

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН
01.00.00 «Математика и механика»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Вариационные методы в математическом моделировании

Рекомендуется для направления подготовки

01.04.02 – Прикладная математика и информатика

(указываются код и наименования направления(ий)

подготовки (специальности (ей) и/или профилей (специализаций)

Направленность программы

Теория вероятностей и математическая статистика

(наименование образовательной программы в соответствии с направленностью (профилем))

Квалификация (степень) выпускника магистр

(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)

1. Цели и задачи дисциплины: Целью курса «Вариационные методы в математическом моделировании» является формирование у студентов практических навыков по применению вариационных методов к решению краевых задач.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина относится к вариативной части блока 1 учебного плана, обязательная часть.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
	УК-1; УК-7	Непрерывные математические модели, Прикладные задачи математического моделирования, Численные методы решения задач математического моделирования	Дополнительные главы математического моделирования, Компьютерные методы решения многомерных задач Компьютерный анализ временных рядов
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4;	Непрерывные математические модели, Прикладные задачи математического моделирования, Численные методы решения задач математического моделирования	Дополнительные главы математического моделирования, Компьютерные методы решения многомерных задач Компьютерный анализ временных рядов
Профессиональные компетенции (вид профессиональной деятельности - научно-исследовательская деятельность)			
	ПК-1	Непрерывные математические модели, Прикладные задачи математического моделирования, Численные методы решения задач математического моделирования	Дополнительные главы математического моделирования, Компьютерные методы решения многомерных задач Компьютерный анализ временных рядов

- УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.
- УК-7 Способен: искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных

источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информации и данных

- ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики
- ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач
- ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
- ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности
- ПК-1 Проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: УК-1; УК-7; ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ПК-1

(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН)

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.

- УК-1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации
- УК-1.2 Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности
- УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов

УК-7 Способен: искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информации и данных

- УК-7.1 Знает принципы применения цифровых технологий для сбора, отбора и обобщения информации
- УК-7.2 Умеет применять цифровые технологии для поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики
- УК-7.3 Владеет навыками применения цифровых технологий и методов поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики

ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики

- ОПК-1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук
- ОПК-1.2 Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности
- ОПК-1.3 Владеет навыками осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач

- ОПК-2.1 Способен совершенствовать и (или) разрабатывать новые математические методы для разработки и реализации алгоритмов решения задач (в том числе с использованием программных средств) в области профессиональной деятельности
- ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
- ОПК-3.1 Способен модифицировать и (или) разрабатывать, анализировать и реализовывать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении
- ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности
- ОПК-4.1 Знает принципы сбора и анализа информации по проводимым исследованиям
- ПК-1 Проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований
- ПК-1.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики и информационных технологий; владеет знанием основ философии и методологии науки; владеет методами научных исследований, умеет применять их на практике.
 - ПК-1.3 Умеет применять полученные знания в области прикладной математики и информатики, а также решать стандартные задачи собственной научно-исследовательской деятельности; умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей по тематике исследований в соответствии с выбранной методикой

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- принципы сбора, отбора и обобщения информации по проводимым исследованиям;
- принципы применения цифровых технологий для сбора, отбора и обобщения информации;
- основы научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики и информационных технологий;

Уметь:

- осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий;
- соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности;
- использовать цифровые технологии и методы поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики;
- применять цифровые технологии для поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики;
- решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики;
- использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности;
- совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач;

- модифицировать и (или) разрабатывать, анализировать и реализовывать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении;
- комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности;
- применять полученные знания в области прикладной математики и информатики, а также решать стандартные задачи собственной научно-исследовательской деятельности;
- решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей по тематике исследований в соответствии с выбранной методикой;

Иметь (владеть):

- практический опыт работы с информационными источниками;
- навыками применения цифровых технологий и методов поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики;
- фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук;
- навыками осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц.

№	Вид учебной работы	Всего часов	Семестр
			4 (модуль 4)
1.	Аудиторные занятия (всего)	36	36
1.1	Лекции	18	18
1.2.1	Практические занятия (ПЗ)	18	18
1.2.2	Семинары (С)	-	-
1.2.3	Лабораторные работы (ЛР)	-	-
2.	Самостоятельная работа студентов (ак. часов)	108	108
3.	Общая трудоемкость (ак. часов)	144	144
4.	Общая трудоемкость (зачетных единиц)	4	4

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Элементы теории гильбертовых пространств	Базовые определения: векторное пространство, скалярное произведение, норма, гильбертово пространство. Примеры гильбертовых пространств. Линейная зависимость элементов гильбертова пространства. Сходимость, полнота. Ортогональные и ортонормированные системы, ряд Фурье.

2.	Операторы функционалы гильбертовых пространствах	и в	Определения функционала и оператора в гильбертовом пространстве. Свойства операторов и функционалов, теорема Рисса. Положительные и строго положительные операторы. Энергетическое пространство оператора.
3.	Теорема функционале энергии	о	Теорема о функционале энергии. Обобщенное решение задачи о минимуме функционала энергии. Представление обобщенного решения в виде ортогонального ряда.
4.	Метод Ритца		Минимизирующая последовательность и ее сходимости. Процесс Ритца.
5.	Прочие методы		Метод наименьших квадратов. Метод Куранта. Метод наискорейшего спуска

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практические и лабораторные занятия			СРС	Все-го час.
			Лаб	Пр. зан.	Сем.		
1.	Элементы теории гильбертовых пространств	3		3		24	30
2.	Операторы и функционалы в гильбертовых пространствах	4		4		24	32
3.	Теорема о функционале энергии	5		5		24	34
4.	Метод Ритца	5		6		24	35
5.	Прочие методы	1		-		12	13
Итого		18	-	18	-	108	144

6. Лабораторный практикум

не предусмотрен программой курса

7. Практические занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий	Трудо-емкость (час.)
1.	1	Проверка линейной зависимости элементов гильбертова пространства	1
2.	1	Вычисление коэффициентов Фурье	2
3.	2	Проверка симметричности, положительности и строгой положительности оператора в гильбертовом пространстве	4
4.	3	Приближенное построение обобщенного решения уравнения по полной ортогональной в энергетическом пространстве оператора системе элементов	5
5.	4	Решение краевой задачи методом Ритца	6
Итого			18

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для выполнения обучающимися практических работ по дисциплине, для проведения обучающимися самостоятельной работы и компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение:

ОС Linux, офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0), ПО для просмотра pdf (например, evince (лицензия GPL-2+ CC-BY-SA-3.0)), интерпретатор Python (любая версия), система компьютерной алгебры Maxima (любая версия), пакет прикладных математических программ Scilab (любая версия).

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- Сайт библиотеки РУДН <http://lib.rudn.ru/>
- ТУИС <http://esystem.pfur.ru/>
- IETF <https://www.ietf.org/rfc.html>

10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

а) основная литература

1. Кулябов Д. С., Севастьянов Л. А. Численная реализация вариационных методов : учебное пособие. — Москва : РУДН, 2015. — 45 с.

б) дополнительная литература

1. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов [Текст] / С.Г. Михлин. - М. : Наука, 1966. - 432 с. - 1.80.
2. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике [Текст] / С.Г. Михлин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1970. - 512 с. - 2.04.
3. Mihlin S.G. Variational methods in mathematical physics [Текст] / S.G. Mihlin; Transl. from the Russian by T.Boddington; Ed. introd. by Transl. ed. L.I.G.Chembers. - Книга на английском языке. - Oxford : Pergamon press, 1964. - 584 p. : il. - (Intern. series of monographs in pure and applied mathematics ; V. 50). - 13.00.
4. Болдырев, Ю. Я. Вариационное исчисление и методы оптимизации : учебное пособие для вузов / Ю. Я. Болдырев. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 240 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01707-6.
5. Горлач, Б. А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация : учебное пособие / Б. А. Горлач, В. Г. Шахов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-2168-8.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Учебным планом на изучение дисциплины отводится один семестр (один модуль). В течение семестра выполняются 5 практических работ. По итогам первых 3 практических работ проводится промежуточная аттестация. В конце семестра производится итоговый контроль знаний в виде теста в ТУИС.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Разработчики:

доцент кафедры прикладной
информатики и теории вероятностей, к.ф.-м.н.

Д.В. Диваков

Заведующий кафедрой
прикладной информатики
и теории вероятностей, д.т.н., проф.

К.Е. Самуйлов

Руководитель программы
профессор
кафедры прикладной информатики
и теории вероятностей, д.ф.-м.н., проф.

Л.А. Севастьянов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»
Факультет физико-математических и естественных наук*

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Вариационные методы в математическом моделировании
(наименование дисциплины)

01.04.02 «Прикладная математика и информатика»
(код и наименование направления подготовки)

«Теория вероятностей и математическая статистика»
(наименование профиля подготовки)

Магистр

Квалификация (степень) выпускника

**Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Вариационные методы
в математическом моделировании**

Направление: 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	ФОСы (формы контроля уровня освоения ООП)		Баллы темы	Баллы раздела
		Текущий контроль	Промежуточная аттестация		
		Выполнение ПР	Итоговый контроль		
УК-1; УК-7; ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ПК-1	Элементы теории гильбертовых пространств	20	4	24	24
	Операторы и функционалы в гильбертовых пространствах	20	4	24	24
	Теорема о функционале энергии	20	4	24	24
	Метод Ритца	20	4	24	24
	Прочие методы	-	4	4	4
ИТОГО		80	20	100	100

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: УК-1; УК-7; ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ПК-1

(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН)

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий.

- УК-1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации
- УК-1.2 Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности
- УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов

УК-7 Способен: искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информации и данных

- УК-7.1 Знает принципы применения цифровых технологий для сбора, отбора и обобщения информации
- УК-7.2 Умеет применять цифровые технологии для поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики

- УК-7.3 Владеет навыками применения цифровых технологий и методов поиска, обработки, анализа, хранения и представления информации в области прикладной математики и информатики
- ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики
- ОПК-1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук
 - ОПК-1.2 Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности
 - ОПК-1.3 Владеет навыками осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний
- ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач
- ОПК-2.1 Способен совершенствовать и (или) разрабатывать новые математические методы для разработки и реализации алгоритмов решения задач (в том числе с использованием программных средств) в области профессиональной деятельности
- ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
- ОПК-3.1 Способен модифицировать и (или) разрабатывать, анализировать и реализовывать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении
- ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности
- ОПК-4.1 Знает принципы сбора и анализа информации по проводимым исследованиям
- ПК-1 Проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований
- ПК-1.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики и информационных технологий; владеет знанием основ философии и методологии науки; владеет методами научных исследований, умеет применять их на практике.
 - ПК-1.3 Умеет применять полученные знания в области прикладной математики и информатики, а также решать стандартные задачи собственной научно-исследовательской деятельности; умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей по тематике исследований в соответствии с выбранной методикой

Балльно-рейтинговая система оценки уровня знаний

Сводная оценочная таблица дисциплины

	Раздел	Выполнение ПР №1	Выполнение ПР №2	Выполнение ПР №3	Выполнение ПР №4	Выполнение ПР №5	Итоговый контроль	Баллы раз- дела
1	Элементы теории гильбертовых пространств	10	10				4	24
2	Операторы и функционалы в гильбертовых пространствах			20			4	24
3	Теорема о функционале энергии				20		4	24
4	Метод Ритца					20	4	24
5	Прочие методы						4	4
Итого		10	10	20	20	20	20	100

Таблица соответствия баллов и оценок

Баллы БРС	Традиционные оценки РФ	Оценки ECTS
95 - 100	5	A
86 - 94		B
69 - 85	4	C
61 - 68	3	D
51 - 60		E
31 - 50	2	FX
0 - 30		F
51-100	Зачет	Passed

Правила применения БРС

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считается освоенной, если студент набрал более 50% от числа баллов, предусмотренных за данный раздел (тему).
2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если им не освоены все темы всех разделов дисциплины.
3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) изучаемой дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости или выданы дополнительные учебные задания по этим темам или разделам. При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл.
4. При выполнении студентом дополнительных учебных заданий или повторного прохождения мероприятий текущего контроля, полученные им баллы засчитываются в конкретные темы. При этом итоговая сумма баллов не может превышать максимального количества баллов, установленного по данным темам.
5. При подведении итогов семестровой промежуточной аттестации накопленные студентом баллы (по итогам семестра (модуля) и за аттестационные испытания) переводятся в традиционную оценку по четырехбалльной шкале (неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично) и в оценку ECTS (A, B, C, D, E, FX, F). Оценки «неудовлетворительно», «FX» и «F» в зачетную книжку не проставляются.
6. Пользоваться мобильными телефонами и другими электронными техническими средствами во время занятий и при проведении текущего контроля успеваемости можно только с разрешения преподавателя.
7. График проведения мероприятий текущего контроля успеваемости формируется в соответствии с календарным планом курса.
8. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
9. Время, которое отводится студенту на выполнение мероприятия текущего контроля успеваемости, устанавливается преподавателем. По завершении отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю, вне зависимости от того, завершена она или нет.
10. Использование источников (в том числе конспектов лекций и практических работ) во время выполнения мероприятий текущего контроля успеваемости возможно только с разрешения преподавателя.
11. Отсутствие студента на мероприятии текущего контроля успеваемости считается уважительным только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки, заверенной в КДЦ РУДН. Не позднее двух недель после выздоровления студент предъявляет справку преподавателю. В противном случае, отсутствие студента на мероприятии текущего контроля успеваемости признается не уважительным.
12. Сдача мероприятий текущего контроля успеваемости по причине болезни студента проводится один раз в конце семестра (модуля) в день, установленный преподавателем.
13. Итоговый контроль знаний проводится в форме теста и оценивается из 20 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.
14. Если в итоге за семестр (модуль) студент получил неудовлетворительную оценку, то студенту разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов посредством повторного одnorазового выполнения предусмотренных контрольных мероприятий (повторная переаттестация). Ликвидация задолженностей проводится по согласованию с деканатом в соответствии с действующими локальными нормативными актами.

Примерный перечень оценочных средств

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
1	Практическая работа	Система практических заданий, направленных на формирование практических навыков у обучающихся	Фонд практических заданий
2	Итоговый контроль в форме теста	Система стандартизированных заданий (вопросов), позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	База тестовых заданий
<i>Самостоятельная работа</i>			
3	Подготовка отчётов по результатам выполнения практических работ	Форма проверки качества выполнения студентами практических работ в соответствии с утверждённой программой	Фонд практических заданий в рамках лабораторного практикума по дисциплине

Оценка работы студента в течение семестра выставляется по сумме набранных баллов за практические работы и итогового теста.

Предлагаются к выполнению 5 практических работ (10, 10, 20, 20, 20, в сумме 80 баллов). Практические работы и отчеты по практическим работам выполняются и готовятся студентом самостоятельно (индивидуально), на практическом занятии студент может получить консультацию и методические указания от преподавателя.

Темы и задания практических работ:

- **Проверка линейной зависимости элементов гильбертова пространства**

Условие

Пусть дано вещественное гильбертово пространство квадратично интегрируемых функций на отрезке $[0,1]$ – пространство $L_2[0,1]$ со скалярным произведением $(u, v) = \int_0^1 uv \, dx$.

Рассмотрим систему функций $\varphi_i \in L_2[0,1]$: $\varphi_1 = \sqrt{2} \sin(\pi x)$, $\varphi_2 = \sqrt{2} \sin(2\pi x)$, $\varphi_3 = \sqrt{2} \sin(3\pi x)$, $\varphi_4 = \sqrt{2} \sin(4\pi x)$, $\varphi_5 = \sqrt{2} \sin(5\pi x)$.

Задание

Проверьте, являются ли функции φ_i , $i = \overline{1,5}$ линейно зависимыми.

Указание: подробный разбор аналогичного задания <https://youtu.be/vjMWci5qtqg>

-
- **Вычисление коэффициентов Фурье**

Условие

Пусть дано вещественное гильбертово пространство квадратично интегрируемых функций на отрезке $[0,1]$ – пространство $L_2[0,1]$ со скалярным произведением $(u, v) = \int_0^1 uv \, dx$.

Рассмотрим подпространство функций $D_0 = \{u \in L_2[0,1], u(0) = u(1) = 0\}$.

Дана функция $f \in D_0$, определенная следующим образом

$$f(x) = x^2 - x^3$$

В D_0 задана полная ортонормированная система функций

$$\varphi_1 = \sqrt{2} \sin(\pi x), \varphi_2 = \sqrt{2} \sin(2\pi x), \dots, \varphi_n = \sqrt{2} \sin(n\pi x), \dots$$

Задание

Вычислить 5 первых коэффициентов ряда Фурье $c_i = (f, \varphi_i)$, $i = \overline{1,5}$ элемента f по системе $\{\varphi_i\}$. Построить и сравнить графики f и $F = \sum_{i=1}^5 c_i \varphi_i$ в одной системе координат. Вычислить $\|f - F\|$.

Указание: подробный разбор аналогичного задания https://youtu.be/DUrFkkfq_Ao

-
- **Проверка симметричности, положительности и строгой положительности оператора в гильбертовом пространстве**

Условие

Рассмотрим гильбертово пространство квадратично интегрируемых функций на отрезке $[0,1]$, то есть $L_2[0,1]$ со скалярным произведением $(u, v) = \int_0^1 u(x)\overline{v(x)} \, dx$.

Пусть оператор A действует по правилу

$$Au = -\frac{d^2u}{dx^2},$$

на подмножестве D_A дважды непрерывно дифференцируемых функций на отрезке $[0,1]$, удовлетворяющих граничным условиям

$$u'(0) = u'(1) = 0.$$

Задание

Проверьте, является ли оператор A : 1) симметричным, 2) положительным, 3) положительно определенным

Указание: подробный разбор аналогичного задания <https://youtu.be/kacJVLDhQSY>

-
- **Приближенное построение обобщенного решения уравнения по полной ортогональной в энергетическом пространстве оператора системе элементов**

Условие

Рассмотрим вещественное гильбертово пространство $L_2[0,1]$ со скалярным произведением $(u, v) = \int_0^1 u(x)v(x)dx$ и оператор A действующий по правилу

$$Au = -\frac{d^2u}{dx^2} + 2u, \quad x \in [0,1],$$

на подмножестве D_A дважды непрерывно дифференцируемых функций на отрезке $[0,1]$, удовлетворяющих граничным условиям $u(0) = u(1) = 0$.

Задание

Постройте в виде частичной суммы ряда приближенное обобщенное решение u_n уравнения $Au = f$ для $f = 8 + 8x - 8x^2$ зная полную ортогональную систему $\{\varphi_j\}_{j=1}^{\infty}$ в H_A , где $\varphi_j = \sqrt{2} \sin(j\pi x)$.

Сравните приближенное решение u_n и точное решение $u = 4x - 4x^2$ графически и численно для $n = 3, 5, 7$.

Указание: подробный разбор аналогичного задания <https://youtu.be/PU3dRJ99-1Y>

-
- **Решение краевой задачи методом Рунге**

Условие

Пусть дана следующая краевая задача

$$\begin{cases} -u'' + p(x)u = f(x) \\ u(0) = u(1) = 0 \end{cases}, \quad x \in [0,1],$$

где

$$p(x) = 4x^2 - 4x + 3 > 0 \quad x \in [0,1]$$

$$f(x) = -16x^2 + 16x - 12$$

Задание

Постройте методом Ритца приближенное обобщенное решение u_n краевой задачи используя систему $\{\varphi_j\}_{j=1}^{\infty}$, где $\varphi_j = \sqrt{2} \sin(j\pi x)$.

Сравните приближенное по Ритцу решение u_n и точное решение $u = 4e^{x^2-x} - 4$ графически и численно для $n = 2, 3, 5, 7, 9$.

Указание: подробный разбор аналогичного задания <https://youtu.be/iuWtGRebwqs>

Методические указания и шкала оценок.

Порядок выполнения практической работы заключается в следующем:

- Ознакомиться с разделами методических указаний к данной лабораторной работе.
- Выполнить задания лабораторной работы.
- Составить отчёт.

Отчёт должен содержать следующие разделы:

1. Титульный лист;
2. Формулировку цели работы;
3. Условие работы;
4. Описание использованного метода;
5. Описание результатов выполнения задания:
 - основные формулы;
 - численные результаты расчетов;
 - графические результаты расчетов;

Критерии оценки по дисциплине

Оценивается полнота выполнения работы, оформление результатов расчетов и оценки производительности. Также оцениваются ответы на вопросы преподавателя по исходному тексту программы.

Шкала оценок

95-100 %:

- полное выполнение практических работ;
- высокий уровень культуры исполнения практических работ;
- активное участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи;
- полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

86- 94 %:

- полное выполнение практических работ;
- высокий уровень культуры исполнения практических работ;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- хорошее владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины и преподавателем.

69-85 %:

- частичное выполнение практических работ;
- хороший уровень культуры исполнения практических работ;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- усвоение основной литературы;

51-68 %:

- частичное выполнение практических работ;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- удовлетворительное владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

31 - 50 % – НЕ ЗАЧТЕНО:

- частичное выполнение практических работ;
- недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
- неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
- слабое владение программным обеспечением по разделам программы дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) производственных задач;
- способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

0-30 % – НЕ ЗАЧТЕНО:

- отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
- невыполнение практических заданий; отказ от ответа по программе дисциплины;
- игнорирование занятий по дисциплине по неуважительной причине.
- программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Комплект заданий для итогового контроля знаний

Итоговый контроль знаний по дисциплине проводится в форме компьютерного тестирования.

Тестирование состоит из 10 вопросов (2 вопроса по каждому разделу курса), каждый вопрос оценивается в 2 балла.

Примерный перечень вопросов итогового контроля знаний:

Раздел курса	Тематика вопросов
Элементы теории гильбертовых пространств	<ul style="list-style-type: none">– определение и примеры векторных пространств,– определение и примеры скалярных произведений,– определение и примеры норм,– определение и примеры гильбертовых пространств,– проверка линейной зависимости элементов гильбертова пространства,– проверка ортогональности и ортонормированности системы элементов гильбертова пространства,
Операторы и функционалы гильбертовых пространствах	<ul style="list-style-type: none">– определение и примеры функционалов в гильбертовом пространстве,– определение и примеры операторов в гильбертовом пространстве,– формулировка теоремы Рисса,– проверка положительности и строгой положительности оператора в гильбертовом пространстве,– определение энергетического пространства оператора в гильбертовом пространстве
Теорема о функционале энергии	<ul style="list-style-type: none">– формулировка теоремы о функционале энергии,– определение и примеры обобщенного решения задачи о минимуме функционала энергии,– представление обобщенного решения в виде ортогонального ряда
Метод Ритца	<ul style="list-style-type: none">– определение минимизирующей последовательности,– формулировка процесса Ритца
Прочие методы	<ul style="list-style-type: none">– формулировка метода наименьших квадратов,– формулировка метода Куранта,– формулировка метода наискорейшего спуска.