

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ястребов Олег Александрович
Должность: Ректор
Дата подписания: 22.05.2023 10:59:11
Уникальный программный ключ:
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Институт экологии

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дискретная математика

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

01.04.02 Прикладная математика и информатика

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):

Моделирование и прогнозирование процессов в экологии и экономике

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

2023 г.

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дискретная математика относится к числу основных математических дисциплин, безусловно необходимых для полноценного профессионального образования в области прикладной математики и информатики. Другими словами, основы дискретной математики являются необходимой составной частью общего университетского математического образования и владение ими является важным составляющим элементом общей математической и, что не менее, если не более, важно, – гуманитарной культуры выпускника магистратуры.

Основная цель курса – овладение обучающимися основными понятиями и методами дискретной математики для применения их к построению анализу дискретных математических моделей экологических и экономических процессов и систем.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Дискретная математика» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Знать литературные и другие информационные источники по разрабатываемой теме исследований; профессиональную терминологию; основные понятия, методы и принципы математического моделирования, методы построения и исследования математических моделей в естественных науках.
		ОПК-2.2 Уметь применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач, грамотно использовать математические модели в научных исследованиях, ставить задачи исследования и оптимизации сложных объектов на основе методов математического моделирования; выявлять общие закономерности исследуемых объектов, выбирать методы исследования математических моделей.
		ОПК-2.3 Владеть основными методами научных исследований, статистической обработки экспериментальных данных, методами и алгоритмами интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели с помощью современных программных комплексов
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знать основные методы и принципы математического моделирования, области их применения, особенности объектов моделирования и методики исследования моделей; основные проблемы конкретной предметной области, требующие использования современных научных методов исследования; методы и средства теоретических научных исследований, позволяющие решать конкретные проблемы данной предметной области

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
		ОПК-3.2 Уметь ориентироваться в круге основных проблем, возникающих в различных областях профессиональной деятельности и использовать методы анализа и синтеза для получения новых научных знаний; разрабатывать математические модели типовых профессиональных задач, находить способы их решения и профессионально интерпретировать смысл полученного результата
		ОПК-3.3 Владеть методологией математического моделирования; навыками применения математического инструментария для создания и исследования новых математических моделей в области профессиональной деятельности, навыками построения и реализации основных математических алгоритмов; способами содержательной интерпретации полученных результатов; методами математической обработки результатов решения профессиональных задач; пакетами прикладных программ
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности	ПК-3.1 Знает современные тенденции развития, научные и прикладные достижения в области собственной научно-исследовательской деятельности, физико-математический аппарат для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира
		ПК-3.2 Умеет решать стандартные и не стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности, анализировать и систематизировать результаты собственных исследований, представляет материалы в виде научных отчетов, публикаций, презентаций
		ПК-3.3 Владеет математический аппаратом для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира, анализом отечественной и зарубежной научно-технической информации по профессиональной тематике

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Дискретная математика» относится к *вариативной* компоненте блока Б1 ОП ВО.

В рамках ОП ВО обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Дискретная математика».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач		Численные методы решения задач математического моделирования Дополнительные главы математического моделирования Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности		Прикладные задачи математического моделирования Теория игр Дискретные математические модели Непрерывные математические модели Теория и методы разработки управленческих решений Дополнительные главы математического моделирования Технологии вычислительного эксперимента Прогнозирование в экономике Математические методы в управлении Финансовое моделирование и прогнозирование Прогнозирование в экологии Моделирование в задачах техносферной безопасности Управление природными ресурсами Научно-исследовательская работа Преддипломная практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения		Прикладные задачи математического моделирования Дополнительные главы математического моделирования

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	задач научной и проектно-технологической деятельности		Прогнозирование в экономике Математические методы в управлении Финансовое моделирование и прогнозирование Прогнозирование в экологии Моделирование в задачах техносферной безопасности Управление природными ресурсами Научно-исследовательская работа Преддипломная практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы

* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Дискретная математика» составляет 3 зачетных единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНОЙ** формы обучения

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1	2	3	4
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	34	34			
Лекции (ЛК)	17	17			
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	17	17			
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	57	57			
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	17	17			
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	108	108		
	зач.ед.	3	3		

Таблица 4.2. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНО-ЗАОЧНОЙ** формы обучения*

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1	2	3	4
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	24	24			
Лекции (ЛК)	12	12			
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	12	12			
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	57	57			
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	27	27			
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	108	108		
	зач.ед.	3	3		

* - заполняется в случае реализации программы в очно-заочной форме

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
Начала (наивной) теории множеств	Множества, операции над ними. Мощности множеств, теоремы о счетных множествах, теорема Кантора-Бернштейна, теорема Кантора о мощности множества всех подмножеств данного множества, парадокс Рассела, мощность континуума, равномощность отрезка и квадрата. Упорядоченные пары по Куратовскому, декартово произведение множеств. Отношения, функции (отображения), отношения эквивалентности. Арифметика кардинальных чисел. Упорядоченные множества, наибольшие и максимальные элементы, фундированные и вполне упорядоченные множества, ординалы. Трансфинитная индукция. Аксиома выбора и теорема Цермело, их эквивалентность. Лемма Цорна и ее применения. Эквивалентность бесконечного множества и его декартова квадрата, мощность суммы и произведения множеств, по крайней мере одно из которых бесконечно. Арифметика ординалов. Парадокс Бурали-Форти.	ЛК, СЗ
Элементарная комбинаторика	Перестановки, размещения, сочетания, треугольник Паскаля, бином Ньютона. Формула включений и исключений	ЛК, СЗ
Функции алгебры логики	Функции алгебры логики. Формулы, равенство функций, СДНФ, СКНФ булевой функции, двойственная функция, принцип двойственности. Полином Жегалкина, линейные функции, монотонные функции. Полнота и замкнутость систем функций, важнейшие замкнутые классы, теорема Поста о полноте системы функций алгебры логики, предполные классы. Минимизация функций алгебры логики в классе ДНФ: постановка задачи, геометрическая интерпретация, сокращенная ДНФ, тупиковые ДНФ, геометрический алгоритм поиска минимальных и кратчайших, метод Блейка построения сокращенной	ЛК, СЗ

	ДНФ, критерий поглощения, алгоритм построения всех тупиковых ДНФ.	
Элементы k -значной логики	Функции k -значной логики, основные понятия, полнота, распознавание полноты, теорема Кузнецова. Особенности k -значных логик (теоремы Янова, Мучника, разложение в полиномы по модулю k и над полями Галуа).	ЛК, СЗ
Элементы теории графов	Графы, основные понятия, изоморфизм графов, реализация графа в трехмерном пространстве, плоские графы, эйлеровы графы, теорема Понтрягина-Куратовского. Формула Эйлера, графы на двумерных замкнутых поверхностях, эйлерова характеристика поверхности. Двойственный граф, правильные графы на сфере, правильные мозаики, теорема о пяти красках. Приложения графов к топологии: зацепленность (при любом вложении в трёхмерное пространство) края листа Мёбиуса и его средней линии, невложимость проективной плоскости и бутылки Клейна в трёхмерное пространство.	ЛК, СЗ
Исчисление высказываний	Высказывания, таблицы истинности. Связь с булевыми функциями. Аксиоматические теории. Аксиомы исчисления высказываний. Лемма дедукции. Теорема о полноте исчисления высказываний. Независимость аксиом исчисления высказываний.	ЛК, СЗ
Исчисление предикатов	Предикаты и функции, валентность. Сигнатура, формулы и интерпретации. Язык первого порядка. Выразимые и невыразимые предикаты. Общезначимость. Аксиомы исчисления предикатов и правила вывода, корректность и полнота исчисления предикатов. Переименование переменных. Предварённая нормальная форма.	ЛК, СЗ
Обзор формальной арифметики и аксиоматической теории множеств	Аксиомы Пеано и аксиомы формальной арифметики. Формулировки теорем Гёделя о неполноте и непротиворечивости. Идея доказательства средствами теории алгоритмов. Аксиоматика Цермело-Френкеля. Континуум-гипотеза.	ЛК, СЗ

* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – семинарские занятия.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной	MS Windows 10 64bit Microsoft Office 2010

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
	мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы обучающихся	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	MS Windows 10 64bit Microsoft Office 2010

* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Алексеев В.Е. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА: Учебное пособие.. 2017.
http://www.unn.ru/books/met_files/Alekseev.pdf

Дополнительная литература:

2. Верещагин Н. К., Шень А. Х. «Начала теории множеств», М.: МЦНМО, 2008.
3. Верещагин Н. К., Шень А. Х. «Языки и исчисления», М.: МЦНМО, 2008.
4. под ред. Яблонского С. В. и Лупанова О. Б. «Дискретная математика и математические вопросы кибернетики», т. 1, М.: «Наука», 1974
5. Мендельсон Э. «Введение в математическую логику», М.: «Наука», 1976.
6. Оре О. «Графы и их применение», М., 1963
7. Верещагин Н. К., Шень А. Х. «Вычислимые функции», М.: МЦНМО, 2008.
1. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. «Элементы теории функций и функционального анализа». Любое издание.
2. Столл Р. «Множества. Логика. Аксиоматические теории». М., «Просвещение», 1968.
3. Манин Ю. И. «Доказуемое и недоказуемое», М., «Советское радио», 1979.
4. Яблонский С. В. «Введение в дискретную математику». Любое издание.
5. Яценко И.В. «Парадоксы теории множеств», М., МЦНМО, 2002.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров:

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН
<http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru
- ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС «Троицкий мост»

2. Базы данных и поисковые системы:
Yandex, Goole, MathNet.

8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Оценочные материалы и балльно-рейтинговая система* оценивания уровня сформированности компетенций (части компетенций) по итогам освоения дисциплины «Дискретная математика» представлены в Приложении к настоящей Рабочей программе дисциплины.

* - ОМ и БРС формируются на основании требований соответствующего локального нормативного акта РУДН (положения/порядка).

РАЗРАБОТЧИКИ:

Доцент департамента ЭБиМКП

Должность, БУП

Ледашева Т.Н.

Подпись

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:

Доцент департамента ЭБиМКП

Должность, БУП



Подпись

Ледашева Т.Н.

Фамилия И.О.

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине
«Дискретная математика»

Описание балльно - рейтинговой системы.

Знания студентов оцениваются по рейтинговой системе. Оценка знаний по рейтинговой системе основана на идее поощрения систематической работы студента в течение всего периода обучения.

При выставлении оценок используется балльно-рейтинговая система, в соответствии с Положением о БРС оценки качества освоения основных образовательных программ, принятого Решением Ученого совета университета (протокол №6 от 17.06.2013 г) и утвержденного Приказом Ректора Университета от 20.06.2013 года.

Система оценок

Баллы БРС	Традиционные оценки РФ	ESTC
95-100	5	A
86-94		B
69-85	4	C
61-68		D
51-60	3	E
31-50		FX
0-30	2	F
51-100		Зачет

Правила применения БРС

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считаются освоенными, если студент набрал более 50 % от возможного числа баллов по этому разделу (теме).
2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если он не освоил все темы и разделы дисциплины.
3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) изучаемой дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости или выданы дополнительные учебные задания по этим темам или разделам. При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл (51 % от максимального балла).
4. При выполнении студентом дополнительных учебных заданий или повторного прохождения мероприятий текущего контроля полученные им баллы засчитываются за конкретные темы. Итоговая сумма баллов не может превышать максимального количества баллов, установленного по данным темам.
5. График проведения мероприятий текущего контроля успеваемости формируется в соответствии с календарным планом курса. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.

6. Время, которое отводится студенту на выполнение мероприятий текущего контроля успеваемости, устанавливается преподавателем. По завершении отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю, вне зависимости от того, завершена она или нет.
7. Использование источников (в том числе конспектов лекций и лабораторных работ) во время выполнения контрольных мероприятий возможно только с разрешения преподавателя.
8. Отсрочка в прохождении мероприятий текущего контроля успеваемости считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки. В этом случае выполнение контрольных мероприятий осуществляется после выздоровления студента в срок, назначенный преподавателем. В противном случае, отсутствие студента на контрольном мероприятии признается не уважительным.
9. Студент допускается к итоговому контролю знаний с любым количеством баллов, набранных в семестре.

Образец заданий текущего контроля

1. В зачете участвовало несколько студентов и преподавателей. Известно, что в комнату, где происходил зачет, каждый участник зачета вошел лишь однажды и что каждый преподаватель поговорил с каждым студентом. Докажите, что в какой-то момент зачета в комнате присутствовали либо все студенты (и, может быть, кто-то из преподавателей), либо все преподаватели (и, может быть, кто-то из студентов).
2. Какие строки в треугольнике Паскаля состоят только из нечетных чисел?
3. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9, используя эти авиалинии (возможно, с пересадками)?
4. В дереве на 8 вершинах три вершины имеют степень 1. Сколько вершин имеют степень 3?
5. Известно, что в графе существует замкнутый маршрут, проходящий по каждому ребру ровно два раза. Верно ли, что в графе есть эйлеров цикл?
6. Существует ли степень тройки, заканчивающаяся на 0001?
7. Существует ли решение уравнения $37x + 71y = 12345$ в неотрицательных целых числах?
8. В магазине продаются вазы как разного цвета, так и разной формы. Докажите, что в этом магазине можно найти две вазы, различающиеся и цветом, и формой.
9. В группе студентов есть один, который знает C++, java, python, haskell. Каждые три из этих языков знают два студента. Каждые два - 6 студентов. Каждый из этих языков знают по 15 студентов. Сколько студентов в группе?
10. Существует ли трехзначное целое положительное число, которое дает остаток 1 при делении на 2, остаток 2 при делении на 3, остаток 3 при делении на 4, остаток 4 при делении на 5, остаток 5 при делении на 6 и остаток 6 при делении на 7?
11. Чего больше: инъективных отображений 5-элементного множества в 20-элементное или сюръективных отображений 20-элементного множества в 5-элементное?
13. На плоскости нарисовано некоторое количество равносторонних треугольников. Они не пересекаются, но могут иметь общие участки сторон. Мы хотим покрасить каждый треугольник в какой-нибудь цвет так, чтобы те из них, которые соприкасаются, были покрашены в разные цвета (треугольники, имеющие одну общую точку, могут быть покрашены в один цвет). Хватит ли для такой раскраски двух цветов?
14. Сколько есть порядков на n -элементном множестве, в которых ровно одна пара элементов несравнима?

15. Докажите, что любое множество непересекающихся триодов на плоскости конечно или счетно. (Триод - это объединение трех отрезков, имеющих общий конец.)
16. Верно ли, что множество бесконечных двоичных последовательностей, в которых нет трёх 1 подряд, имеет мощность континуум?
17. Является ли полной система связей, состоящая из дизъюнкции и импликации?
18. Опишите схему сравнения чисел линейного размера и логарифмической глубины.
19. Докажите, что если существует алгоритм перечисления элементов некоторого множества, то существует также и алгоритм, который перечисляет элементы множества без повторений.
20. Докажите, что во всяком бесконечном разрешимом множестве натуральных чисел есть перечислимое неразрешимое подмножество.

Темы докладов.

1. Принцип математической индукции.
2. Формулы суммы и произведения. Задачи о подсчете путей.
3. Конечные слова в алфавите. Соответствие между двоичными словами, подмножествами множества и характеристическими функциями.
4. Треугольник Паскаля. Рекуррентное соотношение.
5. Числа Фибоначчи: определение, примеры перечислительных задач, в которых ответ выражается через числа Фибоначчи.
6. Графы. Основные определения.
7. Подграфы. Циклы. Клики и независимые множества.
8. Отношение достижимости и компоненты связности графа.
9. Деревья. Примеры и свойства.
10. Эйлеров цикл, критерий его существования для ориентированных и неориентированных графов.
11. Отношение делимости и его свойства.
12. Арифметика остатков. Вычеты. Свойства операций с вычетами.
13. Малая теорема Ферма.
14. НОД и НОК.
15. Алгоритм Евклида.
16. Решение линейных диофантовых уравнений.
17. Китайская теорема об остатках.
18. Основная теорема арифметики.
19. Множества, теоретико-множественные операции, их свойства.
20. Функции. Образы и прообразы множеств.
21. Логические значения и логические связки, булевы функции. Задание булевых функций таблицами истинности.
22. Формула включений--исключений. Примеры использования.
23. Обратная функция.
24. Виды функций: инъекции, сюръекции и биекции.
25. Композиция функций, ее свойства.
26. Бинарные отношения и двудольные графы.
27. Отношения эквивалентности, классы эквивалентности. Примеры.
28. Отношения частичного порядка.
29. Изоморфизм порядков и графов.
30. Мощность множества, конечная и бесконечная мощность.
31. Счетные множества, счетность множества целых и рациональных чисел.
32. Континуальные множества.
33. Несчетность континуальных множеств.
34. Теорема Кантора--Бернштейна.
35. Схемы и вычисляемые ими булевы функции.
36. Формулы и вычисляемые ими булевы функции.

37. Базисы, полные базисы. Примеры.
38. Размер и глубина схемы.
39. Схемы для сложения и умножения чисел.
40. Существование функций экспоненциальной схемной сложности.
41. Алгоритмы и их описания. Примеры моделей вычисления.
42. Вычислимые функции. Разрешимые и перечислимые множества.
43. Теорема Поста.
44. Примеры алгоритмически неразрешимых задач.