

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Институт физических исследований и технологий

Рекомендовано МССН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

**Рекомендуется для направления подготовки/специальности
03.03.02 «Физика»**

**Квалификация (степень) выпускника
бакалавр**

1. Цели и задачи дисциплины:

Целями курса являются: изучение и освоение студентами численных методов решения физических и математических задач и получение студентами практических навыков в разработке численных моделей физических процессов и явлений. Задачами курса являются изучение и освоение численных методов решения нелинейных уравнений, задач математической физики, приобретение и совершенствование практических навыков программирования на алгоритмическом языке Фортран, моделирование физических процессов.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Числительные методы и математическое моделирование» относится к дисциплинам вариативной части математического и естественного цикла основной образовательной программы по направлению **03.03.02** Физика.

В таблице 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
1	УК-12. Способен: искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информации и данных умозаключения на основании поступающих информации и данных.	Вычислительная физика, Базовые пакеты Алгоритмы и языки программирования	
2	ОПК-2. Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные.	модуль «Общая физика», модуль «Теоретическая физика»,	Физические методы исследований
3	ОПК-3. Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности.	«Вычислительная физика»	Учебная практика
4	ОПК-4. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности.	модуль «Общая физика», модуль «Теоретическая физика»,	Учебная практика
5	ПК-2: способен проводить научные исследования в избранной области экспериментальных и (или) теоретических физических исследований с помощью современной приборной базы (в том числе	«Вычислительная физика»	

	сложного физического оборудования) и информационных технологий с учетом отечественного и зарубежного опыта		
		Базовые пакеты. модуль «Общая физика», модуль «Теоретическая физика», «Вычислительная физика»	

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основы численных методов решения математических и физических задач, основные принципы математического моделирования физических объектов и процессов;

Уметь: применять численные методы для решения математических и физических задач, разрабатывать численные модели, строить алгоритмы и писать программы (коды) на одном или нескольких языках программирования, использовать разработанные ранее алгоритмы и библиотеки подпрограмм;

Владеть: способностью использовать основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации и навыки работы с компьютером как со средством управления информацией; способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры				
		В	С	Д	Е	
Аудиторные занятия (всего)	128	28	32	36	32	
В том числе:						
<i>Лекции</i>						
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	128	28	32	36	32	
<i>Семинары (С)</i>						
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>						
Самостоятельная работа (всего)	196	44	40	36	76	
Общая трудоемкость	час	324	72	72	72	108
	зач. ед.	9	2	2	2	3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Математическое моделирование и его роль в современной науке..	Триада вычислительного эксперимента "Модель-алгоритм-программа". Основные этапы вычислительного эксперимента..
2	Ошибки вычислений.	Устранимые и неустраиваемые ошибки вычислений. Ошибки округления (ограничения). Ошибки метода. Вычисление числовых рядов
3	Метод конечных разностей.	Численное дифференцирование. Численное интегрирование. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Моделирование колебательных процессов в

		колебательном контуре с вариацией параметров.
4	Модели движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.	Моделирование дрейфового движения заряженных частиц. Градиентный дрейф. Электрический дрейф (дрейф в скрещенных E и B полях).
5	Моделирование взаимодействия заряженных частиц с СВЧ электрическим полем.	Двумерное моделирование электронного циклотронного резонанса и гиромагнитного авторезонанса.
6	Моделирование циклических ускорителей заряженных частиц.	Малогобаритный бетатрон. Ультраминиатюрный синхротрон. Ультраминиатюрный ускоритель электронов с комбинированной схемой ускорения.
7	Модель нагрева и удержания заряженных частиц в пробкотроне	Изучение закономерностей движения заряженных частиц в магнитной ловушке пробочного типа в условиях ЭЦР и ГА с помощью интерактивной визуализированной программной среды TRAP-1
8	Метод частиц в ячейке для моделирования сложных систем взаимодействующих тел и частиц.	Модель эволюции спиральной галактики. Модель создания сгустков релятивистских электронов в ловушке пробочного типа в условиях ГА.

5.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего час.
1.	Математическое моделирование и его роль в современной науке.		16		22	38
2.	Ошибки вычислений.		16		22	38
3	Метод конечных разностей.		16		20	36
4	Модели движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.		16		20	36
5	Моделирование взаимодействия заряженных частиц с СВЧ электрическим полем.		16		18	34
6	Моделирование циклических ускорителей заряженных частиц.		16		18	34
7	Модель нагрева и удержания заряженных частиц в пробкотроне		16		38	54
8	Метод частиц в ячейке для моделирования сложных систем взаимодействующих тел и частиц.		16		38	54

6. Лабораторный практикум не предусмотрен

7. Практические занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических работ	Трудоемкость (час.)
1	1, 2	Ошибки округления (ограничения). Вычисление числовых рядов.	16
2	1, 2	Численное дифференцирование. Численное интегрирование.	16
3	32	Моделирование колебательных процессов в колебательном контуре с вариацией параметров.	16
4	4	Моделирование дрейфового движения заряженных частиц	16
5	5, 6	Двумерное моделирование электронного циклотронного резонанса и гиромагнитного авторезонанса.	16

6	6	Изучение закономерностей движения заряженных частиц в магнитной ловушке пробочного типа в условиях ЭЦР с помощью интерактивной визуализированной программной среды TRAP-1.	16
7	7	Численное решение уравнения Пуассона.	16
8	7, 8	Построение математической модели движения заряженных частиц в магнитных ловушках различных типов.	16

8. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины:

Персональные компьютеры (16 станций), локальная сеть, выход в интернет, мультимедиа средства, проектор, интерактивная доска.

Программное обеспечение: Intel Visual Fortran, Matlab . Авторская программа «Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях».

Электронные учебники «Современные методы вычислительного эксперимента в прикладной физике», «Современные численно-аналитические пакеты для сложных инженерно-физических вычислений»

9. Информационное обеспечение дисциплины

1. Информационно-справочные и поисковые системы:

телекоммуникационная учебно-информационная система (ТУИС)

Учебный портал РУДН

2. Научная электронная библиотека РУДН

3. EqWold. Мир математических уравнений. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/software.htm>

4. Математическое моделирование в естественных науках.

http://mathmod.aspu.ru/?id=6&sub_id=1

5. Вычислительные методы и программирование. <http://num-meth.srcc.msu.su>

10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. . А.А.Самарский, П.Н.Вабищевич. [Математическое моделирование и вычислительный эксперимент](#), Институт математического моделирования ММ РАН, 2000 (Интернет-публикация).
2. Сигов Ю.С. Вычислительный эксперимент: мост между прошлым и будущим физики плазмы. - М: Физматлит, 2001. 286 с.
3. Вабищевич П.Н. Численное моделирование, Москва: МГУ. 1993. 152 с.
4. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. -М: Мир, 1987. 480 с.
5. Бэдсел Ч., Ленгдон А. Физика плазмы и численное моделирование. – М: Энергоатомиздат, 1989. 348 с.
6. Поттер Д. Вычислительные методы в физике.-М.: Наука, 1975.
7. Geller R. Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasmas. IOP Publishing Ltd, 2005. 433 с.

б) дополнительная литература:

1. Самарский А.А. Введение в численные методы. - М: Наука, 1987
2. Туриков В.А., Ульяницкий И.В., Умнов А.М., Численное моделирование плазменных процессов. -М: Изд. РУДН, 2003. 126 с.
3. Рошаль А.С. Моделирование заряженных пучков. –М: Атомиздат, 1979, 224 с.
4. Красовицкий В.Б., Дорофеенко В.Г., Туриков В.А., Сотников В.И. Физика плазмы, 32, 26, 2006.
5. Andreev V. V., Umnov A. M. Plasma Sources Sci. Technol. 1999. V. 8. P. 479 – 487.
6. Милантьев В.П., Туриков В.А. Вопросы атомной науки и техники., №5, 185, 2007.
7. Birdsall C.K. Particle-in-Cell Charged-Particle Simulations, Plus Monte Carlo Collisions With Neutral Atoms, PIC-MCC // IEEE Trans. Plasma Sci. — 1991, v. 19, n. 2, pp. 65 – 85.

8. Андреев В.В., Умнов А.М., Балмашнов А.А., Никитин Г.В., Саванович В.Ю. // Известия РАН. Серия Физическая, 2003, Т. 67, №9, с. 1314-1321.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Целью настоящего курса является обеспечение базовой подготовки студентов магистратуры в области вычислительного эксперимента; изучение основ постановки численного эксперимента в современной прикладной физике; изучение принципов организации и проведения вычислительного эксперимента; изучение принципов и методов, лежащих в основе вычислительного эксперимента; ознакомление студентов с основными направлениями в вычислительном эксперименте в физике; изучение основных методов численного моделирования, используемых при постановке вычислительного эксперимента; создание численных моделей для изучения сложных физических явлений и процессов, протекающих в действующих и проектируемых экспериментальных установках, и проведение студентами вычислительных экспериментов; оценка перспектив развития вычислительного эксперимента в прикладной физике.

Курс состоит из практических занятий. Изложение курса базируется на большинстве разделов курсов информатики, высшей математики (высшая алгебра, математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, методы математической физики), курсов общей физики и теоретической физики (электродинамика, статистическая физика), специальных курсов (основы физики плазмы, физика ускорителей заряженных частиц), входящих в учебный план обучения бакалавра классического университета по направлению подготовки – физика.

Объектом исследований при выполнении контрольного практического задания являются существующие и вновь создаваемые численные модели вычислительного практикума. *Освоив курс, студент должен:* овладеть методами постановки современного вычислительного эксперимента, научиться разрабатывать и применять численные модели, строить алгоритмы и писать программы (коды) на одном из языков программирования (предпочтительно на Фортране), а также использовать разработанные ранее алгоритмы и библиотеки подпрограмм.

Все отчеты по лабораторным работам выполняются в электронном виде и крепятся к заданиям в соответствующих разделах электронного курса ТУИС РУДН.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Шкала оценок

Соответствие систем оценок (согласно Приказу Ректора № 996 от 27.12.2006 г.)

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки
86-100	5	95-100	5+	A
		86-94	5	B
69-85	4	69-85	4	C
51-68	3	61-68	3+	D
		51-60	3	E
0-50	2	31-50	2+	FX
		0-30	2	F
51-60	Зачет		Зачет	Passed

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Численные методы и математическое моделирование» (семестры В и С)

Направление/специальность: 03.03.02 Физика

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства			Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль		Промежуточная аттестация		
			Опрос	Выполнение ПР	Экзамен/Зачет		
УК-12, УК-12.1, УК-12.2, ОПК-2, ОПК-3, ОПК-4, ПК-2	Математическое моделирование и его роль в современной науке.	Тема 1. Триада вычислительного эксперимента "Модель-алгоритм-программа". Основные этапы вычислительного эксперимента.	5		5	5	5
	Ошибки вычислений.	Тема 2. Устранимые и неустраимые ошибки вычислений. Ошибки округления (ограничения). Ошибки метода. Вычисление числовых рядов		10		15	15
	Метод конечных разностей.	Тема 3. Численное дифференцирование и интегрирование.		10	10	10	
		Тема 4. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Моделирование колебательных процессов в колебательном контуре с вариацией параметров.		15	5	20	30
УК-12, УК-12.1, УК-12.2, ОПК-2, ОПК-3, ОПК-4, ПК-2	Модели движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.	Тема 5. Моделирование дрейфового движения заряженных частиц. Градиентный дрейф. Электрический дрейф (дрейф в скрещенных E и B полях).		15	5	20	20
	Моделирование взаимодействия заряженных частиц с СВЧ электрическим полем.	Тема 6. Двумерное моделирование электронного циклотронного резонанса и гиромагнитного авторезонанса.		25	5	30	30
		ИТОГО	5	75	20	100	100

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Численные методы и математическое моделирование»

Направление/специальность: 03.03.02 Физика

Дисциплина: **Численные методы и математическое моделирование (семестры D и E)**

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства			Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль		Промежуточная аттестация		
			Опрос	Выполнение ПР			
УК-12, УК-12.1, УК-12.2,	Моделирование циклических ускорителей заряженных частиц.	Тема 7. Моделирование физических процессов в ускорителях заряженных частиц. Малогабаритный бетатрон. Ультрамимниатюрный синхротрон. Ультрамимниатюрный ускоритель электронов с комбинированной схемой ускорения.	5	20	5	30	30
ОПК-2, ОПК-3, ОПК-4, ПК-2	Модель нагрева и удержания заряженных частиц в пробкотроне	Тема 8. Изучение закономерностей движения заряженных частиц в магнитной ловушке пробочного типа в условиях ЭЦР и ГА с помощью интерактивной визуализированной программной среды TRAP-1.	5	15	5	25	25
	Метод частиц в ячейке для моделирования сложных систем взаимодействующих тел и частиц.	Тема 9. Модель эволюции спиральной галактики.	5		5	10	45
		Тема 10. Модель создания сгустков релятивистских электронов и управления их движением в условиях ГА.	5	25	5	35	
		ИТОГО	20	60	20	100	100

Вопросы для самостоятельной работы

1. Что такое численная модель?
2. Что лежит в основе численной модели?
3. Что является основой численного моделирования?
4. Дайте определение алгоритма.
5. В чем отличие численной модели от программы?
6. Назовите основные этапы вычислительного эксперимента.
7. Ошибки вычислений (устранимые и неустранимые).
8. Методы численного дифференцирования.
9. Методы численного интегрирования.
10. Численные методы решения ОДУ. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты.
11. В чем состоят основные положения метода частиц в ячейке?
12. Как метод частиц применяется к моделированию галактик?
13. Что такое самосогласованное электростатическое поле?
14. Как перейти к безразмерной форме уравнения движения заряженной частицы?
15. В чем состоит метод прогонки для решения уравнения Пуассона с непериодическими граничными условиями?
16. Как производится продвижение частиц на очередном временном шаге по методу «с перешагиванием»?
17. Нарисуйте общую блок-схему метода частиц в ячейке для моделирования одномерных электростатических процессов.
18. В чем состоит метод Бориса для решения релятивистских уравнений движения заряженных частиц в электромагнитных полях?
19. Какая электромагнитная волна называется правополяризованной?
20. Что такое авторезонансный режим ускорения заряженных частиц?
21. Какой порядок точности по пространственным и временным шагам имеют централизованные разностные схемы?
22. Каковы основные подходы к обезразмериванию физических величин в вычислительном эксперименте?
23. Чем обусловлен выбор шага сетки и временного шага интегрирования уравнений движения при моделировании резонансных взаимодействий?
24. Каковы основные диагностики при моделировании плазменных процессов?
25. Как рассчитывается электрическое СВЧ-поле при моделировании ЭЦР в зеркальной магнитной ловушке?
26. Каковы основные диагностики при моделировании плазменных процессов?

Примерный перечень задач по дисциплине

Составьте алгоритм и напишите программу для расчета суммы ряда.

Используя различные способы суммирования ряда, вычислите его сумму с наиболее высокой точностью. При расчете использовать обыкновенную точность. Нельзя использовать выражение для общего члена ряда.

1. $s = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \dots\dots$
2. $s = \frac{x}{3 \times 5} + \frac{x^2}{5 \times 7} + \frac{x^3}{7 \times 9} + \dots\dots\dots \text{где } x = 2$
3. $s = 1 - x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \dots \text{где } x = 3$
4. $s = 1 - \frac{3}{2} + \frac{5}{4} - \frac{7}{8} + \frac{9}{16} - \dots\dots$
5. $s = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \dots\dots$
6. $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots\dots$
7. $s = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots\dots$
8. $s = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \text{где } x = 2.$
9. $s = \frac{x}{3 \times 5} - \frac{x^2}{5 \times 7} + \frac{x^3}{7 \times 9} - \dots\dots\dots \text{где } x = 2$
10. $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots\dots$
11. $s = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} \dots\dots$

Анализ ошибок ограничения (метода) на примере численного интегрирования.

Задание.

1. Написать программу вычисления интеграла методом трапеций и методом Симпсона.
2. Найти интеграл аналитически и с помощью программы Origin. Сравнить с результатами численного расчета разными методами. Интервал интегрирования разбить на 10, 100, 10000 интервалов. Для расчета подинтегральной функции использовать подпрограмму-функцию (например, real function f(x)).
3. Определить абсолютную и относительную ошибки расчетов, сделать выводы о применимости методов интегрирования, представить результаты в виде отчета.

- | | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $\int_{-1}^1 x^3 dx$ 3. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | <ol style="list-style-type: none"> 2. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin(x) \cdot dx$ 4. $\int_0^{\pi} x \cdot \sin(x) \cdot dx$ |
|---|---|

$$5. \int_0^{2\pi} \sin(x) \cdot dx$$

$$6. \int_0^{\ln 2} x \cdot e^{-x} dx$$

$$7. \int_0^{\pi} e^x \cdot \cos^2(x) \cdot dx$$

$$8. \int_{-1}^1 e^{3x} dx$$

$$9. \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} \cdot dx$$

$$10. \int_0^{2\pi} x^2 \cdot \cos(x) \cdot dx$$

Изучение колебательного контура

Задания

1. В реальном колебательном контуре с выбранными Вами величинами емкости, индуктивности, активного сопротивления и амплитуды ЭДС емкость изменяется по закону $C(t) = C_0[1 + 0.1 \sin(\Omega t + \varphi)]$. Изучить зависимость колебаний в контуре от отношения Ω / ω_0 , где ω_0 - частота свободных колебаний, и Ω / ω_f , где ω_f - частота источника ($\Omega \ll \omega_0$ и $\Omega \ll \omega_f$), в случаях: 1) ЭДС и активное сопротивление отключены; 2) ЭДС включена, активное сопротивление включено. Результаты представить в виде графиков, сделать выводы.

2. В реальном колебательном контуре с выбранными Вами величинами емкости, индуктивности, активного сопротивления и амплитуды ЭДС задать медленное изменение частоты источника в интервале $0.2\omega_0 \leq \Omega \leq 4\omega_0$, где ω_0 - частота свободных колебаний, в случае, когда активное сопротивление включено. Изучить зависимость колебаний в контуре от отношения Ω / ω_0 . Результаты представить в виде графиков, сделать выводы.

3. В реальном колебательном контуре с выбранными Вами величинами емкости, индуктивности, активного сопротивления и амплитуды ЭДС активное сопротивление изменяется по закону $R(t) = R_0 \cdot \sin(\Omega t + \varphi)$. Изучить зависимость колебаний в контуре от отношения Ω / ω_0 , где ω_0 - частота свободных колебаний, и Ω / ω_f , где ω_f - частота источника, в случаях: 1) когда $\Omega \ll \omega_0$ и $\Omega \ll \omega_f$ и 2) Ω близка к одной из указанных частот. Результаты представить в виде графиков, сделать выводы.

4. В реальном колебательном контуре с выбранными Вами величинами емкости, индуктивности, активного сопротивления и амплитуды ЭДС емкость изменяется по закону $C(t) = C_0[1 + \alpha \cdot t]$. Выбрать величины α и t такими, чтобы емкость медленно увеличилась в 4 раза. Изучить зависимость колебаний в контуре (амплитуды и частоты), установившихся после увеличения емкости в случаях: 1) ЭДС и активное сопротивление отключены; 2) ЭДС включена, $\Omega = 2\omega_0$, активное сопротивление включено. Результаты представить в виде графиков, сделать выводы.

5. В реальном колебательном контуре с выбранными Вами величинами емкости, индуктивности, активного сопротивления и амплитуды ЭДС индуктивность изменяется по закону $L(t) = \frac{L_0}{[1 - 0.05 \sin(\Omega t + \varphi)]}$. Изучить зависимость колебаний в контуре от отношения Ω / ω_0 , где ω_0 - частота свободных колебаний, и Ω / ω_f , где ω_f - частота источника, в случаях: 1) ЭДС и активное сопротивление отключены; 2) ЭДС включена $\omega_f = 0.5\omega_0$, активное сопротивление включено. Результаты представить в виде графиков, сделать выводы..

6. В реальном колебательном контуре с выбранными Вами величинами емкости, индуктивности, активного сопротивления и амплитуды ЭДС емкость изменяется по закону $C(t) = C_0[1 - \alpha \cdot t]$. Выбрать величины α и t такими, чтобы емкость медленно уменьшилась в 4 раза. Изучить зависимость колебаний в контуре (амплитуды и частоты), установившихся после уменьшения емкости, в случаях: 1) ЭДС и активное сопротивление отключены; 2) ЭДС включена ($\omega_f = 2\omega_0$), активное сопротивление включено. Результаты представить в виде графиков, сделать выводы.

7. В реальном колебательном контуре с выбранными Вами величинами емкости, индуктивности, активного сопротивления и двух источников с одинаковыми амплитудами и близкими частотами (отличными от частоты свободных колебаний) амплитуда одного из источников медленно меняется по закону $E(t) = E_0 \cdot \exp(-\beta \cdot t)$ и уменьшается в e раз. Изучить изменения частоты и амплитуды колебаний в контуре и установившиеся колебания после уменьшения амплитуды одного из источников. Результаты представить в виде графиков, сделать выводы.

8. В реальном колебательном контуре с выбранными Вами величинами емкости, индуктивности, активного сопротивления и амплитуды ЭДС частота источника изменяется по закону $\Omega(t) = \Omega_0[1 - 0.5 \cdot \sin(\pi \cdot t/t_0)]$, где t_0 равно 40 периодам свободных колебаний, а Ω_0 удвоенной частоте свободных колебаний. Изучить изменения частоты и амплитуды колебаний в контуре. Результаты представить в виде графиков, сделать выводы.

Задания к практической работе

«Дрейфовое движение заряженных частиц»

1. Электрон совершает дрейфовое движение в неоднородном магнитном поле, градиент которого направлен вдоль оси X. Радиус циклотронного вращения $R=2$ см. После 4 циклотронных оборотов включается однородное электрическое поле, частица меняет направление дрейфа и начинает дрейфовать вдоль оси Y. Определить поля, в которых находится частица (их направления и величины). Величину скорости электрона выбрать в интервале 10^8 см/с – 10^9 см/с.
2. Электрон совершает дрейфовое движение в неоднородном магнитном поле, градиент которого направлен вдоль оси X. Радиус циклотронного вращения $R=1$ см. В какой-то момент времени, например, после 3-4 циклотронных оборотов, направление дрейфа меняется на обратное с такой же величиной скорости дрейфового движения. Определить поля, в которых находится частица (их направления и величины). Величину скорости электрона выбрать в интервале 10^8 см/с – 10^9 см/с.
3. Электрон совершает дрейфовое движение в направлении под углом 45 градусов к оси Y. Радиус циклотронного вращения $R=1$ см. Известно, что частица взаимодействует с электростатическим (направленным вдоль оси Y) и магнитостатическим полями. Определить поля, в которых находится частица (их направления и оценить их величины). Скорость электрона выбрать в интервале 10^8 см/с – 10^9 см/с.
4. Несмотря на то, что электрон находится в электростатическом и неоднородном магнитостатическом ($B=100$ Гс) полях, а его скорость равна 10^8 см/с, скорость его дрейфового движения равна (или почти равна) нулю. Оценить соотношение между величинами этих полей и их направления. При решении задачи ввести сначала движение частицы в одном из полей, например, магнитном, а затем включить электрическое поле.
5. В какой-то момент времени электрон движется со скоростью $V=2 \cdot 10^{10}$ см/с параллельно длинному тонкому прямому проводнику с током ($I=50$ А) на расстоянии 3 см от проводника. Направление тока в проводнике совпадает с направлением движения частицы. Определить траекторию движения электрона и среднюю скорость его дрейфового движения. Как изменится траектория движения электрона, если изменить направление тока в проводнике на обратное?
6. В какой-то момент времени электрон движется со скоростью $V=3 \cdot 10^8$ см/с перпендикулярно длинному тонкому прямому проводнику с током ($I=20$ А) на расстоянии 4 см от проводника. Определить траекторию движения электрона и скорость его дрейфового

движения. Как изменится траектория движения электрона, если изменить направление тока в проводнике на обратное?

7. Электрон совершает дрейфовое движение в неоднородном магнитном поле в направлении Y . Радиус циклотронного вращения $R=1$ см. После 3 циклотронных оборотов включается однородное электрическое поле. В результате скорость дрейфового движения возрастает в 2 раза. Определить поля, в которых находится частица (их направления и величины).

Величину скорости электрона выбрать в интервале 10^8 см/с – 10^9 см/с.

8. Электрон совершает дрейфовое движение в неоднородном магнитном поле в направлении X . Радиус циклотронного вращения $R=1$ см. В какой-то момент времени, например, после 4 циклотронных оборотов, включается однородное электрическое поле и направление дрейфа меняется на обратное с такой же величиной скорости дрейфового движения. Определить поля, в которых находится частица (их направления и величины). Величину скорости электрона выбрать равной $2 \cdot 10^9$ см/с.

Примерные задания к практической работе «Моделирование ЭЦР и ГА»

Задание №1

Энергия и фаза электрона электрона в условиях точного ЭЦР

Электронный циклотронный резонанс (ЭЦР) представляет собой взаимодействие электрона с электрическим полем электромагнитной волны в условиях, когда циклотронная частота вращения электрона ω_c совпадает с частотой электромагнитного поля ω .

Уравнения для фазы и энергии электрона в условиях ЭЦР имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\tau} &= \frac{b - \gamma}{\gamma} + g_0(\gamma^2 - 1)^{-1/2} \sin \varphi \\ \frac{d\gamma}{d\tau} &= -g_0(1 - 1/\gamma^2)^{1/2} \cos \varphi \end{aligned} \quad (1)$$

Безразмерные переменные: $\tau = \omega t$, $g_0 = \frac{eE}{m_0 c \omega}$, γ - релятивистский фактор, $b = B/B_0$,

$$\omega = \frac{eB_0}{m_0 c}.$$

Задание. С помощью подпрограмм RKGS или IVPRK решить систему (1), варьируя следующие условия:

Частота СВЧ поля $f = 2.4$ ГГц.

- начальная энергия электрона $w_0 = 10$ эВ, 0.1 кВ/см $< E < 1$ кВ/см, $B = B_0$;
 - начальная энергия электрона $w_0 = 5$ кэВ, 0.1 кВ/см $< E < 1$ кВ/см, $B = B_0$;
- начальная фаза в интервале $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Определить:

- Зависимость энергии и фазы электрона от времени.
- Зависимость энергии от фазы.
- Время фазовой бунчировки.
- Зависимость максимальной энергии электрона, приобретаемой в условиях ЭЦР от напряженности электрического СВЧ поля (попытайтесь найти аналитическое выражение).

Результаты расчетов представить в виде графиков (использовать пакет Origin).

Задание №2

Определение зависимости максимально достижимой энергии электрона в условиях ЭЦР от расстройки магнитного поля относительно резонансного значения.

Электронный циклотронный резонанс (ЭЦР) представляет собой взаимодействие электрона с электрическим полем электромагнитной волны в условиях, когда циклотронная частота вращения электрона ω_c совпадает с частотой электромагнитного поля ω .

Уравнения, связывающие энергию электрона и фазу

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{b - \gamma}{\gamma} + g_0(\gamma^2 - 1)^{-1/2} \sin \varphi$$
$$\frac{d\gamma}{d\tau} = -g_0(1 - 1/\gamma^2)^{1/2} \cos \varphi$$
(1)

Безразмерные переменные: $\tau = \omega t$, $g_0 = \frac{eE}{m_0 c \omega}$, γ - релятивистский фактор, $b = B/B_0$,

$$\omega = \frac{eB_0}{m_0 c}.$$

Задание. С помощью подпрограмм RKGS или IVPRK решить систему (1), варьируя следующие условия:

Частота СВЧ поля $f = 2.4$ ГГц.

- а) начальная энергия электрона $w_0 = 50$ эВ, $E = 0.3$ кВ/см, $0.9B_0 < B < 1.1B_0$;
- б) начальная энергия электрона $w_0 = 50$ эВ, $E = 1$ кВ/см $0.8B_0 < B < 1.3B_0$; ;

Определить:

- 1) Зависимость максимальной энергии электрона, приобретаемой в условиях ЭЦР, от расстройки магнитного поля относительно резонансного значения $\delta B = \frac{B}{B_0} - 1$.

- 2) Расстройку магнитного поля, при которой энергия электрона максимальна для заданного значения E .

Объяснить полученные результаты.

Результаты расчетов представить в виде графиков (использовать пакет Origin).

Задание №3

Определение условий захвата электрона в режим гиромагнитного авторезонанса (ГА).

Гиромагнитный авторезонанс (ГА) представляет собой самоподдерживающийся ЭЦР в нарастающем во времени магнитном поле.

Уравнения для фазы и полной энергии электрона в случае ГА с помощью введения

безразмерных переменных, $\tau = \omega t$, $g_0 = \frac{eE}{m_0 c \omega}$, $b = B(\tau)/B_0$, имеют следующий вид,

удобный для решения численными методами

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{b - \gamma}{\gamma} + g_0(\gamma^2 - 1)^{-1/2} \sin \varphi$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = -g_0(1 - 1/\gamma^2)^{1/2} \cos \varphi + \frac{1}{2} \frac{db}{d\tau} (1 - 1/\gamma^2) \frac{\gamma}{b}$$

(1)

Задание. С помощью подпрограмм RKGS или IVPRK решить систему (1), варьируя следующие условия при линейном законе нарастания магнитного поля:

- а) начальная энергия электрона: $10 \text{ эВ} < w_0 < 1 \text{ кэВ}$, $E = 0.2 \text{ кВ/см}$, $B(0) = B_0$, $f = 2.4 \text{ ГГц}$.
 б) начальная энергия электрона $10 \text{ эВ} < w_0 < 10 \text{ кэВ}$, $E = 2 \text{ кВ/см}$, $B(0) = 0.5B_0$; $f = 2.4 \text{ ГГц}$.
 в) начальная фаза в интервале $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Представить систему (1) в слаборелятивистском приближении.

Определить:

- 1) зависимость захвата электрона в режим ГА от темпа нарастания магнитного поля.
- 2) зависимость фазы электрона от времени.

Результаты расчетов представить в виде графиков (использовать пакет Origin).

Задание №4

Определение сохранения условий гиромагнитного авторезонанса (ГА) для релятивистского электрона.

Гиромагнитный авторезонанс (ГА) представляет собой самоподдерживающийся ЭЦР в нарастающем во времени магнитном поле.

Уравнения для фазы и полной энергии электрона в случае ГА с помощью введения

безразмерных переменных, $\tau = \omega t$, $g_0 = \frac{eE}{m_0 c \omega}$, $b = B(\tau) / B_0$ имеют следующий вид,

удобный для решения численными методами

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{b - \gamma}{\gamma} + g_0(\gamma^2 - 1)^{-1/2} \sin \varphi$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = -g_0(1 - 1/\gamma^2)^{1/2} \cos \varphi + \frac{1}{2} \frac{db}{d\tau} (1 - 1/\gamma^2) \frac{\gamma}{b} - a\gamma^4 \quad (1)$$

где второй член второго уравнения представляет собой изменение энергии вследствие

бетатронного эффекта, а третий член – радиационные потери, $a = \frac{2e^2 \omega}{3m_0 c^3}$

Задание. Привести систему (1) к виду удобному для исследования ультрарелятивистского случая ГА С помощью подпрограмм RKGS или IVPRK решить эту систему, варьируя следующие условия: при линейном законе нарастания магнитного поля:

- а) $E = 0.3 \text{ кВ/см}$, $B(0) = 20B_0$, $f = 2.4 \text{ ГГц}$.
- б) $E = 1.0 \text{ кВ/см}$, $B(0) = 50B_0$; $f = 2.4 \text{ ГГц}$.

Считать, что в начальный момент времени соблюдается условие гиромагнитного авторезонанса. Задать линейный закон нарастания магнитного поля:

Определить:

- 1) максимальный темп нарастания магнитного поля, при котором сохраняются условия ГА независимо от фазы электрона.
- 2) зависимость фазовой динамики электрона от темпа нарастания магнитного поля и начального значения фазы.

Результаты расчетов представить в виде графиков (использовать пакет Origin).

Задания к практической работе №9

1. Индукция магнитного поля в центре системы равно 800 Гс. Пробочное отношение $R=1.5$. Амплитуда напряженности СВЧ поля 0.6 кВ/см, частота 2.45 ГГц. Изучить движение электрона в условиях ЭЦР. Моделируется движение электронов, расположенных в начальный момент на оси камеры. Начальная энергия электронов близка к нулю. Построить графики зависимостей энергии электрона от времени и от координаты Z и траектории электрона. Объяснить полученные результаты.
2. Индукция магнитного поля в центре системы равно 950 Гс. Пробочное отношение $R=1.4$. Амплитуда напряженности СВЧ поля 0.9 кВ/см, частота 2.45 ГГц. Изучить движение электрона в условиях ЭЦР. Моделируется движение электронов, расположенных в начальный момент в медианной плоскости камеры. Начальная энергия электронов близка к нулю. Построить графики зависимостей энергии электрона от времени и траектории электронов. Объяснить полученные результаты.
3. Электрон аксиально инжектируется в камеру (TE_{111} , 2.45 ГГц). Пробочное отношение $R=1.3$, магнитное поле в центре системы равно резонансному значению для электрона с массой покоя. В эксперименте создаются условия гиромагнитного авторезонанса (ГА). Найти интервал энергий инжекции и интервал величин напряженности электрического СВЧ поля, при которых электрон захватывается в режим ГА. Объяснить полученные результаты.
4. Провести анализ зависимости частоты азимутального дрейфа электрона от его начальных координат и энергии? СВЧ поле отключено. Определить энергию электрона и его начальные координаты, если в магнитном поле с пробочным отношением $R=1.5$ частота его баунс колебаний в 20 раз больше частоты азимутального дрейфа.
5. В вакуумную камеру (12x8 см, TE_{111} , 2.45 ГГц, $E=300$ В/см) в медианной плоскости камеры введена мишень на глубину 2 см. Какое пробочное отношение необходимо создать и какая величина магнитного поля должна быть в центре системы, чтобы электрон в условиях гиромагнитного авторезонанса, достигнув энергии 100 кэВ, попал на мишень.
6. Индукция магнитного поля в центре системы равна 1000 Гс. Пробочное отношение $R=1.5$. Амплитуда напряженности СВЧ поля 600 В/см (поляризация линейная), частота 2.45 ГГц. Определить интервал начальных координат электронов, при которых они в условиях ЭЦР достигают энергии более 10 кэВ. Возможно ли достижение энергии электрона 20 кэВ и более? Если да, то при каких условиях?
7. Электрон с энергией 511 кэВ находится в условиях гиромагнитного авторезонанса. Индукция магнитного поля в центре системы (12x8 см, TE_{111} , 2.45 ГГц, $R=1.5$) равна 1000 Гс. Напряженность СВЧ поля $E=1$ кВ/см. Определите возможные координаты электрона. Задайте условия эксперимента, которые позволили бы снизить энергию электрона до 50 кэВ.
8. Индукция магнитного поля в центре системы равно 800 Гс. Пробочное отношение $R=1.5$. Амплитуда напряженности СВЧ поля 0.6 кВ/см, частота 2.45 ГГц. Изучить движение электрона в условиях ГА. Моделируется движение электронов, расположенных в начальный момент на оси камеры. Начальная энергия электронов близка к нулю. Построить графики зависимостей энергии электрона от времени и от координаты Z и траектории электрона. Объяснить полученные результаты.

Перечень вопросов итоговой аттестации по курсу

1. Схема вычислительного эксперимента.
2. Точность численных методов. Ошибки вычислений.
3. Конечно-разностные методы.
4. Численное дифференцирование. Методы.
5. Методы численного интегрирования.
6. Численные методы решения ОДУ. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты.
7. Модели гармонического осциллятора и его модификаций (включено действие дополнительных полей). Обезразмеривание уравнений.
8. Модели движения тел и заряженных частиц в центральных силовых полях.
9. Модели движения электронов и ионов в плоском и цилиндрическом конденсаторах.
10. Одномерная модель движения заряженных частиц в неоднородных и нестационарных электрических полях. Уравнения движения заряженных частиц в электрическом поле в безразмерном виде.
11. Модели дрейфового движения заряженных частиц. Градиентный дрейф. Дрейф в скрещенных E и B полях.
12. Резонансные и авторезонансные явления в физических процессах.
13. Электронный циклотронный резонанс.
14. Гиромагнитный авторезонанс.
15. Основы моделирования методом частиц в ячейке.
16. Схема Бориса решения уравнения движения заряженных частиц в электрических и магнитных полях, изменяющихся в пространстве и времени.
17. Трехмерная модель движения заряженных частиц в пробкотроне. Параксиальное приближение магнитного поля пробкотрона.
18. Моделирование резонансных и авторезонансных явлений при взаимодействии электронов с СВЧ полем в магнитной ловушке пробочного типа. Определение области ЭЦР в пробкотроне.

Руководитель направления 03.03.02

Директор института физических исследований и технологий, д.ф.-м.н., профессор



О.Т. Лоза