

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Мамонова Антона Алексеевича
«Инволютивные алгоритмы вычисления базисов Грёбнера в приложении к
исследованию модели Лотки–Вольтерры», представленную к защите в ПДС
0200.006 на базе Российского университета дружбы народов имени Патриса
Лумумбы на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ»

Актуальность темы диссертационной работы

Диссертационное исследование А.А. Мамонова посвящено одной из
ключевых проблем современной вычислительной математики — разработке
эффективных методов решения систем нелинейных алгебраических
уравнений, возникающих при моделировании сложных процессов в разных
областях науки, в том числе в рассматриваемых в диссертации
биологических процессах. Классические численные методы часто страдают
от потери корней, накопления погрешностей и неприменимости к
многомерным задачам. Рассматриваемая в диссертации задача
моделирования в популяционной динамике, где модели типа Лотки–
Вольтерры с несколькими видами и ареалами миграции требуют нахождения
всех стационарных и периодических режимов, хорошо демонстрирует
важность разработки таковых методов.

Автор справедливо отмечает, что сочетание символьных и численных
методов открывает новые возможности для проведения математического
моделирования, при этом инволютивные алгоритмы представляются как
перспективная альтернатива классическому алгоритму Бухбергера. Таким
образом, тема диссертации имеет как теоретическую, так и практическую
значимость.

С учетом перечисленного, считаю, что тема диссертационной работы
Мамонова Антона Алексеевича «Инволютивные алгоритмы вычисления
базисов Грёбнера в приложении к исследованию модели Лотки–Вольтерры»

является актуальной в рамках специальности 1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Характеристика содержания диссертационной работы

Диссертационная работа Мамонова А.А. состоит из введения, четырех глав, каждая из которых посвящена разным схемам распределения ресурсов, заключения, списка основных обозначений и списка использованной литературы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, рассмотрены ограничения прежних подходов к модели Лотки-Вольтеры, а также обоснована важность разработки универсального метода для решения систем нелинейных уравнений для задач математического моделирования.

Первая глава содержит обзор математических моделей популяционной динамики, включая модель « k конкурентов – k ареалов миграции», и демонстрирует необходимость численно-символьного подхода.

Вторая глава представляет собой теоретическое ядро работы: автор вводит обобщенное понятие линейного деления и на его основе дает оригинальное изложение теории инволютивного деления. Приводится базовая терминология, касающаяся базисов Гребнера полиномиальных идеалов и процесса их построения, а также для вводимого понятия деления доказывается ряд связанных теорем.

Третья глава описывает разработанный программный комплекс GInvDist, его архитектуру и возможности. Также описывается процесс тестирования разработанной системы и приводится анализ результатов, полученных в рамках тестирования.

Четвертая глава содержит результаты вычислительных экспериментов, включая сравнение производительности GInvDist и классической реализации Бухбергера в Sage, а также изыскания о применимости разных алгоритмов и программных инструментов при решении различных задач.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Достоверность и новизна результатов диссертации

Достоверность результатов обеспечивается строгостью математических доказательств (в диссертации приведены подробные доказательства теорем и лемм), использованием апробированных математических моделей, а также сравнением с известными результатами других авторов и данными компьютерных экспериментов.

В диссертационном исследовании разработаны новые численно-символьные методы для исследования моделей популяционной динамики, основанные на вычислении базисов Грёбнера. Также выполнено оригинальное обобщение понятия деления многочленов (линейное деление) и построение на его основе теории инволютивных делений. В части практических результатов, представлен разработанный и реализованный программный пакет GInvDist с открытым исходным кодом. И использованием данного программного пакета получены новые результаты для шестимерной модели «четыре конкурента – два ареала миграции», которые ранее были недоступны.

Таким образом, результаты диссертации обладают высокой степенью достоверности и содержат значительную научную новизну, что делает их ценным вкладом в развитие теории и практики математического моделирования, использования численных методов, и разработки комплексов программ.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все выносимые на защиту положения обоснованы теоретически и подтверждены экспериментально. Для каждого из пяти защищаемых положений в диссертации приведены либо соответствующие теоремы с доказательствами, либо данные вычислительных экспериментов.

Ценность для науки и практики результатов работы

Теоретическая ценность работы заключается в развитии теории инволютивных делений и базисов Грёбнера. Практическая значимость подтверждается созданием программного комплекса GInvDist а также анализу эффективности его применимости в различных задачах. Этот инструмент позволяет исследователям в области математического моделирования, экологии, химической кинетики и робототехники эффективно решать системы нелинейных уравнений. Кроме того, разработанные методы прогнозирования времени вычислений могут быть использованы для оптимизации распределения вычислительных ресурсов.

Таким образом, полученные результаты диссертационной работы имеют значительную ценность как для научного сообщества, так и для практиков, работающих в различных областях, опирающихся на результаты математического моделирования, а также для использования в образовательных программах по соответствующим специальностям и направлениям.

Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати

Основные результаты диссертации опубликованы в достаточном объеме. Автор имеет 5 печатных работ, из которых 2 — в журналах, индексируемых в Scopus и Web of Science. Кроме того, зарегистрированы 2 программы для ЭВМ, что подтверждает практическую реализацию разработанных алгоритмов.

Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации

Автореферат полностью соответствует содержанию диссертационной работы. Все ключевые теоретические и экспериментальные результаты, представленные в диссертации, нашли отражение в автореферате.

Замечания по диссертационной работе

Диссертация выполнена качественно с точки зрения оформления и логичной структуры. Тем не менее, по содержанию работы имеются следующие замечания:

1. База примеров, взятая из материалов, размещенных на сайте ОИЯИ и относящихся к первой версии G_{Inv} недостаточно представительна. Можно было бы дополнить эту базу идеалами полиномиальных колец, производя их случайным образом или с какой-нибудь симметрией.
2. На стр. 104 соискатель пишет: «Судя по дополнительно проведенным тестам, проблема в том, что размерность $hairer2 = 13$, что является простым числом.» Не ясно, откуда сделан такой сильный вывод. Тем более, если почитать дальше, S -пар в $F5$ как таковых нет – там матрица из коэффициентов S -полиномов редуцируется.
3. Построение базиса Грёбнера относительно того или иного мономиального порядка неизбежно разрушает симметрии, имевшиеся в исходном идеале. Каким образом это влияет на вычисления?

Указанные замечания ни коим образом не снижают уровня научной новизны, теоретической и практической значимости, а также общую положительную оценку выполненной диссертационной работы.

Заключение

Диссертационное исследование Мамонова Антона Алексеевича на тему «Инволютивные алгоритмы вычисления базисов Грёбнера в приложении к исследованию модели Лотки–Вольтерры» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится решение актуальной задачи разработки эффективных численно-символьных методов для исследования нелинейных моделей популяционной динамики.

Работа соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-

математических наук, согласно п.2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного ученым советом РУДН 22.01.2024 г., протокол № УС-1, а её автор, Мамонов Антон Алексеевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент: Цирулёв Александр Николаевич, доктор физико-математических наук (05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), доцент, профессор кафедры общей математики и математической физики математического факультета, ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»,



А.Н. Цирулёв

31 августа 2026 г.

тел., email: +7 903 033 97 11, tsirulev.an@tversu.ru

Подпись Цирулева Александра Николаевича заверяю
И. о. проректора по научной деятельности



Ю.В. Чемарина

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

Тверской государственный университет,

Адрес: 170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33, ТГУ

Тел.: +7 (4822) 32-15-50

E-mail: rector@tversu.ru

Страница в интернете: <https://tversu.ru>