

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Экологический факультет/институт

Рекомендовано МССН/МО

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины Математика

---

---

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

18.03.02- Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии,  
нефтехимии и биотехнологии  
(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность программы (профиль)

Ресурсосберегающие технологии и охрана окружающей среды, Альтернативная  
энергетика, Экологические проблемы утилизации и переработки отходов,  
Менеджмент природопользования  
(наименование образовательной программы в соответствии с направленностью (профилем))

**1. Цели и задачи дисциплины:** Целями освоения дисциплины являются:

- воспитание у студентов определенной культуры мышления, включающей умение аргументировать, обобщать, анализировать и т.п.;

- усвоение студентами основных понятий и методов математического анализа, линейной алгебры, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики;

- формирование у студентов навыков практического решения математических задач и использования различных математических методов;

- овладение студентами математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

**2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:**

Дисциплина Математика относится к базовой части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

**Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций**

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-2 способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	—	Физика Неорганическая химия Органическая химия Физическая химия Коллоидная химия Физико-химические методы анализа Инженерная графика Прикладная механика Электротехника и промышленная электроника Процессы и аппараты защиты окружающей среды Моделирование энерго- и ресурсосберегающих процессов в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии Системы управления химико-технологическими процессами Экология Химия окружающей среды Радиоэкология Основы биохимии Геологические основы природопользования Геохимия окружающей среды Методы математической

			статистики Радиационная безопасность Геоэкология
--	--	--	--

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2

(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН/ФГОС ВО)

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные фундаментальные основы высшей математики, включая основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений.

**Уметь:** проводить анализ функций, решать основные уравнения и системы дифференциальных уравнений применительно к реальным процессам; применять математические методы при изучении других дисциплин

**Владеть:** первичными навыками и основными методами решения математических задач из дисциплин профессионального цикла и профильной направленности, типовых профессиональных задач

### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2		
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	105	51	54		
В том числе:	-	-	-	-	-
<i>Лекции</i>	35	17	18		
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	70	34	36		
<i>Семинары (С)</i>					
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>					
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>		93	90		
Общая трудоемкость	288 час 6 зач. ед.				

### 5. Содержание дисциплины

#### 5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Линейная и векторная алгебра	<p>Определители второго и третьего порядков и их свойства. Вычисление определителей третьего порядка разложением по строке (столбцу). Понятие об определителе n-го порядка.</p> <p>Матрицы и действия над ними. Решение системы алгебраических линейных уравнений методом Гаусса, с помощью обратной матрицы, по формулам Крамера.</p> <p>Собственные значения и собственные векторы матриц</p> <p>Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Разложение вектора по базису. Орт вектора.</p> <p>Векторы в прямоугольной системе координат. Скалярное векторное и смешанное произведения векторов; их определения, основные свойства, способы вычисления и</p>

		применения к решению физических и геометрических задач
2.	Аналитическая геометрия	Прямая на плоскости (различные виды уравнений прямой). Взаимное расположение двух прямых. Плоскость и прямая в пространстве, их уравнения и взаимное расположение. Кривые и поверхности 2-го порядка; их канонические уравнения и построение
3.	Комплексные числа	Понятие комплексного числа. Арифметические действия над комплексными числами. Формула Жордано. Комплексная плоскость. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Эйлера. Корень из комплексного числа.
4.	Введение в анализ и дифференциальное исчисление функций одной переменной.	Множества и действия над ними. Диаграммы Эйлера-Венна. Числовые и точечные множества. Функция одной переменной. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых. Признаки существования пределов. Приращение функции. Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва, их классификация. Производная функции, ее геометрический и механический смыслы. Правила дифференцирования. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа) и их геометрическая иллюстрация. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функции на интервале. Экстремум, наибольшее и наименьшее значение функции одной переменной на интервале. Выпуклость, точки перегиба кривой. Асимптоты. Общая схема исследования и построения графика функции одной переменной
5.	Функции нескольких переменных	Функция нескольких переменных, область определения. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции в точке и в области. Частные производные; их геометрический смысл. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Сложные и неявные функции нескольких переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности (определение, уравнения). Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных (определения, вычисление, свойства).
6.	Интегральное исчисление	Первообразная, неопределенный интеграл. Методы интегрирования, использование таблиц интегралов.

		Задача о площади криволинейной трапеции, приводящая к понятию определенного интеграла по отрезку. Определенный интеграл по отрезку (определение, основные свойства, вычисление, формула Ньютона – Лейбница, приложения). Задачи об объеме тела и массе геометрической фигуры, приводящие к понятиям двойного, криволинейного, поверхностного и тройного интегралов. Основные свойства и вычисление.
7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Определение дифференциального уравнения, его порядка и решения. Задача Коши и теорема Коши для уравнений 1-го порядка. Общее и частное решения. Основные типы дифференциальных уравнений 1 -го порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения второго порядка. Задача Коши. Общее и частное решения. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Теоремы о структуре общего решения линейного однородного и линейного неоднородного уравнений n-го порядка. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения. Методы решения линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами второго порядка. Понятие об устойчивости нулевого решения.
8.	Числовые и функциональные ряды.	Числовой ряд, сходимость, сумма. Основные свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости числовых рядов. Степенные ряды. Интервал сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.

## 5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. Зан.	Лаб. Зан.	Семина	СРС	Всего час.
1.	Линейная и векторная алгебра	4	8			20	32
2.	Аналитическая геометрия	2	4			12	18
3.	Комплексные числа	2	2			4	8
4.	Введение в анализ и дифференциальное исчисление функций одной переменной.	8	16			46	70
5.	Функции нескольких переменных	2	4			10	16
6.	Интегральное исчисление	8	16			40	64

7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	6	14			38	58
8.	Числовые и функциональные ряды.	4	6			12	22

**6. Лабораторный практикум не предусмотрен**

**7. Практические занятия (семинары)**

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
1.	1	Матрицы и действия над ними. Определители. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.	2
2	1	Обратная матрица. Матричные уравнения. Метод элементарных преобразований строк	2
3	1	Векторы и действия над ними.	1
4	1	Векторная алгебра	2
5	1	Контрольная работа	2
6.	2	Аналитическая геометрия на плоскости	2
7	2	Аналитическая геометрия в пространстве.	2
8	3	Комплексные числа	2
9	3	Вычисление пределов последовательностей и функций на бесконечности.	2
10	3	Вычисление предела функции в точке. Эквивалентности.	2
11	3	Табличное дифференцирование. Производная сложной функции.	4
12	3	Дифференциал. Приложения производной и дифференциала. Вычисление пределов по правилу Лопиталья.	2
13	3	Исследование функции по первой производной и построение графика.	4
14	3	Контрольная работа	2
15	4	Функции двух переменных	2
16	4	Приложения производных функций двух переменных	2
17	5	Табличное интегрирование. Метод подведения под дифференциал	2
18	5	Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям.	2
19	5	Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование рациональных выражений	2
20	5	Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.	2
21	5	Определенный интеграл. Несобственные интегралы.	2
22	5	Контрольная работа.	2
23	5	Кратные интегралы	2
24	5	Применение определенного интеграла и кратных интегралов.	2
25	6	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные	2

		уравнения.	
26	6	Линейные дифференциальные уравнения 1 порядка и уравнения Бернулли	2
27	6	Уравнения в полных дифференциалах.	2
28	6	Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами	2
29	6	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.	2
30	6	Контрольная работа	2
31	6	Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами	2
32	7	Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные ряды.	2
33	7	Сходимость степенных рядов. Вычисление сумм степенных и числовых рядов.	2
34	7	Разложение функций в степенные ряды. Приближенные вычисления при помощи степенных рядов.	2

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Наличие лекционных курсов и прочих материалов из пакета методической литературы с использованием компьютерных технологий и тестирующих программ.

### **9. Информационное обеспечение дисциплины**

а) программное обеспечение не требуется

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы не требуется

### **10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:**

а) основная литература

1. Т.Н. Ледащева, А.Ю.Потапова, В.И. Чемоданова, О.Л.Карелова. Высшая математика: конспект лекций. М., Изд-во РУДН, 2013.

2. Т.Н. Ледащева, Л.В. Брагина, В.И. Чемоданова. Практикум по высшей математике. 1,2 семестр. – М., 2018

3. Т.Н. Ледащева, М.В. Сорокина, Л.В. Брагина, В.И. Чемоданова. Краткий конспект лекций и практикум по курсу высшей математики. 2 семестр. Темы «Интегральное исчисление», «Ряды», «Дифференциальные уравнения». М., МАКС Пресс, 2013

б) дополнительная литература

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. М.: Айрис-пресс, 2013, 2014, 2015

2. Т.Н. Ледащева, Л.В.Брагина. Практикум по курсу "Высшая математика": Учебное пособие М. : Изд-во РУДН, 2015.

### **11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Важным условием успешного освоения дисциплины «Математика» является самостоятельная работа студентов. В частности, выполнение как домашних заданий по пройденному на практическом занятии материалу, так и предлагаемые задания для подготовки к практическим занятиям, при выполнении которых обучающиеся самостоятельно отвечают на вопросы по лекции, рассматривают приведенные примеры и выполняют простые упражнения, направленные на усвоение базовых понятий и навыков.

## 12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Процесс формирования компетенций разделяется на этапы, относящиеся к различным учебным дисциплинам согласно матрице компетенций ОП ВО. Наполнение каждого этапа соответствует содержанию дисциплины. Наполнение этапов формирования компетенций в рассматриваемой дисциплине, критерии оценивания уровня сформированности компетенций и средства оценивания представлены в следующих таблицах.

### Критерии оценивания компетенций:

Шифр и наименование компетенции	Критерии оценивания компетенций на текущем этапе формирования			Оценочные средства
	Пороговый (удовлетворительно)	Базовый (хорошо)	Повышенный (отлично)	
ОПК-2 способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	Способен понять поставленную задачу в терминах материала курса, знает методы ее решения	Знает область применения на практике основных положений и методов курса. Умеет решать поставленные задачи в рамках материала курса	Способен распознать необходимость применения пройденных математических методов при решении практических задач в рамках других осваиваемых на текущем этапе дисциплин. Владеет устойчивыми навыками решения задач в рамках материала курса	ОС, К, РГР

Оценочные средства: ОС – ответ на семинаре, К – контрольная работа, РГР – расчетно-графическая работа

**Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности характеризующих этапы формирования компетенций**



**Балльно-рейтинговая система контроля знаний (1 семестр)**

№ раздела	Тема	Форма контроля				
		Работа на занятии	Выполнение контрольных работ	Выполнение расчетно-графических работ	Экзамен	Баллы раздела
1	Матрицы и действия над ними. Определители. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.	1	18			22
	Обратная матрица. Матричные уравнения. Метод элементарных преобразований строк	1				
	Векторы и действия над ними.	1				
	Векторная алгебра	1				
2	Аналитическая геометрия на плоскости	1		14		16
	Аналитическая геометрия в пространстве.	1				
3	Комплексные числа	1		3		4
4	Вычисление пределов последовательностей и функций на бесконечности.	1	18	9		34
	Вычисление предела функции в точке. Эквивалентности.	1				
	Табличное дифференцирование. Производная сложной функции.	2				
	Дифференциал. Приложения производной и дифференциала. Вычисление пределов по правилу Лопиталя.	1				
	Исследование функции по первой производной и построение графика.	2				
5	Функции двух переменных	1		8		10
	Приложения производных функций двух переменных	1				
	<b>Итого</b>	<b>100</b>	16	36	34	14

**Балльно-рейтинговая система контроля знаний (2 семестр)**

№ раздела	Тема	Форма контроля				
		Работа на занятии	Выполнение контрольных работ	Выполнение расчетно-графических работ	Экзамен	Баллы раздела
6	Табличное интегрирование. Метод подведения под дифференциал	1	18	8		33
	Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям.	1				
	Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование рациональных выражений	1				
	Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.	1				
	Определенный интеграл. Несобственные интегралы.	1				
	Кратные интегралы	1				
	Применение определенного интеграла и кратных интегралов.	1				
7	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения.	1	18	9		33
	Линейные дифференциальные уравнения 1 порядка и уравнения Бернулли	1				
	Уравнения в полных дифференциалах.	1				
	Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами	1				
	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.	1				
	Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами	1				
8	Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные ряды.	1		17		20
	Сходимость степенных рядов. Вычисление сумм степенных и числовых рядов.	1				
	Разложение функций в степенные ряды. Приближенные вычисления при помощи степенных рядов.	1				
<b>Итого</b>		<b>16</b>	<b>36</b>	<b>34</b>	<b>14</b>	

### шкалы оценивания

Оценочное средство	Шкала оценивания			
	Ниже порогового	Пороговый	Базовый	Высокий
Работа на семинаре, групповое обсуждение, решение общих задач	Отсутствие участия 0	Единичное высказывание 0,5	Активное участие в обсуждении 1	Высказывание неординарных суждений 1
Работа на семинаре, решение индивидуальных задач	Неправильное решение 0	Решение с ошибками 0,5	Решение с вычислительной ошибкой 1	Решение без ошибок 1
Контрольная работа, расчетно-графическая работа	Отсутствие решения, неправильное решение 0-4	Неполное решение, решение с ошибками 5-12	Решение с вычислительными ошибками 13-16	Решение без ошибок 18/17
Экзамен	Отсутствие ответа, ответ с грубыми ошибками 0-5	Ответ с ошибками 6-9	Неполный ответ, ответ с замечаниями 10-13	Ответ без замечаний 14

### Контрольные вопросы

1. Что такое матрица? Что такое сумма, произведение матриц?
2. Что такое определитель? Как вычислить определитель 2 порядка? 3 порядка?
3. Что такое обратная матрица? Как найти обратную матрицу?
4. Что такое вектор? Координаты вектора?
5. Что такое скалярное произведение векторов? Как его вычислить, если векторы заданы своими координатами? Как найти угол между векторами?
6. Что такое векторное произведение векторов? Как его найти, если векторы заданы своими координатами? В чем состоит геометрический смысл векторного произведения?
7. Как написать уравнение прямой на плоскости, проходящей через две данные точки? Через данную точку перпендикулярно данному вектору? Через данную точку с данным угловым коэффициентом?
8. Как выглядят канонические уравнения и графики эллипса, гиперболы, параболы?
9. Что такое комплексное число? Комплексная плоскость?
10. Что такое тригонометрическая форма комплексного числа? Форма Эйлера?
11. Как найти корень  $n$ -й степени из комплексного числа?
12. Дайте определение предела последовательности.
13. Дайте определение предела функции в точке.
14. Таблица эквивалентностей
15. Определение производной функции
16. Таблица производных
17. Правила дифференцирования
18. В чем состоит геометрический смысл производной?
19. Правило Лопиталя
20. Что такое дифференциал функции?
21. Что такое неопределенный интеграл?
22. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования)
23. Формула интегрирования по частям
24. Таблица интегралов (12)

25. Что такое определенный интеграл?
26. Формула Ньютона-Лейбница для определенного интеграла
27. Геометрический смысл определенного интеграла
28. Замена переменной в определенном интеграле
29. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла
30. Что такое несобственный интеграл 1 рода? Что такое сходимость несобственного интеграла?
31. Что такое обыкновенное дифференциальное уравнение n-го порядка?
32. Что такое решение ОДУ?
33. Что такое задача Коши для ОДУ 1 порядка? n-го порядка?
34. Что такое частное решение ОДУ? Общее решение ОДУ?
35. Что такое уравнение с разделяющимися переменными? Как его решать?
36. Что такое однородное уравнение? Как его решать?
37. Что такое линейное дифференциальное уравнение 1 порядка? Как его решать?
38. Что такое уравнение в полных дифференциалах? Как его решать?
39. Что такое линейное дифференциальное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами?
40. Как найти общее решение однородного линейного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами?
41. В чем состоит метод вариации произвольных постоянных для решения линейного n-го порядка с постоянными коэффициентами?
42. Как подобрать частное решение для линейного уравнения с правой частью специального вида?
43. Что такое числовой ряд? Дать определение сходимости числового ряда
44. Необходимый признак сходимости (формулировка).
45. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: признаки сравнения, признак Коши, признак Даламбера, интегральный признак (формулировки)
46. Что такое абсолютная и условная сходимость? Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда (формулировка).
47. Что такое степенной ряд? Что такое радиус сходимости степенного ряда? Как его найти?
48. Что такое ряд Тейлора, ряд Маклорена?
49. Разложения в ряд Маклорена основных элементарных функций

### **Контрольные задания**

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений, используя правило Крамера, обратную матрицу, метод Гаусса:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}; \begin{cases} 5x + y = 4 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}; \begin{cases} 5x + y - 3z = 4 \\ 3x - 2y - 5z = 5 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}; \begin{cases} x - 2y - z = -3 \\ 2x + 3y - 5z = -5 \\ x + 5y - 3z = 4 \end{cases}$$

2. Даны векторы:  $a(-1, 2, 2)$ ,  $b(6, -8, 0)$ . Найти площадь треугольника, который образуют эти векторы, отложенные из одной точки
3. Даны векторы:  $a(-1, 3, 2)$ ,  $b(-3, 1, -1)$ . Найти: векторное произведение  $[(a+b); (a-b)]$ ; скалярное произведение  $((a+b); (a-b))$
4. Вычислить пределы:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 2n^3 - 1} - 2n^2}{3n^2 + 15n}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 1}{3x^3 + x^5 - 4}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\operatorname{arctg} 3x + x^2};$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{x - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1-3x)}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + 2x^2 - 3x}{x^3 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x - 3}}{\sqrt[5]{x^5 + 3} + x};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 - x)^3 (2x + 3)^2}{\sqrt{x^4 - x^2} (5x^3 - 3)^2}$$

5. Дана функция  $y=y(x)$ . Найти: первую производную  $y'$ ; первый дифференциал  $dy$

$$y = \ln(\sqrt{1+e^x} - 1); \quad y = \ln \sqrt{1+x+x^2}; \quad y = \sqrt{\cos 2x + 1}; \quad y = \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right); \quad y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1});$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}); \quad y = \sin^3 \frac{x}{3}; \quad y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}; \quad y = \operatorname{tg}^6 \frac{x}{6}; \quad y = \operatorname{tg}^2 \sqrt{x};$$

$$y = \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2};$$

$$y = \arcsin \sqrt{x-x^2}; \quad y = \ln \frac{1+2x}{1-2x}; \quad y = \operatorname{arctg} \frac{\ln x}{3}; \quad y = 2^{\sqrt{3x+1}}; \quad y = \ln(\sqrt{2 \sin x + 1} + \sqrt{2 \sin x - 1});$$

$$y = e^{x^2} \cdot (2x + 1); \quad y = \arcsin \frac{2x^2}{1+x^4}; \quad y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}$$

6. Даны три вектора:  $(1, -2, 0)$ ,  $(2, 3, -1)$ ,  $(3, 0, a)$ . Найти такое значение параметра  $a$ , чтобы эти векторы были компланарны.

7. Даны 3 точки вершины прямоугольной трапеции ABCD (основания AD и BC). Найти четвертую вершину:  $A(-4, 5)$ ,  $B(0, 8)$ ,  $C(4, 6)$

8. Даны 3 точки; найти расстояние от точки A до прямой BC:  $A(-8, 12)$ ,  $B(2, -3)$ ,  $C(-5, 1)$

9. Даны 2 точки вершины прямоугольного равнобедренного треугольника (угол B – прямой). Найти третью вершину:  $A(-2, 1)$ ,  $B(4, -2)$

10. Найти точку M, симметричную точке D относительно плоскости ABC:  $A(3, -5, 1)$ ,  $B(0, 1, 4)$ ,  $C(1, -1, 7)$ ,  $D(6, -1, 5)$

11. Найти точку M, симметричную точке C относительно прямой AB:  $A(-4, 4, 9)$ ,  $B(-1, 10, 1)$ ,  $C(-7, -10, 11)$

12. Даны уравнения двух прямых. Найти расстояние от начала координат до плоскости, которой принадлежат эти прямые:

$$\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-1}, \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+2}{-1}$$

13. Даны 3 точки; найти уравнение плоскости, параллельной плоскости ABC и отстоящей от нее на такое же расстояние, на какое плоскость ABC отстоит от начала координат:  $A(1, -4, -2)$ ,  $B(0, 1, 3)$ ,  $C(4, 6, 6)$

14. Написать уравнение касательной к эллипсу  $x^2 + 4y^2 - 100 = 0$ , которая была бы параллельна прямой  $3x + 4y - 1 = 0$

15. Дано уравнение кривой  $9x^2 - 4y^2 - 36x + 24y - 36 = 0$ . Построить эту кривую и написать уравнение касательной к ней, проходящей через точку  $(1/3; 5)$

16. Написать уравнение общей касательной к эллипсу  $x^2 + 4y^2 - 4 = 0$  и параболу  $9x^2 = -320y$

$$\ln(x^2 + y^2) + y = 1, (0, 1);$$

$$\sin^2(x + y) = y, (\pi, 0);$$

$$y^3 = 3 \frac{x-y}{x+y}, (2, 1);$$

$$\ln \frac{x}{y} + e^{-\frac{y}{x}} = e, (1, 1); \quad \arcsin(x + y^2) + \frac{x}{y} = 1, (-1, 1); \quad \cos x \cdot \sin y = y^2 - x, (1, 0)$$

17. Вычислить:  $(2-3i)^2$ ;  $(2i+1)/(2i-1)$ ;  $(5+i)^2/i$ ;

18. Решить уравнение в поле комплексных чисел:  $x^4-1=0$ ;  $x^2+3x+5=0$ ;  $x^3+8=0$

19. Перевести в форму Эйлера:  $1+i$ ;  $1-i$ ;  $-2i$ ;  $1+i\sqrt{3}$ ;  $4$

20. Исследовать функцию и построить график:

$$y = \frac{x^2}{(x-2)^2}; \quad y = \frac{e^{x^2}}{2x}; \quad y = 2 + \sqrt[3]{x-4}; \quad y = (2x+3)\operatorname{arctg}x; \quad y = \ln \frac{2x}{x-2};$$

$$y = \ln(2x^2 - 3x + 1); \quad y = (x-3)e^x$$

21. Найти неопределенный интеграл:  $\int \cos(3-5x)dx$ ;  $\int e^{3-1,5x}dx$ ;  $\int (2+2^{0,5x-1})dx$ ;  $\int (2-3x)^5 dx$ ;

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3-x}}; \int \sqrt{3-5x}dx; \int \frac{dx}{5x^2+3}; \int \frac{dx}{8x^2-9}; \int \frac{dx}{\sqrt{7-9x^2}}; \int \frac{3x+2}{3x+1}dx; \int \frac{1-5x}{3x+2}dx;$$

$$\int (2x-1)^3 dx; \int \frac{dx}{5x-2}; \int \sqrt{(8-3x)^5} dx; \int e^{-x} dx; \int \cos\left(\frac{\pi-2x}{3}\right)dx; \int \sin(3-2x)dx;$$

$$\int (2+3x)^4 dx; \int \sin(3-\pi)x dx; \int 3^{2x-5} dx$$

22. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^{\pi} x \cos 3x dx$ ;  $\int_0^1 (x-1)e^{2x} dx$ ;  $\int_0^{0,5} x \sin 2\pi x dx$ ;  $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin \frac{x}{2} dx$ ;

$$\int_e^{2e} x \ln x dx; \int_{-1}^1 x e^{1-x} dx; \int_{-\pi/2}^0 (x + \frac{\pi}{2}) \sin 5x dx; \int_0^2 (2-x) \cos \frac{\pi x}{2} dx; \int_1^3 (x-1) \sin \frac{\pi x}{3} dx;$$

$$\int_0^1 x \cos \pi x dx$$

23. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3\sqrt{x}}; \int_5^{\infty} \frac{dx}{x^2-9}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{2x^2+5}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2-2x+4}; \int_0^{\infty} \frac{xdx}{x^2+4}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x+1)}; \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+3};$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x-5}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+4}}; \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}; \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+6x}; \int_0^{\infty} x e^{-x} dx; \int_1^{\infty} \frac{xdx}{x^4+1}$$

24. Найти общее решение:  $y'' - y = 0$ ;  $3y'' - 2y' - 8y = 0$ ;  $y'' - 4y' + 3y = 0$ ;  $y'' + 2y' + y = 0$ ;

$$y'' - 2y' - 2y = 0; 4y'' - 8y' + 5y = 0; y'' - 2y' + 2y = 0; y'' - 2y' + 3y = 0; y'' - 4y' + 4y = 0;$$

$$y'' - 2y' - 3y = 0; y'' + 4y = 0; y'' - 2y' = 0; y'' - 4y = 0; y'' + y = 0; y'' + y' = 0$$

25. Указать вид частного решения:

$$y'' + 2y' + y = -2; \quad y'' + y'' = 1; \quad y'' + 9y - 9 = 0; \quad y'' - 6y''' + 6 = 0; \quad y'' - 4y' + 4y = x^2;$$

$$y'' + 8y' = 8x; \quad y'' + 4y' + 4y = 8e^{-2x}; \quad y'' + 4y' + 3y = 9e^{-3x}; \quad y'' + 3y' = 3xe^{-3x};$$

$$y'' + y' + y = (x+x^2)e^x; \quad y''' - y' = -2x; \quad y'' + 4y' - 2y = 8 \sin 2x; \quad y'' + y = 4x \cos x;$$

$$y'' - y' = e^x \sin x; \quad y'' + 2y' = 4e^x (\cos x + \sin x); \quad y' - y'' = xe^x; \quad y'' - 5y' + 6y = (12x-7)e^{-x};$$

$$y'' + 9y = 6e^{3x}; \quad y'' - 4y' + 5y = 2x^2 e^x; \quad y'' + y = 2 \cos x;$$

26. Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{n^4+1}}; \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n^2+n}}; \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{4n-1}\right)^{2n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$$

27. Найти интервал сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} x^n; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{nx^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(n+1)4^n};$$

28. Разложить в ряд Маклорена:

$$\sin \frac{x}{3}; y = \cos 2\sqrt{x}; y = xe^{-2x}; y = x \ln(1-x); y = \ln \frac{1+x}{1-x}; \sqrt{1+x^2};$$

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН/ФГОС.

**Разработчики:**

Доцент кафедры

прикладной экологии

должность, название кафедры



подпись

Т.Н. Ледашева

инициалы, фамилия

**Руководитель программы**

\_\_\_\_\_  
должность, название кафедры

\_\_\_\_\_  
подпись

\_\_\_\_\_  
инициалы, фамилия

**Заведующий кафедрой**

Прикладной экологии

название кафедры

название кафедры



подпись

М.М. Редина

инициалы, фамилия

инициалы, фамилия