

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН

*02.00.00 «Компьютерные и информаци-
онные науки»*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Рекомендуется для направления подготовки

02.03.01 — Математика и компьютерные науки

(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)

Квалификация (степень) выпускника _____ бакалавр

(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)

1. Цели и задачи дисциплины: сформировать представление о комплексе идей и методов классической геометрии плоскости и пространства, развить математическую культуру студента и подготовить его к усвоению других основных математических курсов. Реализация указанной цели включает последовательное изложение теоретического материала на лекциях, при котором все основные результаты снабжаются строгими доказательствами; отработку приемов решения задач на практических занятиях; промежуточный и итоговый контроль выявляют степень усвоения полученных навыков.

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Аналитическая геометрия» относится к обязательной части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1.	-	Дифференциальные уравнения, Функциональный анализ, Математический анализ, Теория конечных графов, Математическое моделирование, Государственный экзамен

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций

ОПК-1

(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН)

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, **аналитической геометрии**, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

- ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук
- ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности
- ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: понятия прямой, плоскости, угла, векторного произведения, вектора, скалярно-го произведения, движения, кривой второго порядка.

Уметь: находить скалярные произведения векторов в пространствах произвольной размерности и векторные произведения векторов в трехмерном пространстве, уметь записывать уравнения прямой на плоскости, плоскости в трехмерном пространстве, прямой в трехмерном пространстве, приводить кривые к нормальному виду согласно аффинной, метрической и проективной классификациям, классифицировать движения в двумерном и трехмерном пространстве.

Владеть: основами векторной алгебры, аналитическими и алгебраическими методами классификации кривых.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (Мо- дуль)
		Семестр 1 (мо- дуль 1)
Аудиторные занятия (всего)	54	54
В том числе:		
Лекции	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Семинары (С)	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-
Самостоятельная работа (всего)	54	54
Общая трудоемкость	час	108
	зач. Ед.	3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)
1	Основы векторной алгебры	Понятие евклидова пространства. Уравнения гиперповерхностей (прямых на плоскости и плоскостей в евклидовом пространстве). Векторы. Скалярное, векторное и смешанное произведение. Углы и длины и их связь со скалярным и векторным произведениями. Уравнения прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в трехмерном пространстве. Расстояние от точки до плоскости в трехмерном пространстве.
2	Ортогональная и метрическая классификация кривых второго порядка	Эллипс, гипербола и парабола. Их геометрические и физические свойства. Метрическая классификация кривых второго порядка посредством подбора соответствующего угла поворота. Группа ортогональных преобразований второго порядка и третьего порядка. Ортогональные группы и ортогональные преобразования.

		<p>Ортогональные преобразования, начала проективной классификации и их связь с задачами распознавания образов.</p> <p>Вычисление собственных векторов и собственных значений. Приведение симметричной квадратичной формы ортогональными преобразованиями к диагональному виду.</p>
--	--	--

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего час.
1.	Основы векторной алгебры	4	8		12	24
2.	Способы задания прямых и плоскостей	6	12		12	30
3.	Ортогональная и метрическая классификация кривых второго порядка	4	8		12	24
4.	Ортогональные преобразования плоскости	4	8		18	30

6. Лабораторный практикум не предусмотрен

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	Темы практического занятия	Трудо-емкость (час.)
1.	Основы векторной алгебры	8
2.	Способы задания прямых и плоскостей	12
3.	Ортогональная и метрическая классификация кривых второго порядка	8
4.	Ортогональные преобразования плоскости	8

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для проведения обучающимися самостоятельной работы и компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение:

- продукты Microsoft - операционная система, пакет офисных приложений, MS Teams и др. (подписка Enrollment for Education Solutions (EES)).
- Программное обеспечение со свободной лицензией (free):
 - браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service);
 - медиа-плеер (например, VLC Media Player, лицензия GPL-2),
 - Adobe Reader (лицензия Adobe Software License Agreement).
 - офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0)

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- библиотека РУДН: <http://lib.rudn.ru/>

- ТУИС РУДН: <https://esystem.rudn.ru/>

10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

а) Основная литература:

1. Лекции по аналитической геометрии, пополненные необходимыми сведениями из алгебры с приложением собрания задач, снабженных решениями, составленного А.С.Пархоменко = Учебники для вузов. Специальная литература : учебник для вузов / П.С. Александров. СПб. : Лань, все годы издания. http://lib.rudn.ru/MegaPro2/UserEntry?Action=Rudn_FindDoc&id=448803&idb=0
2. Аналитическая геометрия. Лекции по геометрии. Часть 1 : учебное пособие / М.М. Постников. - 3-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2009. - 416 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература)
3. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учебное пособие / Л.А. Беклемишева, Д.В. Беклемишев, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров; Под ред. Д.В. Беклемишева. - 4-е изд., стер. ; Электронные текстовые данные. - СПб. : Лань, 2016. - 496 с. : ил. http://lib.rudn.ru/MegaPro2/UserEntry?Action=Rudn_FindDoc&id=452320&idb=0

б) Дополнительная литература:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебно-методическое пособие для студентов компьютерных специальностей РУДН / В.А. Краснов. - Москва : РУДН, 2020. - 116 с. : ил. - ISBN 978-5-209-10568-8 : 116.79.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Проводятся по две контрольные работы и одному коллоквиуму. Студентам, набравшим низкие баллы на коллоквиумах и контрольных работах, в обязательном порядке предписывается посещать дополнительные консультации лектора.

Для сильных студентов, желающих рассматривать геометрию как основу дальнейшей научной деятельности, функционирует кружок под руководством лектора.

11.1 Структура практических занятий

На практических занятиях решаются задачи и упражнения по текущим темам. В течение семестра запланированы две контрольные работы по 2 часа каждая. Контрольная работа №1 проводится ориентировочно в середине семестра (модуля), а контрольная работа №2 проводится ориентировочно в конце семестра (модуля).

В конце семестра (модуля) студентам предлагается домашнее задание, состоящее из трех задач.

Также в рамках изучения дисциплины проводится коллоквиум (ориентировочно перед второй контрольной работой). Результаты контрольных работ, коллоквиума и домашнего задания входят в балльно-рейтинговую систему оценки знаний студентов.

Методически курс построен так, чтобы все наиболее сложные задачи рассматривались в простейших случаях, что облегчает понимание их студентами.

11.2 Самостоятельная работа студента

Еженедельно студенты получают домашнее задание по текущей теме практического занятия. Следующее практическое занятие начинается с проверки выполненного домашнего задания, вопросов по домашнему заданию и его обсуждения. После этого происходит переход к следующим задачам по текущей или новой теме.

На практических занятиях у доски задачи и упражнения решаются в основном кем-то из вызванных студентов. При этом все присутствующие студенты должны контролиро-

вать и записывать решение на доске, а также устно отвечать на возникающие при решении вопросы.

В рамках курса запланировано домашнее задание (максимально за выполнение данной работы можно получить 10 баллов).

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Разработчик:

доцент Математического института
им. С.М. Никольского, к.ф.-м.н.



В.А. Краснов

Директор

Математического института им. С.М. Никольского,
д.ф.-м.н., профессор



А.Л.Скубачевский

Руководитель программы

Заведующий кафедрой
прикладной информатики и теории вероятностей,
д.т.н., проф.



К.Е. Самуилов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Математический институт имени С.М.Никольского

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине Аналитическая геометрия

Рекомендуется для направления подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Аналитическая геометрия»

Направление: 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства					Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль				Промежуточная аттестация		
			Опрос	Коллоквиум	Контрольная работа	СРС (Выполнение ДЗ)			
ОПК-1	Раздел 1: «Повторение школьного курса геометрии»	Тема 1: «Повторение»	2,5	2,5	5		0	10	10
ОПК-1	Раздел 2: «Основы векторной алгебры»	Тема 1: «Векторное и смешанное произведение векторов»	2,5	2,5	5		10	20	40
		Тема 2: «Уравнения прямых и плоскостей»	2,5	2,5	5		10	20	

ОПК-1	Раздел 3: «Кривые второго порядка»	Тема 1: «Геометрические свойства и классификация кривых второго порядка»	2,5	2,5	15	10	20	50	50
		ИТОГО:	10	10	30	10	40	100	100

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, **аналитической геометрии**, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

- ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук
- ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности
- ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

Перечень оценочных средств

по дисциплине Аналитическая геометрия

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
	Опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу или теме.	Примерные вопросы для опроса
	Контрольная работа	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Комплект вариантов контрольных работ
	Зачет	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала и выполнения в процессе обучения всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой.	Комплект экзаменационных билетов, список экзаменационных вопросов
	Коллоквиум	Форма проверки качества усвоения студентами теоретического материала в соответствии с утвержденной программой.	Программа коллоквиума
<i>Самостоятельная работа</i>			
	СРС (домашнее задание)	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Примерный вариант домашнего задания

Комплект экзаменационных билетов

Дисциплина *Аналитическая геометрия*

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Линейные пространства. Базис и размерность векторных пространств.
2. Кривые второго порядка. Их геометрические и физические свойства.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Линейно зависимые (независимые) системы векторов. Свойства, примеры.
2. Кривые второго порядка. Канонические уравнения кривых второго порядка.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Координаты вектора. Базис. Разложение вектора по базису.
2. Директоральное свойство эллипса, гиперболы и параболы.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Связь между координатами вектора в различных базисах. Матрица перехода.
2. Парабола. Определение и основные свойства.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Скалярное произведение векторов и его свойства.
2. Гипербола. Определение и основные свойства.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Векторное произведение векторов и его свойства.
2. Эллипс. Определение и основные свойства.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Смешанное произведение векторов и его свойства.
2. Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1. Прямая на плоскости. Способы ее задания.
2. Плоскость. Способы ее задания.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1. Прямая в пространстве. Способы ее задания.
2. Взаимное расположение прямых в пространстве. Примеры.

Каждому студенту достается по одному билету из данного перечня. Ответ на каждый вопрос оценивается от 0 до 20 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ

- 1) Векторы на плоскости и в пространстве. Основные операции над ними.
- 2) Линейные пространства. Базис и размерность векторных пространств.
- 3) Линейно зависимые (независимые) системы векторов. Свойства, примеры.
- 4) Координаты вектора. Базис. Разложение вектора по базису.
- 5) Связь между координатами вектора в различных базисах. Матрица перехода.
- 6) Скалярное произведение векторов и его свойства.
- 7) Векторное произведение векторов и его свойства.
- 8) Смешанное произведение векторов и его свойства.
- 9) Прямая на плоскости. Способы ее задания.
- 10) Прямая в пространстве. Способы ее задания.
- 11) Взаимное расположение прямых в пространстве. Примеры.
- 12) Плоскость. Способы задания и уравнения плоскостей.
- 13) Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости.
- 14) Эллипс. Определение и основные свойства.
- 15) Гипербола. Определение и основные свойства.
- 16) Парабола. Определение и основные свойства.
- 17) Директоральное свойство эллипса, гиперболы и параболы.
- 18) Кривые второго порядка. Канонические уравнения кривых второго порядка.
- 19) Кривые второго порядка. Их геометрические и физические свойства.
- 20) Метрическая классификация кривых второго порядка.

Программа коллоквиума по дисциплине Аналитическая геометрия

- Векторные пространства. Определение и примеры векторных пространств.
- Базис и размерность векторного пространства.
- Координаты вектора в базисе и их свойства.
- Связь между координатами вектора в различных базисах. Матрица перехода.
- Скалярное произведение векторов и его свойства.
- Векторное произведение векторов и его свойства.
- Смешанное произведение векторов и его свойства.
- Прямая на плоскости. Способы ее задания.
- Прямая в пространстве. Способы ее задания.
- Плоскость. Способы задания и уравнения плоскостей.

Каждому студенту достается по одному вопросу из данного перечня. Ответ на каждый вопрос оценивается от 0 до 10 баллов в зависимости от полноты и правильности ответа.

Примерные варианты контрольных работ
по дисциплине Аналитическая геометрия

Контрольная работа № 1 (5 баллов за каждую задачу)

Вариант 1

1. Проверить, что данная система векторов образует базис пространства \mathbb{R}^3 : $\vec{a}_1\{1; 0; 1\}, \vec{a}_2\{1; 1; 7\}, \vec{a}_3\{5; 0; 1\}$, а также найти координаты вектора $\vec{b}\{1; 1; 2\}$ в указанном базисе.
2. Вершины тетраэдра $ABCD$ заданы в прямоугольной декартовой системе координат: $A(1; 2; 0); B(-1; -1; 1); C(1; 3; 2); D(0; 0; 5)$. Найти объем данного тетраэдра $ABCD$ и площадь его полной поверхности.
3. Составить уравнения всех граней и высот тетраэдра из задачи 2.

Вариант 2

1. Проверить, что данная система векторов образует базис пространства \mathbb{R}^3 : $\vec{a}_1\{1; 0; 1\}, \vec{a}_2\{1; -1; 3\}, \vec{a}_3\{0; 0; 1\}$, а также найти координаты вектора $\vec{b}\{1; 1; -2\}$ в указанном базисе.
2. Вершины тетраэдра $ABCD$ заданы в прямоугольной декартовой системе координат: $A(0; 0; 1); B(-1; 1; 1); C(3; 2; 1); D(0; 3; 0)$. Найти объем данного тетраэдра и площадь его полной поверхности.
3. Составить уравнения всех граней и высот тетраэдра из задачи 2.

Контрольная работа № 2 (5 баллов за каждую задачу)

Вариант 1

1. Найти каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равно $2\sqrt{11}$, а расстояние между директрисами равно $\frac{72}{\sqrt{11}}$.
2. Установить взаимное расположение прямых в пространстве. Если прямые параллельны или пересекаются, то написать уравнение содержащей их плоскости:
а) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-1}; \frac{x}{-2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-4}{0}$; б) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+8}{-4} = \frac{z+3}{-3}; \begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x-y+2z=0 \end{cases}$.
3. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, определить тип кривой и построить ее график в канонической системе координат:
а) $2x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 = 0$.
б) $15x^2 + 15y^2 + 24xy + 30x - 24y + 20 = 0$.

Вариант 2

1. Найти каноническое уравнение эллипса, если его большая полуось равна $\sqrt{3}$, а расстояние между директрисами равно 12.

2. Установить взаимное расположение прямых в пространстве. Если прямые параллельны или пересекаются, то написать уравнение содержащей их плоскости:

а) $\frac{x-1}{9} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{3}$; $\frac{x-7}{6} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-5}{2}$; б) $\frac{x}{1} = \frac{y+8}{-4} = \frac{z+3}{-3}$; $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$.

3. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, определить тип кривой и построить ее график в канонической системе координат:

а) $2x^2 + y^2 + 4x - 6y + 11 = 0$.

б) $8x^2 + 34xy + 8y^2 + 18x - 18y - 17 = 0$.

Примерный вариант домашнего задания по дисциплине Аналитическая геометрия

1. Написать аналитическое выражение параллельного переноса на вектор $\{1; -2\}$ (2 балла)
2. Написать аналитическое выражение поворота вокруг точки $(1; -1)$ на угол $\frac{\pi}{3}$ против часовой стрелки (4 балла)
3. Написать аналитическое выражение осевой симметрии относительно прямой $y = 2x$ (4 балла).

Задания репродуктивного и реконструктивного уровня

по дисциплине Аналитическая геометрия
(наименование дисциплины)

1. Примеры заданий репродуктивного уровня

В качестве заданий репродуктивного уровня предлагаются вопросы для самопроверки и обсуждения по темам курса.

Раздел 1. «Повторение школьного курса геометрии»

- Найти сумму и скалярное произведение векторов, а также произведение вектора на число
- Разложить вектор на плоскости (в пространстве) по 2 (3) неколлинеарным (некомпланарным) векторам

Раздел 2. «Основы векторной алгебры»

Тема 1. «Векторное и смешанное произведение векторов»

- Найти векторное и смешанное произведение векторов, заданных своими координатами
- Вычислить площади и объемы фигур с помощью векторного и смешанного произведения

Тема 2. «Уравнения прямых и плоскостей»

- Составить уравнение прямой по двум точкам
- Составить уравнение прямой по точке и направляющему вектору
- Составить уравнение прямой на плоскости по точке и нормальному вектору
- Найти нормальный и направляющий вектор прямой на плоскости по ее уравнению
- Составить уравнение плоскости по 3 точкам
- Составить уравнение плоскости по точке и направляющим векторам

- Составить уравнение плоскости по точке и нормальному вектору
- Найти нормальный вектор и направляющие векторы плоскости по ее уравнению
- Найти расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости

Раздел 3. «Кривые второго порядка»

- Составить канонические уравнения эллипса, гиперболы или параболы по их простейшим характеристикам
- Привести уравнение кривой 2 порядка к каноническому виду параллельным переносом системы координат
- Привести уравнение кривой 2 порядка к каноническому виду композицией поворота и параллельного переноса

2. Примеры заданий реконструктивного уровня

В качестве заданий реконструктивного уровня предполагаются исследовательские задания по указанным выше разделам

- Доказать основные свойства векторного и смешанного произведения
- Установить взаимное расположение прямых, плоскостей, прямой и плоскости
- Найти расстояние между скрещивающимися прямыми
- Составить уравнения касательных к кривым 2 порядка
- Определить тип кривой 2 порядка, заданной в полярных координатах
- Установить зависимость типа кривой 2 порядка от содержащихся в ее уравнении параметров