Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Функционально-дифференциальные уравнения

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.04.02 Прикладная математика и информатика

магистерская программа «Математические модели в междисциплинарных исследованиях»

Квалификация (степень выпускника) Магистр

1. Цели и задачи дисциплины: знакомство с основными свойствами и современными методами качественного исследования неклассических задач для уравнений с частными производными, включая эллиптические уравнения с нелокальными краевыми условиями и краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Функционально-дифференциальные уравнения» относится к дисциплине по выбору студента блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
	Общепрофессиональные компетенции		
	ОПК-3. Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	Высокопроизводительные вычислительные процессы в задачах математической физики, Нелинейные задачи математической физики	Междисциплинарный экзамен

3. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные типы нелокальных краевых задач для эллиптических уравнений, постановки краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений, понятие и основные свойства пространств Соболева и весовых пространств, свойство фредгольмовой разрешимости, эффект нарушения гладкости решений.

Уметь: исследовать разрешимость и регулярность решений нелокальных краевых задач для эллиптических уравнений, а также краевых задач для некоторых классов функционально-дифференциальных уравнений в различных функциональных пространствах.

Владеть: основными качественными методами исследования названных задач, включая теорию банаховых алгебр, технику локализации, метод срезающих функций, метод априорных оценок, построение регуляризаторов, метод продолжения по параметру.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Модули			
		1	2	3	4

Аудиторные занятия (всего)	36			27	
В том числе:					
Лекции	18			9	
Практические занятия (ПЗ)					
Семинары (С)	18			18	
Лабораторные работы (ЛР)					
Самостоятельная работа (всего)	72			81	
В том числе:					
Подготовка к опросу					
Домашние задания	72			54	
Подготовка и проведение экзамена				27	
Общая трудоемкость час	108			108	
зач. ед.	3			3	

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)
1	**Введение**	Вариационные и краевые задачи с отклоняющимся аргументом. Разрешимость и регулярность обобщенных решений. Краевые задачи для дифференциально-разностных уравнений в одномерном случае. Сведение краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения на отрезке к дифференциальному уравнению с нелокальными краевыми условиями. Эллиптические уравнения второго порядка в цилиндре с нелокальными краевыми условиями.
2	**Сильно эллиптические системы дифференциальных уравнений**	Исследование неравенства Гординга для уравнений и систем уравнений с частными производными. Вывод необходимых и достаточных условий. Случай переменных коэффициентов. Метод локализации. Сравнение условий эллиптичности и сильной эллиптичности. Разрешимость и спектральные свойства задачи Дирихле для сильно эллиптической системы дифференциальных уравнений.
3	**Краевые задачи для эллиптических дифференциально-разностных уравнений**	Разностные операторы в ограниченных областях евклидова пространства. Разбиение области, порожденное разностным оператором. Матричное описание разностных операторов, сравнение с символом разностного оператора. Решение задачи коэрцитивности (исследование неравенства типа Гординга) для дифференциально-разностных операторов. Получение достаточных условий и необходимых условий сильной эллиптичности в алгебраической форме. Постановка первой краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения, обобщенные решения. Исследование

		разрешимости и структуры спектра. Исследование гладкости обобщенных решений первой краевой задачи для сильно эллиптических дифференциально-разностных уравнений. Внутренняя гладкость в подобластях. Эффект нарушения гладкости при подходе к границе подобласти. Примеры сохранения гладкости в подобластях, а также во всей области.
4	**Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений с растяжениями и сжатиями аргументов**	Функциональные операторы с растяжениями и сжатиями аргументов, их свойства в пространствах Соболева. Описание при помощи преобразования Гельфанда. Модельная краевая задача для эллиптического функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями в звездной области. Эффект появления бесконечномерного ядра/коядра. Задача коэрцитивности для функционально-дифференциального оператора с растяжениями и сжатиями в ограниченной области, содержащей центр сжатий. Получение алгебраического критерия сильной эллиптичности в виде положительности скалярного символа оператора (комбинации преобразований Фурье и Гельфанда). Приложение к дифференциально-разностным операторам. Разрешимость и спектр первой краевой задачи для сильно эллиптического функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов. Исследование гладкости обобщенных решений в частных случаях. Особенности обобщенных решений первой краевой задачи для сильно эллиптического уравнения вблизи начала координат (центра сжатия).

5.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Практич. занятия	Лаб.	СРС	Всего часов
1.	Введение	1	2		1	4
2.	Сильно эллиптические системы дифференциальных уравнений	2	4		20	26
3.	Краевые задачи для эллиптических дифференциально-разностных уравнений	3	6		30	39
4.	Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений с растяжениями и сжатиями аргументов	3	6		30	39

6. Лабораторный практикум не предусмотрен

7. Практические занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
1	1	Введение	2
2	2	Сильно эллиптические системы дифференциальных уравнений	4

3	3	Краевые задачи для эллиптических дифференциально-разностных уравнений	6
4	4	Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений с растяжениями и сжатиями аргументов	6

8. Курсовые работы не предусмотрены.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) Основная литература:

1. *Скубачевский А.Л.* Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений и их приложения. Успехи математических наук 71 (2016), 3-112.
2. *Россовский Л.Е.* Эллиптические функционально-дифференциальные уравнения со сжатием и растяжением аргументов неизвестной функции. Современная математика. Фундаментальные направления 54 (2014), 3-138.

б) Дополнительная литература:

1. *Skubachevskii A.L.* Elliptic functional differential equations and applications. Basel-Boston-Berlin: Birkhauser, 1996.
2. *Antonevich A., Lebedev A.* Functional-Differential Equations. I. C*-theory. Harlow: Longman, 1994.

Вся литература имеется в библиотеке РУДН или в электронной библиотеке института.

в) Программное обеспечение – пакет «Maple»

г) Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы - Математический институт

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

учебная аудитория для проведения семинарских занятий, большая аудитория (лекционный зал) для чтения лекций, ноутбук - 1шт., проектор - 1шт., экран - 1шт., ксерокс - 1 шт., принтер - 1шт., сканер - 1 шт.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.):

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
51 – 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 – 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

1. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
2. В балльно-рейтинговую систему оценки знаний в течение семестра входят работа на занятии, выполнение домашних заданий и проработка текущего материала. Выдается 4 домашних задания на обозначенные в ФОС темы, каждое из которых оценивается из 10 баллов. По указанным разделам проводится опрос, который максимально оценивается 20 баллами.
3. Студент допускается к итоговому контролю с любым количеством баллов, набранным в семестре. Итоговый контроль содержит 2 задания. На подготовку к ответу отводится 1 час,

после чего производится устный опрос студента. Оценивается работа из 50 баллов независимо от количества баллов, полученных в течение семестра.

4. Если после итогового контроля студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и он должен повторить дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. FX, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путём повторного одноразового выполнения предусмотренных итоговых контрольных мероприятий; при этом аннулируются, по усмотрению преподавателя, соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) – *прилагается.*

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

Профессор
Математического института
им. С.М. Никольского _____________________ Л..Е. Россовский

Директор
Математического института
им.С.М. Никольского _____________________ А.Л. Скубачевский

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук
Математический институт им. С.М. Никольского

УТВЕРЖДЕН
На заседании института
« » 2021 г.,
протокол №
Директор института

______________ А.Л. Скубачевский

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине Функционально-дифференциальные уравнения

Рекомендуется для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Магистерская программа «Математические модели в междисциплинарных исследованиях»

Квалификация (степень) выпускника Магистр

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Функционально-дифференциальные уравнения

Направление/Специальность: 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Магистерская программа «Математические модели в междисциплинарных исследованиях»

Код контролируемой компетенции или ее части	**Контролируемый раздел дисциплины**	**Контролируемая тема дисциплины**	**Наименование оценочного средства**				**Баллы темы**	**Баллы раздела**
			Текущий контроль			**Промежуточная аттестация**		
			Домашние задания	**Контрольная работа**	**Опрос**	**Экзамен**		
ОПК-3	Введение	Связь между вариационными задачами для нелокальных функционалов и краевыми задачами для функционально-дифференциальных уравнений	10				10	20
		Эллиптические уравнения второго порядка в цилиндре с нелокальными условиями	10				10	

ОПК-3	Сильно эллиптические системы дифференциальных уравнений				10			10
ОПК-3	Краевые задачи для эллиптических дифференциально-разностных уравнений	Разностные операторы в ограниченных областях	10				10	35
		Первая краевая задача для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения			5	20	25	
ОПК-3	Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений с растяжениями и сжатиями аргументов	Модельная задача для эллиптического функционально-дифференциального уравнения со сжатиями/растяжениями в звездной области	10				10	35
		Первая краевая задача для сильно эллиптического функционально-дифференциального уравнения со сжатиями/растяжениями			5	20	25	
	Итого		40		20	40	100	100

Перечень оценочных средств
по дисциплине Функционально-дифференциальные уравнения

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
Аудиторная работа			
	Опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний, обучающегося по определенному разделу или теме.	Примерные вопросы
	Экзамен	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала и выполнения в процессе обучения всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой.	Комплект экзаменационных билетов, список экзаменационных вопросов
Самостоятельная работа			
	СРС (домашнее задание)	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Примерные варианты домашнего задания

Приложение 3

Дисциплина ***Функционально-дифференциальные уравнения***

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1) Теорема об изоморфизме пространств Соболева, осуществляемом разностным оператором.

2) Достаточное условие сильной эллиптичности функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов в ограниченной области.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1) Фредгольмова и однозначная разрешимость краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения на отрезке.

2) Необходимое условие сильной эллиптичности функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов в ограниченной области, содержащей неподвижную точку (начало координат).

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1) Гладкость обобщённых решений краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения на отрезке.

2) Алгебра операторов сжатия, растяжения и умножения на однородные функции нулевой степени.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1) Достаточные условия дискретности спектра краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения.

2) Сильно эллиптическое уравнение с одним функциональным оператором в ограниченной области, удовлетворяющей условию типа звёздности: гладкость обобщённых решений в подобластях.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1) Свойства функционального оператора со сжатиями аргумента на конечном интервале: теоремы об изоморфизмах пространств Соболева.

2) Первая краевая задача для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения: понятие обобщённого решения, фредгольмова разрешимость и дискретность спектра.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1) Разрешимость краевой задачи для функционально-дифференциального уравнения со сжатиями аргумента.

2) Сильно эллиптические дифференциально-разностные уравнения в цилиндре: гладкость обобщённых решений.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1) Гладкость решений краевой задачи для функционально-дифференциального уравнения со сжатиями аргумента.

2) Фредгольмова разрешимость и дискретность спектра первой краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1) Разрешимость краевой задачи для функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргумента.

2) Особенности обобщённых решений первой краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения внутри области и на границе области.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1) Гладкость обобщённых решений краевой задачи для функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргумента.

2) Необходимые условия сильной эллиптичности дифференциально-разностного уравнения в ограниченной области.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

1) Особенности обобщённых решений в начале координат первой краевой задачи для сильно эллиптического уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов.

2) Классы дифференциально-разностных уравнений, для которых получены одновременно необходимые и достаточные условия сильной эллиптичности.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

1) Достаточные условия дискретности спектра краевой задачи для функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргумента.

2) Разностные операторы в ограниченных областях евклидова пространства: символ и матричное представление

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

1) Фредгольмова разрешимость в весовых пространствах нелокальной краевой задачи для уравнения Пуассона с носителем нелокальных данных вблизи границы.

2) Достаточные условия сильной эллиптичности дифференциально-разностного уравнения в ограниченной области.

Каждому студенту достается по одному билету из данного перечня. Ответ на каждый вопрос оценивается от 0 до 20 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ

1 Теорема об изоморфизме пространств Соболева, осуществляемом разностным оператором.
2. Фредгольмова и однозначная разрешимость краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения на отрезке.
3. Гладкость обобщённых решений краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения на отрезке.
4. Достаточные условия дискретности спектра краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения.
5. Разностные операторы в ограниченных областях евклидова пространства: символ и матричное представление.
6. Первая краевая задача для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения: понятие обобщённого решения, фредгольмова разрешимость и дискретность спектра.
7. Сильно эллиптические дифференциально-разностные уравнения в цилиндре: гладкость обобщённых решений.
8. Особенности обобщённых решений первой краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения внутри области и на границе области.
9. Достаточное условие сильной эллиптичности функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов в ограниченной области.
10. Необходимые условия сильной эллиптичности дифференциально-разностного уравнения в ограниченной области.
11. Классы дифференциально-разностных уравнений, для которых получены одновременно необходимые и достаточные условия сильной эллиптичности.
12. Достаточные условия дискретности спектра краевой задачи для функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргумента.
13. Алгебра операторов сжатия, растяжения и умножения на однородные функции нулевой степени.
14. Достаточное условие сильной эллиптичности функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов в ограниченной области.
15. Необходимое условие сильной эллиптичности функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов в ограниченной области, содержащей неподвижную точку (начало координат).
16. Сильно эллиптическое уравнение с одним функциональным оператором в ограниченной области, удовлетворяющей условию типа звёздности: гладкость обобщённых решений в подобластях.
17. Особенности обобщённых решений в начале координат первой краевой задачи для сильно эллиптического уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов.

Примерные варианты домашнего задания (из 2-х заданий)
по дисциплине Функционально-дифференциальные уравнения

1. Образом пространства $\{u \in H^1(0,2): u(0) = u(2) = 0\}$ под действием разностного оператора $R: L_2(0,2) \to L_2(0,2)$,

$$Ru = u(t) + u(t-1) + 2u(t+1),$$

является

а) все пространство $H^1(0,2)$;
б) пространство $\{v \in H^1(0,2): v(0) = v(2) = 0\}$;
в) пространство $\{v \in H^1(0,2): v(0) = v(1), v(2) = 2v(1)\}$;
г) пространство $\{v \in H^1(0,2): v(0) = 2v(1), v(2) = v(1)\}$.

Правильный ответ: в).

2. Разностный оператор $Ru = u(t) + \frac{1}{\sqrt{2}}[u(t-1) + u(t+1)]$ является положительным оператором в пространстве

а) $L_2(0,2)$;
б) $L_2(0,3)$;
в) $L_2(\mathbb{R})$.

Правильный ответ: а).

1. Поиск минимума функционала

$$J(y) = \int_0^2 \left(y'^2(t) + y'(t)y'(t-1) - 2f(t)y(t)\right)dt$$

на пространстве $\{y \in H^1(0,2): y(0) = y(2) = 0\}$ сводится к решению краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения

а) $-\left(y'(t) + y'(t-1)\right)' = f(t), \quad t \in (0,2)$;
б) $-\left(y'(t) + \frac{1}{2}y'(t-1)\right)' = f(t), \quad t \in (0,2)$;
в) $-\left(y'(t) + y'(t+1)\right)' = f(t), \quad t \in (0,2)$;
г) $-\left(y'(t) + \frac{1}{2}y'(t-1) + \frac{1}{2}y'(t+1)\right)' = f(t), \quad t \in (0,2)$.

Правильный ответ: г).

2. Спектр дифференциально-разностного оператора $A_R: L_2(0,2) \to L_2(0,2)$,

$$A_R u = -(Ru')' - u, D(A_R) = \{u \in H^1(0,2): u(0) = u(2) = 0, Ru' \in H^1(0,2)\},$$

является вещественным при

а) $Ru = 2u(t) + u(t+1)$;
б) $Ru = u(t) + 2u(t-1) + 2u(t+1)$;
в) $Ru = 2u(t) + u(t-1) - u(t+1)$.

Правильный ответ: б).

1. Спектр дифференциально-разностного оператора $A_R: L_2(0,2) \to L_2(0,2)$,

$$A_R u = -(Ru')' + u, D(A_R) = \{u \in H^1(0,2): u(0) = u(2) = 0, Ru' \in H^1(0,2)\},$$

является полуограниченным при

а) $Ru = 2u(t) + u(t+1)$;
б) $Ru = u(t) + 2u(t-1) + 2u(t+1)$;
в) $Ru = u(t) + u(t-1) - 2u(t+1)$.

Правильный ответ: а), в).

2. При $a^2 b \neq -1$ краевая задача

$$-\big(u'(t) + au'(t-1) + bu'(t+2)\big)' = tu(t), \;\; t \in (0,3),$$
$$u(t) = 0, \;\; t \notin (0,3),$$

а) не имеет решений;
б) имеет конечное число линейно независимых обобщенных решений;
в) имеет бесконечное число линейно независимых обобщенных решений.

Правильный ответ: б)

1. Укажите, какой из следующих операторов является положительным в $L_2(0,+\infty)$:

а) $Ru = u(t) + \frac{1}{3}u(t/2)$;
б) $Ru = u(t) + \frac{1}{3}u(t/2) + \frac{2}{3}u(2t)$;
в) $Ru = u(t) + \frac{1}{2}u(t/2) + u(2t)$.

Правильный ответ: б).
8. Поиск минимума функционала

$$J(y) = \int_0^{3T} \big(y'(t) + 2y'(t/3)\big)^2 dt$$

на множестве функций $y \in H^1(0,+\infty)$, удовлетворяющих условиям $y(0) = 1, y(t) = 0\ (t \geq T)$, сводится к решению краевой задачи для уравнения

а) $-\left(y'(t) + 2y'(t/3)\right)' = 0,\ \ t \in (0,T)$;
б) $-\left(y'(t) + \frac{1}{2}y'(3t)\right)' = 0,\ \ t \in (0,T)$;
в) $-(13y'(t) + 2y'(t/3) + 6y'(3t))' = 0,\ \ t \in (0,T)$;
г) $-(y'(t) + 2y'(t/3) + 6y'(3t))' = 0,\ \ t \in (0,T)$.

2. Краевая задача

$$-(y'(t) + 5y'(t/2))' = 0,\ \ t \in (0,1),$$
$$y(0) = y(1) = 0$$

имеет

а) единственное тривиальное решение;
б) конечное число линейно независимых обобщенных решений;
в) бесконечное число линейно независимых обобщенных решений.

Правильный ответ: в).

1. Для какой из следующих краевых задач (краевые условия везде одинаковы и имеют вид $y(0) = 0, y(t) = 0,\ t \geq 1$, а $f \in L_2(0,1)$) всякое обобщенное решение обязательно принадлежит $H^2(0,1)$:

а) $-\left(y'(t) - \frac{1}{2}y'(t/2)\right)' + 3y(t) = f(t),\ \ t \in (0,1)$;
б) $-\left(y'(t) + \frac{1}{2}y'(2t)\right)' = f(t),\ \ t \in (0,1)$;
в) $-\left(y'(t) + 2y'(t/2)\right)' = f(t),\ \ t \in (0,1)$?

Правильный ответ: а).

2. Для каких из следующих краевых задач (краевые условия везде одинаковы и имеют вид $y(0) = 0, y(t) = 0,\ t \geq 1$, а $f \in L_2(0,1)$) обобщенное решение единственно:

а) $-(y'(t) + y'(t/3))' = f(t),\ \ t \in (0,1)$,
б) $-(y'(t) + 10y'(3t))' = f(t),\ \ t \in (0,1)$,
в) $-\left(y'(t) + \frac{1}{10}y'(3t)\right)' = f(t),\ \ t \in (0,1)$?

Правильный ответ: б), в).

Каждый пункт домашнего задания оценивается 5 баллами.

Примеры вопросов к опросу

по дисциплине Функционально-дифференциальные уравнения

1. Сравните условия эллиптичности скалярного уравнения и системы дифференциальных уравнений.

2. Что можно сказать про количество классов разбиения ограниченной области, порожденного группой целочисленных сдвигов?

3. Что можно сказать про количество подобластей внутри одного класса?

4. Как проверяется положительная определенность разностного оператора, действующего на функции во всем пространстве и в ограниченной области?

5. Что такое проблема коэрцитивности?

6. Приведите пример, когда необходимые условия сильной эллиптичности дифференциально-разностного уравнения совпадают с достаточными.

7. Какова структура множества, на котором обобщенные решения краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения могут иметь особенности?

8. Может ли гладкость обобщенного решения краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения сохраняться во всей области?

9. Почему обычный метод локализации не работает для уравнений с растяжениями и сжатиями аргументов?

10. Какие свойства операторов сжатия и умножения на однородные функции нулевой степени позволяют построить символьное исчисление для соответствующей операторной алгебры?

11. Почему метод сведения к системе эллиптических дифференциальных уравнений не всегда удобен при исследовании краевых задач для уравнений с растяжениями и сжатиями аргументов?

12. В каких точках может нарушаться гладкость обобщенного решения краевой задачи для сильно эллиптического уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов?

13. Каковы особенности исследования функционально-дифференциальных уравнений с растяжениями и сжатиями аргументов в случае переменных коэффициентов?

Правильный ответ на каждый вопрос оценивается двумя баллами.