

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 29.05.2023 12:16:05  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»  
Факультет физико-математических и естественных наук**  
(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Вариационные методы в математическом моделировании**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки:**

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

**Теория вероятностей и математическая статистика**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2023 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Вариационные методы в математическом моделировании» является формирование у студентов практических навыков по применению вариационных методов к решению краевых задач.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Вариационные методы в математическом моделировании» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций): УК-1; УК-7; ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ПК-1.

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий	УК-1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации
		УК-1.2 Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности
		УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов
УК-7	Способен: искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информации и данных	УК-7.1 Знает принципы применения цифровых технологий для сбора, отбора и обобщения информации
		УК-7.2 Умеет применять цифровые технологии для поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики
		УК-7.3 Владеет навыками применения цифровых технологий и методов поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	<p>ОПК-1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК-1.2 Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3 Владеет навыками осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p>
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Способен совершенствовать и (или) разрабатывать новые математические методы для разработки и реализации алгоритмов решения задач (в том числе с использованием программных средств) в области профессиональной деятельности
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Способен модифицировать и (или) разрабатывать, анализировать и реализовывать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении
ОПК-4	Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	ОПК-4.1 Знает принципы сбора и анализа информации по проводимым исследованиям
ПК-1	Проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований	<p>ПК-1.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики и информационных технологий; владеет знанием основ философии и методологии науки; владеет методами научных исследований, умеет применять их на практике.</p> <p>ПК-1.3 Умеет применять полученные знания в области прикладной математики и информатики, а также решать стандартные задачи собственной научно-исследовательской деятельности; умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей по тематике исследований в соответствии с выбранной методикой</p>

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Вариационные методы в математическом моделировании» относится к обязательной части блока Б1 ОП ВО.

В рамках ОП ВО обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Вариационные методы в математическом моделировании».

*Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины*

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики	Последующие дисциплины/модули, практики <sup>1</sup>
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий	Научное программирование	Дополнительные главы математического моделирования; Компьютерные методы решения многомерных задач; Компьютерный анализ временных рядов
УК-7	Способен: искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключе-	Научное программирование	Дополнительные главы математического моделирования; Компьютерные методы решения многомерных задач; Компьютерный анализ временных рядов

<sup>1</sup> - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

<b>Шифр</b>	<b>Наименование компетенции</b>	<b>Предшествующие дисциплины/модули, практики</b>	<b>Последующие дисциплины/модули, практики</b>
	ния на основании поступающих информации и данных		
ОПК-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	Научное программирование	Дополнительные главы математического моделирования; Компьютерные методы решения многомерных задач; Компьютерный анализ временных рядов
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	Научное программирование	Дополнительные главы математического моделирования; Компьютерные методы решения многомерных задач; Компьютерный анализ временных рядов
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	Научное программирование	Дополнительные главы математического моделирования; Компьютерные методы решения многомерных задач; Компьютерный анализ временных рядов
ОПК-4	Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	Научное программирование	Дополнительные главы математического моделирования; Компьютерные методы решения многомерных задач; Компьютерный анализ временных рядов
ПК-1	Проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований	Научное программирование	Дополнительные главы математического моделирования; Компьютерные методы решения многомерных задач; Компьютерный анализ временных рядов

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Вариационные методы в математическом моделировании» составляет 4 зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)
		2
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	36	36
Лекции (ЛК)	18	18
Лабораторные работы (ЛР)	-	-
Практические/семинарские занятия (СЗ)	18	18
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	81	81
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	27	27
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	ак.ч.	<b>144</b>
	зач.ед.	<b>4</b>

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы <sup>2</sup>
Раздел 1. Элементы теории гильбертовых пространств	Тема 1.1. Базовые определения: векторное пространство, скалярное произведение, норма, гильбертово пространство.	ЛК
	Тема 1.2. Примеры гильбертовых пространств.	ЛК
	Тема 1.3. Линейная зависимость элементов гильбертова пространства.	ЛК, СЗ
	Тема 1.4. Сходимости, полнота.	ЛК
	Тема 1.5. Ортогональные и ортонормированные системы, ряд Фурье.	ЛК, СЗ
Раздел 2. Элементарные математические модели	Тема 2.1. Определения функционала и оператора в гильбертовом пространстве.	ЛК
	Тема 2.2. Свойства операторов и функционалов, теорема Рисса.	ЛК
	Тема 2.3. Положительные и строго положительные операторы.	ЛК, СЗ
	Тема 2.4. Энергетическое пространство оператора.	ЛК
Раздел 3. Модели физико-технических явлений	Тема 3.1. Теорема о функционале энергии.	ЛК
	Тема 3.2. Обобщенное решение задачи о минимуме функционала энергии.	ЛК

<sup>2</sup> - заполняется только по ОЧНОЙ форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – семинарские занятия.

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы
	Тема 3.3. Представление обобщенного решения в виде ортогонального ряда.	ЛК, СЗ
Раздел 4. Популяционные модели	Тема 4.1. Минимизирующая последовательность и ее сходимость.	ЛК
	Тема 4.2. Процесс Ритца.	ЛК, СЗ
Раздел 5. Нелинейные модели	Тема 5.1. Метод наименьших квадратов.	ЛК
	Тема 5.2. Метод Куранта.	ЛК
	Тема 5.3. Метод наискорейшего спуска.	ЛК

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Компьютер/ноутбук с доступом сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета, браузер, ПО для просмотра PDF, MS Teams.
Компьютерный класс	Компьютерный класс для проведения занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная персональными компьютерами (в количестве числа обучающихся), доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	ОС Windows или Linux, Компиляторы C, C++, Java, Python. Дополнительное ПО: офисный пакет MS Office или LibreOffice
Для самостоятельной работы обучающихся	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	ОС Windows или Linux, Компиляторы C, C++, Java, Python. Дополнительное ПО: офисный пакет MS Office или LibreOffice

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *Основная литература:*

1. Кулябов Д. С., Севастьянов Л. А. Численная реализация вариационных методов : учебное пособие. — Москва : РУДН, 2015. — 45 с.

### *Дополнительная литература:*

1. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов [Текст] / С.Г. Михлин. - М. : Наука, 1966. - 432 с. - 1.80.
2. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике [Текст] / С.Г. Михлин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1970. - 512 с. - 2.04.
3. Mihlin S.G. Variational methods in mathematical physics [Текст] / S.G. Mihlin; Transl. from the Russian by T.Boddington; Ed. introd. by Transl. ed. L.I.G.Chembers. - Книга на английском языке. - Oxford : Pergamon press, 1964. - 584 p. : il. - (Intern. series of monographs in pure and applied mathematics ; V. 50). - 13.00.
4. Болдырев, Ю. Я. Вариационное исчисление и методы оптимизации : учебное пособие для вузов / Ю. Я. Болдырев. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 240 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01707-6.
5. Горлач, Б. А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация : учебное пособие / Б. А. Горлач, В. Г. Шахов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-2168-8.

### *Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров:

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН  
<http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>

- ЭБС «Троицкий мост»

2. Базы данных и поисковые системы:

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации  
<http://docs.cntd.ru/>

- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>

- поисковая система Google <https://www.google.ru/>

- реферативная база данных SCOPUS  
<http://www.elsevierscience.ru/products/scopus/>



*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля<sup>3</sup>:*

1. Курс лекций по дисциплине «Вариационные методы в математическом моделировании».
2. Задания для выполнения практических работ по дисциплине «Вариационные методы в математическом моделировании».

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Оценочные материалы и балльно-рейтинговая система оценивания уровня сформированности компетенций (части компетенций) по итогам освоения дисциплины «Вариационные методы в математическом моделировании» представлены в Приложении к настоящей Рабочей программе дисциплины.

### **РАЗРАБОТЧИКИ:**

доцент кафедры прикладной  
информатики и теории вероятностей

Должность, БУП



Подпись

Д.В. Диваков

Фамилия И.О.

профессор кафедры прикладной  
информатики и теории вероятностей

Должность, БУП



Подпись

Л.А. Севастьянов

Фамилия И.О.

### **РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

Зав. кафедрой прикладной  
информатики и теории вероятностей

Наименование БУП



Подпись

К.Е. Самуйлов

Фамилия И.О.

### **РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

Профессор кафедры прикладной  
информатики и теории вероятностей

Должность, БУП



Подпись

Л.А. Севастьянов

Фамилия И.О.

<sup>3</sup> - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины в ТУИС.