Студент допускается к итоговой контрольной работе с любым количеством баллов, набранном в семестре, но при условии, что у студента имеется теоретическая возможность получить за весь курс не менее 31 балла.
13. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и студент должен повторить эту дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т. е. FX, то студенту разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов. Добор баллов осуществляется путем повторного однократного выполнения предусмотренных контрольных мероприятий, при этом по усмотрению преподавателя аннулируются соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.
14. Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. На подготовку ответа отводится 1 час, после чего может производиться устный опрос студента. Оценивается работа из 20 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.

Критерии оценки по дисциплине

95-100 баллов:

- полное выполнение домашних заданий;
- высокий уровень культуры исполнения домашних заданий;
- активное участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- точное и методически обоснованное определение цели и задач деятельности по дисциплины с учетом отраслевой специфики;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы (в том числе при необходимости нормативных и законодательных актов), рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

86- 94 балла:

- полное выполнение домашних заданий;
- высокий уровень культуры исполнения домашних заданий;
- участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- точное и методически обоснованное определение цели и задач деятельности по практике с учетом отраслевой специфики;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины и преподавателем.

69-85 баллов:

- частичное выполнение домашних заданий;
- высокий уровень культуры исполнения домашних заданий;
- участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать проблемы в рамках программы дисциплины;

- усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины;

51-68 баллов:

- частичное выполнение домашних заданий;
- участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- достаточно полные и систематизированные навыки и компетенции в объеме программы дисциплины;
- владение программным обеспечением по разделам программы практики, умение использовать его в решении учебных и профессиональных задач;
- использование необходимой научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, нормативных и законодательных актов, по разделам программы дисциплины;

31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:

- невыполнение домашних заданий;
- пассивность при выполнении общественных поручений, низкий уровень культуры исполнения заданий;
- недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
- неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
- слабое владение программным обеспечением по разделам программы дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) производственных задач;
- знание части основных нормативных и законодательных актов по разделам программы дисциплины.

0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:

- отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
- невыполнение домашних заданий; отказ от ответа по программе дисциплины;
- игнорирование мероприятий по дисциплине по неуважительной причине.

Примерный перечень оценочных средств

по дисциплине Прикладные задачи математического моделирования

п /п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
1	Практическая работа	Система практических заданий, направленных на формирование практических навыков у обучающихся	Фонд практических заданий
2	Экзамен	Оценка работы студента в течение семестра (года, всего срока обучения и др.) и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных им теоретических и практических знаний, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления, умение синтезировать полученные знания и применять их в решении практических задач.	Примеры заданий/вопросов, пример экзаменационного билета
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	Выполнение домашних заданий	<p>Различают задачи и задания:</p> <p>а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины;</p> <p>б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей;</p> <p>в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.</p>	Комплект разноуровневых задач и заданий

Комплект экзаменационных билетов

по дисциплине Прикладные задачи математического моделирования

По дисциплине «Прикладные задачи математического моделирования» предусмотрена итоговая аттестация (экзамен). Экзамен включает вопросы по всем темам дисциплины и проводится в соответствии с расписанием сессии.

Максимальное число баллов, набранных в семестре по дисциплине – 100. Студент допускается к экзамену с любым количеством баллов, набранном в семестре, но при условии, что у студента имеется теоретическая возможность получить не менее 31 балла.

Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. На подготовку ответа отводится 1 час, после чего может производиться устный опрос студента. Оценивается работа из 20 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.

Контроль усвоения знаний по дисциплине «Прикладные задачи математического моделирования» осуществляется в течение семестра в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения запланированных в учебном плане и рабочей программе работ.

Критерии оценки ответа на итоговом контроле знаний

Требования к результатам освоения дисциплины	Баллы (рейтинговая оценка)
Глубокое усвоение программного материала, логически стройное его изложение, правильные ответы на дополнительные вопросы.	18 – 20
Твердые знания программного материала, допустимы несущественные неточности в ответе на вопросы.	13 – 17
Знание только основного материала, допустимы неточности в ответе на вопросы, недостаточно правильные формулировки, нарушение логической последовательности в изложении теоретического материала.	9 – 12
Незнание основной части программного материала, неумение сформулировать правильные ответы на вопросы экзаменационного билета.	0 – 8

Максимальное число баллов – 20

Дисциплина «Прикладные задачи математического моделирования»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Вопрос
Принципы системного подхода. Понятие «система» - элемент, связь, цель.
2. Вопрос
Модель саморегуляции. Триггерная модель, система дифференциальных уравнений.

Составитель
Заведующий кафедрой

К.П.Ловецкий
К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Прикладные задачи математического моделирования»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

- 1 Вопрос
Основные этапы системного подхода. Формулировка проблематики, цели, критерии целеполагания. Построение модели и оптимизация процесса.
- 2 Вопрос
Модель автовозбуждения

Составитель
Заведующий кафедрой

К.П.Ловецкий
К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Прикладные задачи математического моделирования»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

- 1 Вопрос
Классификация моделей. Формальные модели, физические модели, теория систем
- 2 Вопрос
Физический подход к моделированию

Составитель
Заведующий кафедрой

К.П.Ловецкий
К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Прикладные задачи математического моделирования»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

- 1 Вопрос
Роль математики в моделировании
- 2 Вопрос
Принцип наименьшего действия, стационарность функционала.

Составитель
Заведующий кафедрой

К.П.Ловецкий
К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Прикладные задачи математического моделирования»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

- 1 Вопрос
Простейшие математические модели
- 2 Вопрос
Законы сохранения. Энергия и импульс.

Составитель
Заведующий кафедрой

К.П.Ловецкий
К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Прикладные задачи математического моделирования»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

- 1 Вопрос
Модель экспоненциального роста
- 2 Вопрос
Модель осциллятора

Составитель
Заведующий кафедрой

К.П.Ловецкий
К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Прикладные задачи математического моделирования»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

- 1 Вопрос
Модель конкуренции. Внутривидовая конкуренция. Межвидовая конкуренция. Популяционные волны.
- 2 Вопрос
Модель диффузии

Составитель
Заведующий кафедрой

К.П.Ловецкий
К.Е.Самуйлов

Набор типовых аудиторных контрольных заданий.

1. Методология математического моделирования.
2. Этапы в развитии математического моделирования. Модель — Алгоритм — Программа
3. Формальная классификация моделей
4. Содержательная классификация моделей
5. Нелинейные популяционные модели.
6. Иерархический подход к получению моделей.
7. Макромодель равновесия рыночной экономики
8. Предположения при построении простых математических моделей экономического равновесия
9. Макромодель экономического роста
10. Организация рекламной кампании
11. Модель Мальтуса
12. Взаимозачет долгов предприятий
13. Взаимоотношения в системе «хищник—жертва»
14. Принцип построения моделей «от простого — к сложному». Модель запуска спутника.
15. Нелинейные популяционные модели.
16. Этапы построения математических моделей.
17. Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций.
18. «Жесткие» и «мягкие» математические модели
19. Модель войны или сражения
20. Оптимизация как путь к катастрофе
21. Жесткие модели как путь к ошибочным предсказаниям
22. Опасность многоступенчатого управления
23. Антагонистические игры
24. Седловые точки и антагонистические игры
25. Смешанные расширения антагонистических игр
26. Методы решения матричных игр
27. Игры с вогнутой функцией выигрыша

Набор типовых заданий для самостоятельной работы студентов

1. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.
2. Задача оценивания параметров. Метод наименьших квадратов (МНК).
3. Система нормальных уравнений и ее решение. Свойства оценок параметров, полученных МНК.
4. Геометрическая интерпретация метода наименьших квадратов.
5. Разложение суммы квадратов отклонений наблюдаемых значений зависимой переменной от ее выборочного среднего.
6. Построение графиков функций в математических пакетах, с использованием графических пакетов в RAD Delphi.

Примерный перечень вопросов текущего контроля знаний:

1. Метод наименьших квадратов и его геометрическая интерпретация в многомерном случае. Система нормальных уравнений.
2. Матричное выражение для вектора оценок коэффициентов регрессии (без вывода). Ковариационная матрица оценок коэффициентов регрессии.
3. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Решение задач линейной алгебры. Интерполирование.
4. Численное дифференцирование и интегрирование. Равномерные и среднеквадратичные приближения функций.
5. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений.
6. Выдающиеся ученые – А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Математические модели.

Примерный перечень вопросов итогового контроля знаний:

1. Принципы системного подхода. Понятие «система» - элемент, связь, цель.
2. Основные этапы системного подхода. Формулировка проблематики, цели, критерии целеполагания. Построение модели и оптимизация процесса.
3. Классификация моделей. Формальные модели, физические модели, теория систем
4. Роль математики в моделировании
5. Простейшие математические модели.
6. Модель экспоненциального роста
7. Модель конкуренции. Внутривидовая конкуренция. Межвидовая конкуренция. Популяционные волны.
8. Модель саморегуляции. Триггерная модель, система дифференциальных уравнений.
9. Модель автовозбуждения
10. Физический подход к моделированию
11. Принцип наименьшего действия, стационарность функционала.
12. Законы сохранения. Энергия и импульс.
13. Модель осциллятора
14. Модель диффузии

Вопросы по темам/разделам

по дисциплине Прикладные задачи математического моделирования

Тема «Введение в методы экономико-математического моделирования.»

1. Методология математического моделирования
2. Этапы в развитии математического моделирования
3. Модель — Алгоритм — Программа
4. Формальная и содержательная классификации моделей

Тема «Элементарные математические модели»

1. Создание простейших моделей на основе фундаментальных законов природы
2. Использование вариационных принципов
3. Применение аналогий при построении моделей
4. Иерархический подход к получению моделей

Тема «Универсальность математических моделей»

1. Нелинейные популяционные модели
2. Аналогии между механическими, термодинамическими и экономическими объектами
3. Модели экономических циклов
4. Модели экономической динамики
5. Модели динамических процессов

Тема «Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества»

1. Моделирование рыночного спроса
2. Подходы к моделированию рынка
3. Взаимозачет долгов предприятий
4. Макромодель равновесия рыночной экономики
5. Организация рекламной кампании
6. Взаимоотношения в системе «хищник—жертва»
7. Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций

Тема «Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста»

1. Гонка вооружений между двумя странами
2. Боевые действия двух армий
3. «Жесткие» и «мягкие» математические модели
4. Нелинейные динамические модели и процессы
5. Уравнение модели экономической динамики
6. Макромодель экономического роста
7. Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов
8. Методы исследования периодических процессов

Тема «Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева»

1. Инновационно-циклическая теория экономического развития
2. Эндогенные модели больших циклов Кондратьева
3. Модель Меньшикова – Клименко
4. Модель Дубовского
5. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний

Комплект разноуровневых задач (заданий)

по дисциплине Прикладные задачи математического моделирования

По дисциплине «Прикладные задачи математического моделирования» предусмотрено выполнение письменных домашних заданий.

Контроль усвоения знаний по дисциплине «Прикладные задачи математического моделирования» осуществляется в течение семестра в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения запланированных в учебном плане и рабочей программе работ.

Оценка знаний студентов осуществляется в баллах с учетом:

12. Выполнения письменных домашних заданий (не более 8 баллов).

Критерии оценки письменных домашних заданий

Требования к результатам освоения дисциплины	Баллы (рейтинговая оценка)
<ol style="list-style-type: none">1. полное выполнение домашних заданий;2. высокий уровень культуры исполнения домашних заданий;3. систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;4. точное и методически обоснованное определение цели и задач деятельности по дисциплины с учетом отраслевой специфики;5. использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;6. безупречное владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;7. выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;8. полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;9. полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы (в том числе при необходимости нормативных и законодательных актов), рекомендованной программой дисциплины и преподавателем;	56-72
<ol style="list-style-type: none">10. частичное выполнение домашних заданий;11. высокий уровень культуры исполнения домашних заданий;12. систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;13. владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;14. способность самостоятельно решать проблемы в рамках программы дисциплины;15. усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины;	46-55
<ol style="list-style-type: none">16. частичное выполнение домашних заданий;17. достаточно полные и систематизированные навыки и компетенции в	31-45

Требования к результатам освоения дисциплины	Баллы (рейтинговая оценка)
<p>объеме программы дисциплины;</p> <p>18. владение программным обеспечением по разделам программы практики, умение использовать его в решении учебных и профессиональных задач;</p> <p>19. использование необходимой научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;</p> <p>20. способность самостоятельно применять типовые решения в рамках программы дисциплины;</p> <p>21. усвоение основной литературы, нормативных и законодательных актов, по разделам программы дисциплины;</p>	
<p>22. невыполнение домашних заданий;</p> <p>23. недостаточно полный объем или отсутствие навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;</p> <p>24. неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;</p> <p>25. слабое владение программным обеспечением по разделам программы дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) производственных задач.</p>	0-30

Максимальное число баллов – 70

Задачи к разделу «Математическая модель рекламной кампании»

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)N(t))(N - N(t))$$

где

$\frac{dN}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить;

t - время, прошедшее с начала рекламной кампании;

$N(t)$ - число уже информированных клиентов;

N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей;

$\alpha_1(N - N(t))$ - число покупателей, еще не знающих о товаре;

$\alpha_1(t) > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании;

$\alpha_2(t) > 0$ - характеризует интенсивность «сарафанного радио»;

$\alpha_2(t)N(t)(N - N(t))$ - потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей;

Задача №1.

Пусть параметры α_1, N_0, p, s , фиксированы. Найдите значение параметра α_2 , при котором функция $P_m(\alpha|2)$ достигает минимального значения, и убедитесь, что в этом случае текущая прибыль $P(t)$ максимальна в момент $t=0t$, т. е. на старте рекламной кампании.

Задача №2.

Неравенство $P_m > \alpha_1 s$ (зависящее от $\alpha_1 > 0$ нелинейным образом) является необходимым условием прибыльности рекламы. Считая параметры α_2, N_0, p, s фиксированными, найдите области значения параметра α_1 , в которых при росте α_1 заданное неравенство усиливается (ослабляется).

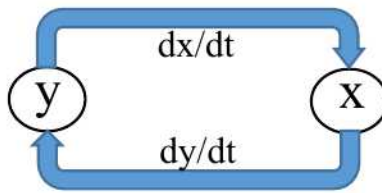
Задача №3.

Считая, что эффект насыщения от рекламы происходит при $N(t) \approx N_0$, найдите момент времени, когда продолжение кампании станет заведомо убыточным.

Задачи к разделу «Модели боевых действий»

Линейный закон Ланчестера

Существует общий вид моделей и парадигма, которые описывают законы или, как их еще называют, *модели Ланчестера*:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax + bxy + cy + d \\ \frac{dy}{dt} = ey + fyx + gx + h \end{cases}$$


где потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены ax и gx , члены $-cy$ и ey отражают потери на поле боя. Коэффициенты c и e указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно. a, g - константы, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Константы d и h отображают возможность прибытия подкрепления.

В древней битве, например, между фалангами воинов, вооруженных копьями, один человек может бороться одновременно только с одним человеком. Если каждый человек убивает ровно одного (или погибает от одного) противника, то ожидаемое число воинов, оставшихся в конце сражения, — это просто разница между численностью большей и меньшей армий (при идентичности применяемого оружия).

Линейный закон применяется также к неприцельному огню по территории противника. Коэффициент убыли зависит от плотности имеющихся целей в целевой области, а также от количества стреляющих орудий. Если две группировки, занимающие одинаковую площадь и использующие одинаковые орудия, ведут огонь случайным образом по площадной цели одинакового размера, они будут убывать одинаковыми темпами до тех пор, пока меньшая группировка в конце концов не будет ликвидирована: большая вероятность поражения одним выстрелом какой-

либо единицы крупной группировки уравнивается большим числом выстрелов, направленных на мелкую группировку.

Отсюда выводится закон “честного боя”: $A_0 - A_t = E(B_0 - B_t)$, где

A_0 - начальное число единиц стороны А

A_t - численность войск, остающихся в армии А в момент Т

B_0 - начальное число единиц стороны В

B_t - численность войск, остающихся в армии В в момент Т

E - качество оружия (Exchange Rate) = (поражающая способность оружия стороны В) ÷ (поражающая способность оружия стороны А)

(Истребительная сила) = (качество оружия) × (количество единиц)

В простейшей модели борьбы двух сторон, как уже часто упоминалось, используются модели Ланчестера и состояние системы описывается через точки (x, y) положительного квадранта плоскости, а координаты эти точек являются численностями противостоящих армий. Модель имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = -by \\ \dot{y} = -ax \end{cases}$$

где a – мощность оружия армии x , b – мощность оружия армии y . Говоря иначе, предполагается, что каждый солдат армии x убивает за единицу времени a солдат армии y и наоборот. x и y с точкой являются производными и отображают изменение величины армии за время t .

Эта модель является жесткой и имеет точное решение:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{by}{ax}, \quad ax \, dx = by \, dy, \quad ax^2 - by^2 = const$$

Эволюция численностей армий происходит вдоль гиперболы, заданной этим уравнением, а по какой именно гиперболе пойдет война, зависит от начальной точки

Задача №1.

Построить графики возможных исходов боевых действий в зависимости от начальных параметров в жесткой модели Ланчестера.

Задача №2.

Построить графики возможных исходов боевых действий в зависимости от начальных параметров в жесткой модели Ланчестера. Указать области начальных параметров, при которых побеждает армия А

Задача №3.

Построить графики возможных исходов боевых действий в зависимости от начальных параметров в жесткой модели Ланчестера. Указать области начальных параметров, при которых побеждает армия В.