

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Российский университет дружбы народов»*

*Факультет физико-математических и естественных наук*

Рекомендовано МССН

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Численные методы решения задач математического моделирования**

**Рекомендуется для направления подготовки/специальности**

**01.04.02 "Прикладная математика и информатика"**

*(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)*

**Квалификация выпускника:**

\_\_\_\_\_ магистр \_\_\_\_\_

## Цели и задачи дисциплины:

Сформировать представление о современных методах численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, развить математическую культуру студента, продемонстрировать связь численных методов с другими областями математики. Привить навыки анализа свойств вычислительных алгоритмов и построения эффективных алгоритмов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Реализация указанной цели включает последовательное изложение теоретического материала на лекциях, отработку приемов решения задач на практических занятиях; промежуточный и итоговый контроль выявляют степень усвоения полученных навыков.

### 1. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Численные методы решения задач математического моделирования» относится к базовой части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

#### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-5. Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий, в том числе отечественного производителя, и с учетом основных требований информационной безопасности	-	Междисциплинарный экзамен
Профессиональные компетенции			
	ПК.1.Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	Непрерывные математические модели	Дополнительные главы математического моделирования, Междисциплинарный экзамен
	ПК.2 способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	Непрерывные математические модели	Дополнительные главы математического моделирования, Междисциплинарный экзамен

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен:

#### **Знать:**

иметь представление об основных математических моделях механики сплошных сред; о современных численных методах их решения; знать основные методы исследования аппроксимации, устойчивости и сходимости конечно-разностных схем; подходы к решению задачи Коши для обыкновенных уравнений; знать их достоинства и недостатки; методы решения больших разреженных систем линейных алгебраических уравнений.

#### **Уметь:**

уметь строить и исследовать методы конечных-разностей решения задачи Коши для обыкновенных уравнений.

программировать вычисления поставленных расчетных задач на языке высокого уровня C++.

#### **Владеть:**

Проводить итеративный процесс численного решения задач дифференцирования, интегрирования, проводить анализ свойств вычислительных алгоритмов, строить и реализовать на компьютере эффективные алгоритмы для обыкновенных уравнений.

### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

№	Вид учебной работы	Всего часов	Модули, семестры			
			5			
1.	Аудиторные занятия (ак. часов)	36	36			
	В том числе:					
1.1.	Лекции	18	18			
1.2.	Прочие занятия					
	<i>В том числе:</i>					
1.2.1.	<i>Практические занятия (ПЗ)</i>					
1.2.2.	<i>Семинары (С)</i>					
1.2.3.	<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>	18	18			
	<i>Из них в интерактивной форме (ИФ):</i>					
2.	Самостоятельная работа студентов (ак. часов)	108	108			
	В том числе:					
2.1.	Курсовой проект (работа)					
2.2.	Расчетно-графические работы					
2.3.	Реферат					
2.4.	Подготовка и прохождение промежуточной	27	27			

	аттестации					
	Другие виды самостоятельной работы	81	81			
<b>3.</b>	<b>Общая трудоемкость (ак. часов)</b>	144	144			
	<i>Общая трудоемкость (зачетных единиц)</i>	4	4			

## 5. Содержание дисциплины

### 5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1	Введение	Проблемы вычислительной математики и численного анализа. Погрешность. Критерии выбора вычислительного алгоритма. Экономичность алгоритма. Аппроксимация.
2	Метод Эйлера.	Метод последовательных приближений. Метод степенных рядов. Метод Эйлера и его модификации. Глобальная погрешность метода Эйлера.
3	Методы Рунге-Кутты.	Методы Рунге-Кутты. Правило Рунге для контроля одношаговых методов.
4	Многошаговые методы.	Многошаговые методы. Явные и неявные методы Адамса.
5	Конечно-разностные методы.	Разностные методы. Локальная аппроксимация дифференциального оператора.
6	Аппроксимация.	Аппроксимация дифференциальной задачи разностной схемой.
7	Сходимость.	Сходимость и устойчивость разностной схемы. Теорема о сходимости. Достаточный признак устойчивости решения линейной задачи Коши.
8	Устойчивость.	Спектральные признаки устойчивости.
9	Устойчивость нелинейных задач.	Исследование устойчивости нелинейных задач.

### 5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Семинары	СРС	Все-го час.
1.	Введение	2		2		8	12
2.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	8		8		50	66
3.	Конечно-разностные методы решения задачи Коши для ОДУ	8		8		50	66

**6. Лабораторный практикум:** нет

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
1.	1	Введение	2
2.	2	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	8
3.	3	Конечно-разностные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	8

**7. Практические занятия (семинары) - нет**

**8. Примерная тематика курсовых проектов (работ) – нет**

**9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:**

а) основная литература:

1. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: Часть 1. – Новосибирск: НГУ 2003.
2. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: Часть 2. – Новосибирск: НГУ 2005.
3. Михайлов А.П. Учебные задания вычислительной практики в компьютерном класс. – Новосибирск: НГУ 2003.

б) дополнительная литература:

4. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
5. Самарский А. А. Введение в численные методы. СПб.: Изд-во «Лань», 2009.
6. Бахвалов Н. С., Лапин А. В., Чижонков Е. В. Численные методы в задачах и упражнениях. М.: Высшая школа, 2000.
7. Самарский А. А. и др. Задачи и упражнения по численным методам / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич, Е. А. Самарская. М.: Эдиториал УРСС, 2000.
8. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977.

Вся литература есть в библиотеке РУДН и в электронном виде на кафедре.

**Программное обеспечение** – Windows, Microsoft Office, Maple, TeX, WinEdt.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы – Yandex, Google, MathNet.

## 10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитории для проведения лекций и семинаров в учебном корпусе РУДН, ул. Орджоникидзе, 3.  
Ноутбук, мультимедийный проектор и экран.

## 11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Курс состоит из лекций и практических занятий. Соотношение часов между ними следующее: 2 часа лекций и 2 часа практических занятий в неделю.

Преподавание курса ведется путем чтения лекций и проведения семинаров в сочетании с внеаудиторной работой по решению практических задач и упражнений по материалу, изложенному на лекциях и семинарах. Лекционный материал включает теоретические основы современных методов и подходов к численному решению многомерных уравнений в частных производных, методов исследования аппроксимации, сходимости, эффективности реализации разностных схем. На семинарских занятиях студенты тренируют практические навыки построения и анализа свойств численных алгоритмов для различных задач математической физики. Внеаудиторная работа организована путем самостоятельного решения студентами как типовых задач, так и задач повышенной сложности, требующей творческого подхода.

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.):

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
51 – 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 – 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

1. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
2. В балльно-рейтинговую систему оценки знаний в течение семестра входят работа на занятии, выполнение домашних заданий и проработка текущего материала. Выдается 4 домашних задания на обозначенные в ФОС темы, каждое из которых оценивается из 10 баллов. По указанным разделам проводится опрос, который максимально оценивается 20 баллами.
3. Студент допускается к итоговому контролю с любым количеством баллов, набранным в семестре. Итоговый контроль содержит 2 задания. На подготовку к ответу отводится 1 час, после чего производится устный опрос студента. Оценивается работа из 50 баллов независимо от количества баллов, полученных в течение семестра.

4. Если после итогового контроля студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и он должен повторить дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. FX, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путём повторного одноразового выполнения предусмотренных итоговых контрольных мероприятий; при этом аннулируются, по усмотрению преподавателя, соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.

**12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) – прилагается.**

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

**Разработчик**  
**Профессор Математического**

**институт им. С.М.Никольского**



**Г.Г. Лазарева**

**Руководитель программы:**

**Директор Математического института,**  
**д.ф.-м.н., профессор**



**А.Л. Скубачевский**

**Приложение 1.**  
(обязательное)

*Факультет физико-математических и естественных наук  
Математический институт им. С.М. Никольского*

**УТВЕРЖДЕН**

на заседании института

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г., протокол № \_\_\_\_

Директор института

\_\_\_\_\_ А.Л. Скубачевский

(подпись)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

\_\_\_\_\_ **Численные методы решения задач математического  
моделирования** \_\_\_\_\_

(наименование дисциплины)

01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

\_\_\_\_\_ магистр \_\_\_\_\_

Квалификация (степень) выпускника



## Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Численные методы решения задач математического моделирования»

Направление/Специальность: 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела	
			Текущий контроль											Промеж уточная аттестаци я				
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Реферат	Выполнение ЛР	Выполнение ДЗ	Выполнение РГР	Выполнение КР	Выполнение КП	Работа на занятии	Работа на инд. занятии	Экзамен	Прочие формы контр.			
ОПК-5, ПК-1,2	1. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Программа и отчет										50						50
	2. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Методы Адамса.	10						10					10		30	30	
	3. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Метод стрельбы. Конечно-разностные методы. Метод послед. приближений.							10					10		20	20	

	уравнений																
		<b>Итого</b>	<b>10</b>							<b>20</b>		<b>50</b>		<b>20</b>			<b>100</b>

**Вопросы к итоговому контролю**

1. Переход от дифференциальной к дискретной модели.
2. Разностные схемы для уравнений параболического типа с постоянными коэффициентами.
3. Применение конечно-разностного метода для уравнений параболического типа.
4. Вычисление относительной погрешности численного решения.
5. Определяющие соотношения. Замыкание модели. Уравнения состояния. Замкнутая модель.
6. Начально-краевая задача.
7. Условия корректности по Адамару.
8. Явные и неявные разностные схемы на примере уравнения теплопроводности.
9. Явные и неявные разностные схемы для реализации численного решения нестационарных задач.
10. Явные и неявные разностные схемы на примере уравнения переноса.
11. Теорема сходимости.
12. Исследование сходимости разностной схемы.
13. Исследование аппроксимации дискретных моделей для уравнения переноса разложением вокруг опорной точки.
14. Спектральный метод исследования устойчивости по начальным данным для уравнения теплопроводности, для уравнения переноса.
15. Схема с весами для уравнения теплопроводности.
16. Схема с весами для уравнения Лапласа.
17. Схемы с весами для уравнений параболического типа с постоянными коэффициентами.
18. Метод прогонки на примере уравнения теплопроводности.
19. Краевые условия прямого и обратного хода метода прогонки.
20. Основные априорные оценки для моделей сплошных сред.
21. Теорема сходимости.
22. Исследование аппроксимации дискретных моделей для уравнения переноса разложением вокруг опорной точки.
23. Исследование сходимости дискретных моделей спектральным методом по начальным данным для уравнения переноса.

## Варианты контрольных работ

### Контрольная работа № 1

Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

2) Доказать, что метод Рунге-Кутты

$$\begin{aligned}y_{j+1} &= y_j + \frac{1}{6}(\varphi_1 + 4\varphi_2 + \varphi_3), \\ \varphi_1 &= hf(x_j, y_j), \\ \varphi_2 &= hf\left(x_j + \frac{h}{2}, y_j + \frac{\varphi_1}{2}\right), \\ \varphi_3 &= hf(x_j + h, y_j - \varphi_1 + 2\varphi_2)\end{aligned}$$

для решения задачи Коши

$$\begin{aligned}y' &= f(x, y), \quad a < x \leq b, \\ y(a) &= y_a\end{aligned}$$

Имеет локальную погрешность порядка  $O(h^4)$ .

3) На равномерной сетке методом неопределенных коэффициентов построить разностный оператор, который на шаблоне  $x_{j-1}, x_j, x_{j+1}$  локально аппроксимирует в узле  $x_j$

дифференциальный оператор  $Ly \equiv \frac{d^2y}{dx^2}$  со вторым порядком.

### Контрольная работа №2

Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

1) Для решения краевой задачи

$$\begin{aligned}y'' + 2xy' - x^2y &= (x^3 - x^2 + 4x - 2)e^{-x^2}, \quad 0 < x < 1, \\ y(0) &= 1, \\ y(1) &= 0\end{aligned}$$

построить схему, равномерно сходящуюся со вторым порядком по  $h$ .

2) Построить разностную схему второго порядка аппроксимации для решения краевой задачи с условиями первого рода на левой границе и с условиями второго рода на правой границе.

$$\begin{aligned}(p(x)y')' - q(x)y &= -f(x), \quad 0 < x < l, \\ y(0) = \mu_0, \quad p(l)y'(l) &= \mu_l.\end{aligned}$$

3)