

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 17.06.2022 10:55:48  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Российский университет дружбы народов»**

**Институт экологии**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Вариационное исчисление и оптимальное управление**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

**Моделирование и прогнозирование процессов в экологии и экономике**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2022 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины Вариационное исчисление и оптимальное управление являются: • получение представления о классических задачах вариационного исчисления и оптимального управления и об эффективных методах их решения • получение знаний о приложениях вариационного исчисления и оптимального управления в физике, инженерных задачах и экономике • умение решать конкретные задачи оптимизации

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Знать литературные и другие информационные источники по разрабатываемой теме исследований; профессиональную терминологию; основные понятия, методы и принципы математического моделирования, методы построения и исследования математических моделей в естественных науках.
		ОПК-2.2 Уметь применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач, грамотно использовать математические модели в научных исследованиях, ставить задачи исследования и оптимизации сложных объектов на основе методов математического моделирования; выявлять общие закономерности исследуемых объектов, выбирать методы исследования математических моделей.
		ОПК-2.3 Владеть основными методами научных исследований, статистической обработки экспериментальных данных, методами и алгоритмами интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели с помощью современных программных комплексов
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знать основные методы и принципы математического моделирования, области их применения, особенности объектов моделирования и методики исследования моделей; основные проблемы конкретной предметной области, требующие использования современных научных методов исследования; методы и средства теоретических научных исследований, позволяющие решать конкретные проблемы данной предметной области

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
		ОПК-3.2 Уметь ориентироваться в круге основных проблем, возникающих в различных областях профессиональной деятельности и использовать методы анализа и синтеза для получения новых научных знаний; разрабатывать математические модели типовых профессиональных задач, находить способы их решения и профессионально интерпретировать смысл полученного результата
		ОПК-3.3 Владеть методологией математического моделирования; навыками применения математического инструментария для создания и исследования новых математических моделей в области профессиональной деятельности, навыками построения и реализации основных математических алгоритмов; способами содержательной интерпретации полученных результатов; методами математической обработки результатов решения профессиональных задач; пакетами прикладных программ
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности	ПК-3.1 Знает современные тенденции развития, научные и прикладные достижения в области собственной научно-исследовательской деятельности, физико-математический аппарат для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира
		ПК-3.2 Умеет решать стандартные и не стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности, анализировать и систематизировать результаты собственных исследований, представляет материалы в виде научных отчетов, публикаций, презентаций
		ПК-3.3 Владеет математический аппаратом для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира, анализом отечественной и зарубежной научно-технической информации по профессиональной тематике

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Вариационное исчисление и оптимальное управление» относится к *вариативной* компоненте блока Б1 ОП ВО.

В рамках ОП ВО обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление».

*Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины*

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач		Численные методы решения задач математического моделирования Дополнительные главы математического моделирования Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности		Прикладные задачи математического моделирования Теория игр Дискретные математические модели Непрерывные математические модели Теория и методы разработки управленческих решений Дополнительные главы математического моделирования Технологии вычислительного эксперимента Прогнозирование в экономике Математические методы в управлении Финансовое моделирование и прогнозирование Прогнозирование в экологии Моделирование в задачах техносферной безопасности Управление природными ресурсами Научно-исследовательская работа Преддипломная практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения		Прикладные задачи математического моделирования Дополнительные главы математического моделирования

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	задач научной и проектно-технологической деятельности		Прогнозирование в экономике Математические методы в управлении Финансовое моделирование и прогнозирование Прогнозирование в экологии Моделирование в задачах техносферной безопасности Управление природными ресурсами Научно-исследовательская работа Преддипломная практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление» составляет 4 зачетных единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНОЙ** формы обучения

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1	2	3	4
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	34	34			
Лекции (ЛК)	17	17			
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	17	17			
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	90	90			
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	20	20			
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	ак.ч.	<b>144</b>	<b>144</b>		
	зач.ед.	<b>4</b>	<b>4</b>		

Таблица 4.2. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНО-ЗАОЧНОЙ** формы обучения\*

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1	2	3	4
Контактная работа, ак.ч.	24	24			
Лекции (ЛК)	12	12			
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	12	12			
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	93	93			
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	27	27			
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	144	144		
	зач.ед.	4	4		

\* - заполняется в случае реализации программы в очно-заочной форме

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
Постановка задач оптимального управления	Основные понятия и терминология. Примеры задач оптимального управления.	ЛК, СЗ
Классическое вариационное исчисление	Простейшая задача КВИ. Задача Больца. Изопериметрическая задача. Задача с подвижными концами. Расширение класса искомых функций.	ЛК, СЗ
Интегральное вариационное исчисление	Простейшая задача ИВИ. Аналог задачи Больца. Изопериметрическая задача. Задача с подвижными концами. Классы искомых функций.	ЛК, СЗ
Дифференцирование отображений	Производные отображений. Теорема о суперпозиции и теорема о среднем. Дифференцирование в произведении пространств. Оператор Немыцкого. Производные интегральных функционалов.	ЛК, СЗ
Гладкие задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств	Условия экстремума функционалов. Правило множителей Лагранжа.	ЛК, СЗ
Оптимизация в бесконечномерных пространствах	Градиентные методы. Задача ОУ с линейным уравнением состояний и квадратичным функционалом. Оптимальное управление температурой стержня.	ЛК, СЗ
Принцип максимума Понтрягина	Задача ОУ с закрепленным временем и свободным концом. Общий случай задачи ОУ. Простейшая задача о быстродействии.	ЛК, СЗ
Динамическое программирование Беллмана	Основная идея метода. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана. Примеры. Алгоритм метода динамического программирования.	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	MS Windows 10 64bit Microsoft Office 2010
Для самостоятельной работы обучающихся	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	MS Windows 10 64bit Microsoft Office 2010

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *Основная литература:*

С.Ю. Городецкий Лекции по вариационному исчислению и оптимальному управлению. Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2020.

[http://www.lib.unn.ru/students/src/Lectures\\_VarCalc&OptContr%20-%20GorodetskySYu.pdf](http://www.lib.unn.ru/students/src/Lectures_VarCalc&OptContr%20-%20GorodetskySYu.pdf)

### *Дополнительная литература:*

Галеев Э. М., Зеликин М. И., Конягин С.В. и др. Оптимальное управление, МЦНМО, 2008.

Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление, М.: Наука, 1979

Тиморин В.А. Выпуклые многогранники, записки лекций  
<http://www.hse.ru/data/2011/06/03/1212338172/convpoly.pdf>

Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи. Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2005

Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач, Наука, 1974

### *Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров:

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН  
<http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС «Троицкий мост»

2. Базы данных и поисковые системы:  
Yandex, Goole, MathNet.

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Оценочные материалы и балльно-рейтинговая система\* оценивания уровня сформированности компетенций (части компетенций) по итогам освоения дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление» представлены в Приложении к настоящей Рабочей программе дисциплины.

\* - ОМ и БРС формируются на основании требований соответствующего локального нормативного акта РУДН (положения/порядка).

### **РАЗРАБОТЧИКИ:**

Доцент департамента ЭБиМКП

---

Должность, БУП

**Ледащева Т.Н.**

---

Подпись

---

Фамилия И.О.

### **РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

Доцент департамента ЭБиМКП

---

Должность, БУП



---

Подпись

**Ледащева Т.Н.**

---

Фамилия И.О.



**Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине**  
**«Вариационное исчисление и оптимальное управление»**

**Описание балльно - рейтинговой системы.**

Знания студентов оцениваются по рейтинговой системе. Оценка знаний по рейтинговой системе основана на идее поощрения систематической работы студента в течение всего периода обучения.

При выставлении оценок используется балльно-рейтинговая система, в соответствии с Положением о БРС оценки качества освоения основных образовательных программ, принятого Решением Ученого совета университета (протокол №6 от 17.06.2013 г) и утвержденного Приказом Ректора Университета от 20.06.2013 года.

**Система оценок**

Баллы БРС	Традиционные оценки РФ	ESTC
95-100	5	A
86-94		B
69-85	4	C
61-68	3	D
51-60		E
31-50	2	FX
0-30		F
51-100	Зачет	Passed

**Правила применения БРС**

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считаются освоенными, если студент набрал более 50 % от возможного числа баллов по этому разделу (теме).
2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если он не освоил все темы и разделы дисциплины.
3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) изучаемой дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости или выданы дополнительные учебные задания по этим темам или разделам. При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл (51 % от максимального балла).
4. При выполнении студентом дополнительных учебных заданий или повторного прохождения мероприятий текущего контроля полученные им баллы засчитываются за конкретные темы. Итоговая сумма баллов не может превышать максимального количества баллов, установленного по данным темам.
5. График проведения мероприятий текущего контроля успеваемости формируется в соответствии с календарным планом курса. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.

6. Время, которое отводится студенту на выполнение мероприятий текущего контроля успеваемости, устанавливается преподавателем. По завершении отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю, вне зависимости от того, завершена она или нет.
7. Использование источников (в том числе конспектов лекций и лабораторных работ) во время выполнения контрольных мероприятий возможно только с разрешения преподавателя.
8. Отсрочка в прохождении мероприятий текущего контроля успеваемости считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки. В этом случае выполнение контрольных мероприятий осуществляется после выздоровления студента в срок, назначенный преподавателем. В противном случае, отсутствие студента на контрольном мероприятии признается не уважительным.
9. Студент допускается к итоговому контролю знаний с любым количеством баллов, набранных в семестре.

**Примерные вопросы для расчетно-графической работы:**

1. Для данного лагранжиана найти решение уравнения Эйлера и доказать, что оно является абсолютным минимумом.
2. Решить задачу о брахистохроне.
3. Решить задачу Больца.
4. Найти условный экстремум функции от нескольких переменных.
5. Найти решение уравнения Эйлера-Лагранжа и доказать, что оно является абсолютным минимумом.
6. Решить изопериметрическую задачу.
7. Решить задачу о быстродействии.
8. Найти решение экстремальной задачи, используя принцип максимума Понтрягина.
9. Найти минимум линейной функции на многограннике.
10. Решить задачу оптимальной транспортировки.
11. Записать эллиптическое уравнение в вариационном виде. Найти минимум энергетического функционала.