

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Российский университет дружбы народов»
(РУДН)*

*Факультет физико-математических и естественных наук
Институт физических исследований и технологий*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**Рекомендуется для направления подготовки/специальности
03.03.02 Физика**

**Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр**

1. Цели и задачи дисциплины:

Сформировать представление о методах и областях применения теории обыкновенных дифференциальных уравнений, развить математическую культуру студента и подготовить его к усвоению других основных математических курсов. Реализация указанной цели включает последовательное изложение теоретического материала на лекциях, при котором все основные результаты снабжаются строгими доказательствами; отработку приемов решения задач на практических занятиях; промежуточный и итоговый контроль выявляют степень усвоения полученных навыков.

2. Место дисциплины в структуре ООП: базовая часть, модуль «Математика», Б1.О.01.06.

Необходимо знание математического анализа (дифференциальное и интегральное исчисление функций действительного переменного, числовые и функциональные ряды). Дисциплина является предшествующей к курсу по методам математической физики.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
1	ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	Математический анализ Аналитическая геометрия Линейная алгебра	Дисциплины модулей «Общая физика», «Теоретическая физика»

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений, систем обыкновенных дифференциальных уравнений, линейных и квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка, теоремы о разрешимости и об однозначной разрешимости задачи Коши для этих систем и уравнений, краевой задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, теоремы о продолжении решений, о непрерывной и дифференцируемой зависимости решений от параметров, уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной, элементы теории линейных уравнений и систем, элементы теории устойчивости решений по Ляпунову.

Уметь: решать уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним, линейные уравнения, уравнения Бернулли, Риккати, в полных дифференциалах, исследовать уравнения на особые решения, решать уравнения на понижение порядка, линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами, находить функцию Грина краевой задачи для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, находить общее решение и решение задачи Коши, составлять и решать геометрические и физические задачи; определять тип дифференциального уравнения первого порядка, интегрировать дифференциальные уравнения всех изученных в курсе типов.

Владеть: приёмами и методами интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, методами исследования устойчивости решений систем дифференциальных уравнений, методами нахождения решений линейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка; основными методами теории обыкновенных диф-

ференциальных уравнений и систем обыкновенных дифференциальных уравнений, методами решения конкретных задач как теоретического, так и прикладного характера, в частности, геометрических и физических.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		5	6		
Аудиторные занятия (всего)	51	27	24		
В том числе:					
Лекции	17	9	8		
Практические занятия (ПЗ)	34	18	16		
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
Самостоятельная работа (всего)	93	45	48		
В том числе:					
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат					
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>					
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)					
Общая трудоемкость	час	144	72	72	
	зач. ед.	4	2	2	

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Введение	Роль дифференциальных уравнений и систем в изучении явлений природы. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям и системам. Основные понятия.
2.	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	<p>Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. Геометрическая интерпретация. Интегральные кривые. Метод изоклин. Простейшие уравнения, интегрируемые в квадратурах: уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним, однородные и приводящиеся к ним, линейные. Уравнения Бернулли и Риккати. Уравнения в полных дифференциалах.</p> <p>Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка, разрешённого относительно производной. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Продолжение решений. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров. Приближенное решение задачи Коши методом Эйлера.</p> <p>Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Точки единственности и неединственности, особые решения. Метод введения параметра. Уравнения Клеро и Лагранжа. Интегрирование уравнений с помощью рядов.</p>

3.	Обыкновенные дифференциальные уравнения n -го порядка	<p>Дифференциальные уравнения n-го порядка. Основные определения. Уравнения, допускающие понижение порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциальных уравнений n-го порядка.</p> <p>Линейные уравнения n-го порядка. Теорема о существовании, единственности и продолжении решения задачи Коши. Существование фундаментальной системы решений для линейного однородного уравнения n-го порядка. Вид общего решения линейного однородного и неоднородного уравнения n-го порядка. Построение частного решения линейного неоднородного уравнения n-го порядка методом вариации постоянных. Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Фундаментальная система решений. Вид фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения n-го порядка с действительными постоянными коэффициентами. Построение частного решения линейного неоднородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами для правой части специального вида. Уравнение Эйлера.</p>
4.	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений	<p>Задачи механики и управления, приводящие к краевым задачам. Постановка краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка, их геометрическая и механическая интерпретация. Задача Штурма–Лиувилля.</p>
5.	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	<p>Основные определения. Канонический и нормальный вид системы. Простейшие методы интегрирования систем дифференциальных уравнений.</p> <p>Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема о существовании решения задачи Коши для нормальной системы. Продолжение решений. Следствие для уравнений n-го порядка. Случай линейного уравнения и линейной системы. Непрерывная зависимость задачи Коши от начальных параметров и данных и параметров.</p> <p>Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Существование фундаментальных систем и их взаимосвязь. Вид общего решения линейной однородной и неоднородной системы.</p> <p>Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами и методы их решения. Характеристическое уравнение.</p>
6.	Элементы теории устойчивости	<p>Теория устойчивости решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений и её роль в качественной теории дифференциальных уравнений. Устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову решений систем дифференциальных уравнений. Теорема Ляпунова об устойчивости, функция Ляпунова. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости по линейному приближению.</p>

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего час.
1.	Введение	2		4	13	19
2.	Дифференциальные уравнения первого порядка	3		6	20	29

3.	Системы дифференциальных уравнений	4		8	20	32
4.	Краевые задачи	4		8	20	32
5.	Устойчивость	4		8	20	32

6. Лабораторный практикум: нет

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
1.	1	Введение	
2.	2	Дифференциальные уравнения первого порядка	12
3.	3	Системы дифференциальных уравнений	12
4.	4	Краевые задачи	4
5.	5	Устойчивость	6

8. Примерная тематика курсовых проектов (работ) – нет

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: КомКнига, 2007.
2. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., все годы изданий.

б) дополнительная литература:

3. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, все годы издания.
4. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения, все годы издания.
5. Степанов В.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения, все годы издания.
6. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М., Наука, 1979.
7. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения, все годы издания
8. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., все годы изданий.

Вся литература есть в библиотеке РУДН и в электронном виде на кафедре.

Программное обеспечение – Windows, Microsoft Office, Maple, TeX, WinEdt.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы – Yandex, Google, MathNet.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитории для проведения лекций и семинаров в учебном корпусе РУДН, ул. Орджоникидзе, 3.

Ноутбук, мультимедийный проектор и экран.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Курс состоит из лекций и практических занятий. Соотношение часов между ними следующее: 2 часа лекций и 2 часа практических занятий в неделю.

Для наглядности изложения материала на лекциях запланированы компьютерные презентации по темам: 1) решение задачи Коши для ДУ 1-го порядка; 2) решение задачи Коши для систем ДУ; 3) решение краевых задач для ДУ 2-го порядка; 4) устойчивые и неустойчивые решения ДУ и систем. Кроме того, разработаны визуализации (в основном анимации) в системе MAPLE по всем темам лекций и семинаров и по всем домашним заданиям. Для студентов запланированы еженедельные минипрезентации по e-mail с использованием указанных визуализаций.

Методически курс построен так, чтобы все наиболее сложные задачи рассматривались в простейших случаях, что облегчает понимание их студентами. В случае необходи-

мости, студент, освоивший этот курс, легко перенесет изложенные результаты на более общие вопросы теории дифференциальных уравнений.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Шкала оценок

Соответствие систем оценок (согласно Приказу Ректора № 996 от 27.12.2006 г.)

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки
86-100	5	95-100	5+	A
		86-94	5	B
69-85	4	69-85	4	C
51-68	3	61-68	3+	D
		51-60	3	E
0-50	2	31-50	2+	FX
		0-30	2	F
51-60	Зачет		Зачет	Passed

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Направление/Специальность:03. 03.02 Физика

Раздел	Темы	Формы контроля уровня освоения ООП					Баллы темы	Баллы раздела
		Контрольная работа	Коллоквиум	Домашнее задание	Экзамен	Работа на семинарах		
Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям и системам. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Продолжение решений. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров. Приближенное решение задачи Коши методом Эйлера. Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешённые относительно производной. Метод введения параметра.	9	12		3	1 2	10 17	40
	Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям и системам. Уравнения Бернулли и Риккати. Уравнения в полных дифференциалах.	12				1	13	
Обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка	Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения. Вид общего решения линейного однородного и неоднородного уравнения n-го порядка. Метод вариации постоянных. Метод характеристического уравнения. Построение частного решения линейного неоднородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами для правой части специального вида.	12			6	4	22	22
Краевые задачи для	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных				6	4	10	10

ОДУ	уравнений 2-го порядка, их геометрическая и механическая интерпретация. Задача Штурма–Лиувилля.								
Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Теорема о существовании решения задачи Коши для нормальной системы. Следствие для уравнений n-го порядка. Системы линейных однородных уравнений. Вид общего решения линейной однородной и неоднородной системы. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами и методы их решения.					14	5	19	19
Элементы теории устойчивости	Устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову решений систем дифференциальных уравнений. Теорема Ляпунова об устойчивости.					7	2	9	9
	Итого:							100	100

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа № 1. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.

Задачи

1. Нахождение общего решения уравнения.
2. Решение уравнения с заданным начальным условием.
3. Решение геометрической задачи.

Контрольная работа № 2. Уравнения первого порядка.

Задачи

1. Уравнение, приводящееся к однородному.
2. Уравнение Бернулли.
3. Уравнение в полных дифференциалах.
4. Геометрическая задача.

Контрольная работа № 3. Уравнения, не разрешенные относительно производной, и уравнения высших порядков.

Задачи

1. Найти общее решение и исследовать на особое решение уравнение, не разрешенное относительно производной.
2. Уравнение на тему «Понижение порядка».
3. Решение линейного неоднородного уравнения второго порядка методом вариации постоянных.
4. Решение линейного неоднородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Коллоквиум

Итоговый контроль (экзамен).

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Руководитель направления 03.03.02

Директор института физических исследований и технологий, д.ф.-м.н., профессор



О.Т. Лоза