



На правах рукописи

Полуэктов Дмитрий Сергеевич

**ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ ГРАНИЧНЫХ  
МНОГОПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ СИСТЕМ И РАЗДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ  
БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ**

Специальность 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика

**Автореферат**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2023

Работа выполнена на кафедре прикладной информатики и теории вероятностей  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования «Российского университета дружбы народов имени Патриса Лумумбы».

Научный руководитель: доктор технических наук,  
профессор, заведующий кафедрой прикладной  
информатики и теории вероятностей  
Российского университета дружбы народов  
**Самуйлов Константин Евгеньевич**

Официальные оппоненты: **Моисеев Александр Николаевич**, доктор физико-  
математических наук, профессор, заведующий кафедрой  
программной инженерии Федерального  
государственного автономного образовательного  
учреждения высшего образования «Национальный  
исследовательский Томский государственный  
университет»

**Степанов Сергей Николаевич**, доктор технических  
наук, профессор, заведующий кафедрой сетей связи и  
систем коммутации Ордена Трудового Красного Знамени  
федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Московский технический университет связи и  
информатики»

**Горбунова Анастасия Владимировна**, кандидат  
физико-математических наук, старший научный  
сотрудник федерального государственного бюджетного  
учреждения науки Институт проблем управления им.  
В.А. Трапезникова РАН

Защита диссертации состоится 17 ноября 2023 г. 15:00 на заседании  
диссертационного совета ПДС 0200.006 при Российском университете дружбы народов  
по адресу: г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 219.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского  
университета дружбы народов по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

Ученый секретарь диссертационного  
совета ПДС 0200.006,  
канд. физ.-мат. наук, доц.



А.В. Демидова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Чтобы соответствовать новым реалиям, сети 5/6-го поколений (англ. Fifth/Six Generation Network, 5/6G) стремятся стать полностью гетерогенными относительно способов доступа и передачи данных, т.е. строятся по технологиям различных стандартов. Сети образуют единую интегрированную среду с беспроводным хэндовером, а также могут масштабироваться по многим параметрам по сравнению с предыдущими поколениями сетей. Такие изменения возможны при оптимизации функциональных возможностей существующей инфраструктуры и внедрении новых технологий предоставления услуг и передачи данных.

Любой беспроводной технологии связи необходим радиоканал, который в большинстве случаев требует от оператора сети получение лицензии на использования радиочастот. Но даже выделенного радиочастотного спектра может оказаться недостаточно для увеличения пропускной способности сети. Эту проблему решает эффективное использование уже имеющегося спектра, что в сетях 5/6G возможно с применением технологии совместного использования радиочастот (англ. Licensed Shared Access, LSA).

Для достижения ультрамалых, менее 1 мс, задержек и уровня надежности, сопоставимого с проводными сетями, рассматривается вариант развития НЕ наземных (англ., Non-Terrestrial Networks, NTN), например, воздушных сетей, в том числе и беспилотных. Такие сети позволяют обеспечить покрытие те участки, где невозможно или экономически нецелесообразно размещать наземные базовые станции. Изменений требует и наземная сетевая инфраструктура, в том числе на базе технологии программно-конфигурируемых сетей (ПКС). Но если даже при таком подходе возникает возможность перегрузки, предлагается перенести повторяющиеся, дублирующие друг друга, потоки путем размещения востребованного контента на сервера граничных вычислений с множественным доступом (англ., Multi-access Edge Computing, MEC).

По отдельности все перечисленные подходы позволяют частично улучшить сетевую инфраструктуру, но только комплексное применение этих технологий и методов позволяет приблизиться к полноценному применению преимуществ сетей 5\6G. Именно такие задачи решаются в диссертационной работе, что и говорит об актуальности ее тематики.

**Степень разработанности темы.** Анализ вероятностно-временных характеристик, исследуемых в диссертационной работе моделей проведен с помощью аппарата теории вероятностей, теории массового обслуживания, теории случайных процессов и математической теории телеграфика. Существенный вклад в эти области внесли российские и зарубежные ученые и специалисты – Г.П. Башарин, П.П. Бочаров, В.М. Вишневецкий, Ю.В. Гайдамака, Б.С. Гольдштейн, А.В. Дворкович, А.И. Зейфман, А.Е. Кучерявый, Е.А. Кучерявый, Д.А. Молчанов, А.А. Назаров, В.А. Наумов, А.Н. Моисеев, С.П. Моисеева, А.П. Пшеничников, В.В. Рыков, К.Е. Самуйлов, О.В. Семенова, Р.Л. Смелянский, С.Н. Степанов, И.И. Цитович, С.Я. Шоргин, L. Kleinrock, J.G. Andrews, M. Dohler, F.P. Kelly, Luis M Correia, V.B. Iversen, E. Gelenbe, K.W. Ross, I. Malanchini и др.

#### **Цели и задачи исследования**

**Целью диссертационной работы** является разработка и анализ вероятностных моделей для расчета вероятностно-временных характеристик распределенных граничных многопользовательских систем и решение задач разделения ресурсов беспроводных сетей.

Для достижения цели в диссертационной работе решаются следующие **задачи**:

1. Разработка модели для анализа узла ПКС с учетом ограниченного времени хранения правил маршрутизации в памяти узла.
2. Анализ модели марковского процесса (МП), описывающего функционирование системы управления доступом к радиоспектру в нелицензируемом и лицензируемом диапазонах частот, для оценки эффективности схем разделения спектра.
3. Построение и анализ марковской модели порогового управления миграцией приложения услуг сервис провайдера на сервер граничных вычислений оператора мобильной сети, разработка подхода к определению порогового значения числа пользователей для миграции приложения.

#### **Научная новизна диссертационной работы:**

1. В модели узла ПКС в отличие от известных ранее, учтены правила маршрутизации пакетов, время на проверку соответствия правилам и таймер хранения правил в памяти узла сети. Численный эксперимент проведен для качественного анализа

вероятностно-временных характеристик модели системы массового обслуживания и показал необходимость учета в модели времени хранения правил.

2. В модели схемы управления совместным доступом к радиочастотному спектру помимо ее представления в виде трехкомпонентного МП, получен рекуррентный алгоритм для расчета стационарного распределения и вероятности смены ресурсов индивидуального и совместного диапазона частот.
3. Для модели миграции приложения услуги на сервер граничных вычислений в отличие от известных результатов получен метод расчета временных характеристик в переходном режиме. Предложена формулировка задачи оптимизации с ограничениями для определения полрога миграции приложения на граничный сервер в зависимости от предложенной нагрузки на систему, соответствующей числу пользователей услуги.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Результаты исследований и построенные в работе модели могут быть применены операторами сетей беспроводной связи, магистральными интернет провайдера для проектирования и оптимизации сетей беспроводной/проводной передачи данных.

Полученные характеристики показатели эффективности могут быть применены для оценки качества функционирования сети с точки зрения пользовательского восприятия.

Результаты работы включены в исследования по гранту РФФИ Аспиранты № 20-37-90131 «Разработка моделей предоставления услуг в сетях пятого поколения с подвижными базовыми станциями на БПЛА, с использованием подвижных узконаправленных антенн».

**Методология и методы исследования.** В диссертации применяются методы теории массового обслуживания, теории вероятностей, теории случайных процессов, теории исследования операций и математической теории телетрафика.

**Положения, выносимые на защиту.**

1. Разработанная в виде системы массового обслуживания (СМО) модель узла ПКС позволяет учитывать значения таймера хранения правил маршрутизации в памяти узла и рассчитывать характеристики времени задержки пакетов в узле.
2. Модель управления совместного доступа к ресурсам радиочастотного спектра, построенная в виде трехкомпонентного МП, учитывает число пользователей как на

полосе индивидуального использования, так и на полосе совместного использования и состоянии занятости, что позволяет анализировать различные схемы доступа к радиоспектру. Модель позволяет получать формулы для расчёта стационарных характеристик схем разделения спектра и проводить анализ выгрузки трафика в нелицензируемый диапазон частот.

3. Анализ показателей качества процесса миграции приложений услуг с сервера сервис провайдера на граничный сервер мобильной сети осуществляется с помощью модели двухкомпонентного марковского процесса, учитывающей порог выгрузки приложения на граничный сервер и порог окончания обслуживания на нем пользователей. Модель позволяет проводить анализ вероятностно-временных характеристик в переходном режиме.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

**Достоверность и обоснованность полученных результатов** следует из строгих математических доказательств, использованием известных положений фундаментальных методов, соответствия полученных теоретических результатов опубликованным результатам.

**Апробация результатов.** Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались на научных конференциях и семинарах: 22-я международная конференция «Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN)» (Москва, сентябрь 2019 г.); 19-я международная конференция «Next Generation Wired/Wireless Networks and Systems (NEW2AN)» (Санкт-Петербург, август 2019 г.); международная конференция «The 3-th International Science and Technology Conference Modern Network Technologies (MoNeTec)» (Москва, октябрь 2020 г.); 20-я международная конференция «Next Generation Wired/Wireless Networks and Systems (NEW2AN)» (Санкт-Петербург, август 2020 г.); международная конференция «The 7th International Conference on Future Networks and Distributed Systems» (Санкт-Петербург, ноябрь 2020 г.).

Основные результаты опубликованы в статьях ведущих научных журналах – Lecture Notes in Computer Science, MDPI Drones, MDPI Sensors, Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science, а также в трудах международных конференций, индексируемых WoS (Web of Science) и Scopus.

**Реализация результатов работы.** Основные научные достижения, полученные в диссертации, использованы в совместных исследовательских мероприятиях в рамках сотрудничества РУДН с российскими и зарубежными университетами, в исследованиях по грантам РФФИ и РФФИ, в реализованном в РУДН проекте «5-100» повышения конкурентоспособности ведущих российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров. Результаты получены и применены на базе программно-аппаратных средств лаборатории Опережающих исследований сетей пятого поколения Института компьютерных наук и телекоммуникаций РУДН.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертационного исследования изложены в 10 печатных изданиях [1–10], в том числе 1 работа в журналах из списка ВАК и 7 в журналах, индексируемых в базах Scopus и WoS.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследований, представлено содержание основных результатов диссертации, дана характеристика результатов по главам, изложена научная новизна и практическая ценность.

**В первой главе** рассматриваются основные подходы к построению моделей для анализа показателей эффективности использования сетевых ресурсов телекоммуникационной сети. В том числе, построена модель для анализа задержек в узле хранения правил маршрутизации в ПКС, состоящего из одного управляющего элемента (контроллера) и нескольких соединенных между собой передающих устройств (программируемые коммутаторы). Модель построена в виде СМО, функционирование которой описано МП, что позволяет получить формулы для интересующих метрик таких, как среднее число пакетов в отдельных узлах и в системе в целом, а также соответствующие величины задержек передачи пакетов.

**Во второй главе** построена и проанализирована модель в виде СМО для анализа показателей эффективности схем разделения спектра для совместного доступа к радиоресурсам беспроводной сети.

**В разделе 2.1** рассмотрены схемы управления совместным доступом к радиоресурсу, проведен обзор литературы в данном направлении исследования.

В разделе 2.2 построена марковская модель в виде СМО для анализа управления доступом к радиоресурсу. Предложены два режима распределения радиочастотного ресурса между пользователями. Получен рекуррентный алгоритм для расчета вероятностных характеристик функционирования системы

Для модели схемы доступа к радиоресурсам сети с предпочтительным обслуживанием на полосе индивидуального использования распределение  $p_2(n_1, n_2, s)$  может быть вычислено не только при помощи решения системы уравнений равновесия (СУР). Для сокращения расчетов предложен рекуррентный алгоритм. Введены функции  $q(n_1, n_2, s)$ . и предложен алгоритм ее вычисления В диссертации доказано следующее утверждение.

Утверждение 1. 1) Значения функций  $q(n_1, n_2, s)$  определяются по формулам

$$q(0,0,0) = 1, q(0,0,1) = x; \quad (1)$$

$$q(n_1, n_2, s) = \gamma_{n_1, n_2, s} + \delta_{n_1, n_2, s} x, \quad (n_1, n_2, s) \in \mathbf{X}_2 : n_1 > 0; \quad (2)$$

$$x = \frac{(C_1 \mu_1 + C_2 \mu_2 + \alpha) \gamma_{C_1, C_2, 1} - \lambda \gamma_{C_1, C_2 - 1, 1}}{\lambda \delta_{C_1, C_2 - 1, 1} - (C_1 \mu_1 + C_2 \mu_2 + \alpha) \delta_{C_1, C_2, 1}}. \quad (3)$$

2) Коэффициенты  $\gamma_{n_1, n_2, s}$  и  $\delta_{n_1, n_2, s}$  вычисляются по рекуррентным соотношениям

$$\gamma_{0,0,0} = 1, \delta_{0,0,0} = 0; \quad (4)$$

$$\gamma_{0,0,1} = 0, \delta_{0,0,1} = 1; \quad (5)$$

$$\gamma_{1,0,0} = \frac{\lambda + \beta}{\mu_1}, \delta_{1,0,0} = -\frac{\alpha}{\mu_1}; \quad (6)$$

$$\gamma_{1,0,1} = -\frac{\beta}{\mu_1}, \delta_{1,0,1} = \frac{\lambda + \alpha}{\mu_1}; \quad (7)$$

$$\mathbf{n}_1 = 2, \dots, C_1, \mathbf{n}_2 = \mathbf{0}, \mathbf{s} = \mathbf{0}:$$

$$\gamma_{n_1, 0, 0} = \frac{(n_1 - 1 + \gamma_{1,0,0})}{n_1} \gamma_{n_1 - 1, 0, 0} + \frac{\delta_{1,0,0}}{n_1} \gamma_{n_1 - 1, 0, 1} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \gamma_{n_1 - 2, 0, 0}, \quad (8)$$

$$\delta_{n_1, 0, 0} = \frac{(n_1 - 1 + \gamma_{1,0,0})}{n_1} \delta_{n_1 - 1, 0, 0} + \frac{\delta_{1,0,0}}{n_1} \delta_{n_1 - 1, 0, 1} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \delta_{n_1 - 2, 0, 0}; \quad (9)$$

$$\mathbf{n}_1 = 2, \dots, C_1, \mathbf{n}_2 = \mathbf{0}, \mathbf{s} = \mathbf{1}:$$



$$\gamma_{n_1,0,1} = \frac{(n_1 - 1 + \delta_{1,0,1})}{n_1} \gamma_{n_1-1,0,1} + \frac{\gamma_{1,0,1}}{n_1} \gamma_{n_1-1,0,0} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \gamma_{n_1-2,0,1}, \quad (10)$$

$$\delta_{n_1,0,1} = \frac{(n_1 - 1 + \delta_{1,0,1})}{n_1} \delta_{n_1-1,0,1} + \frac{\gamma_{1,0,1}}{n_1} \delta_{n_1-1,0,0} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \delta_{n_1-2,0,1}; \quad (11)$$

$$\gamma_{C_1,1,1} = \frac{\lambda + C_1 \mu_1 + \alpha}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \gamma_{C_1,0,1} - \frac{\lambda}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \gamma_{C_1-1,0,1} + \frac{\beta}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \gamma_{C_1,0,0}, \quad (12)$$

$$\delta_{C_1,1,1} = \frac{\lambda + C_1 \mu_1 + \alpha}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \delta_{C_1,0,1} - \frac{\lambda}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \delta_{C_1-1,0,1} + \frac{\beta}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \delta_{C_1,0,0}; \quad (13)$$

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{C}_1, \mathbf{n}_2 = \mathbf{2}, \dots, \mathbf{C}_2, \mathbf{s} = \mathbf{1}:$$

$$\gamma_{C_1, n_2, 1} = \frac{\lambda + C_1 \mu_1 + (n_2 - 1) \mu_2 + \alpha}{C_1 \mu_1 + n_2 \mu_2} \gamma_{C_1, n_2 - 1, 1} - \frac{\lambda}{C_1 \mu_1 + n_2 \mu_2} \gamma_{C_1, n_2 - 2, 1}, \quad (14)$$

$$\delta_{C_1, n_2, 1} = \frac{\lambda + C_1 \mu_1 + (n_2 - 1) \mu_2 + \alpha}{C_1 \mu_1 + n_2 \mu_2} \delta_{C_1, n_2 - 1, 1} - \frac{\lambda}{C_1 \mu_1 + n_2 \mu_2} \delta_{C_1, n_2 - 2, 1} \quad (15)$$

Вычислив вероятности по формуле

$$p_2(n_1, n_2, s) = \frac{q(n_1, n_2, s)}{\sum_{(i,j,k) \in \mathbf{x}_2} q(n_1, n_2, s)}, \quad (16)$$

можно рассчитать основные показатели эффективности двух моделей схем управления доступом – модели схемы с обслуживанием на первоначально выбранной полосе и модели схемы с предпочтительным обслуживанием на полосе индивидуального использования. К ним в первую очередь относятся: вероятность  $B_i$ , того, что запрос на предоставление услуги будет заблокирован; вероятность  $I_i$  того, что обслуживание запроса на полосе совместного использования будет прервано; вероятность  $P_i$  того, что обслуживание запроса, поступившего на полосу совместного использования, будет продолжено на полосе индивидуального использования.

В разделе 2.3 проведен сравнительный численный анализ показателей эффективности распределения радиочастотного спектра для двух режимов управления доступом к радиоресурсу. Рассматривается сота с полосами частот индивидуального и совместного использования шириной 10 МГц и 5 МГц соответственно, спектральной эффективностью 4 бит/с/Гц. Пользователи снимают фрагменты видео размером 1 Мбайт и загружают их на облачный сервер со скоростью 1 Мбит/с на полосе индивидуального использования и 2 Мбит/с на полосе совместного использования. При этих исходных

данных максимальное число пользователей, занимающих ресурсы индивидуальную использования, равно  $C_1 = 40$ , а ресурсы совместного использования –  $C_2 = 10$ . Среднее время загрузки данных на полосе индивидуального использования равно  $\mu_1^{-1} = 8$ с, а на полосе совместного использования равно  $\mu_2^{-1} = 4$ с.

На рисунке 1 представлены графики вероятности смены полосы обслуживания. Подобное поведение графиков объясняется тем, что при определенной нагрузке средний объем свободных ресурсов индивидуального использования таков, что потенциальное число пользователей, которые могут их занять, совпадает со средним числом пользователей, занимающих ресурсы совместного использования, т.е. происходит оптимальное распределение нагрузки между обеими диапазонами ресурсов.

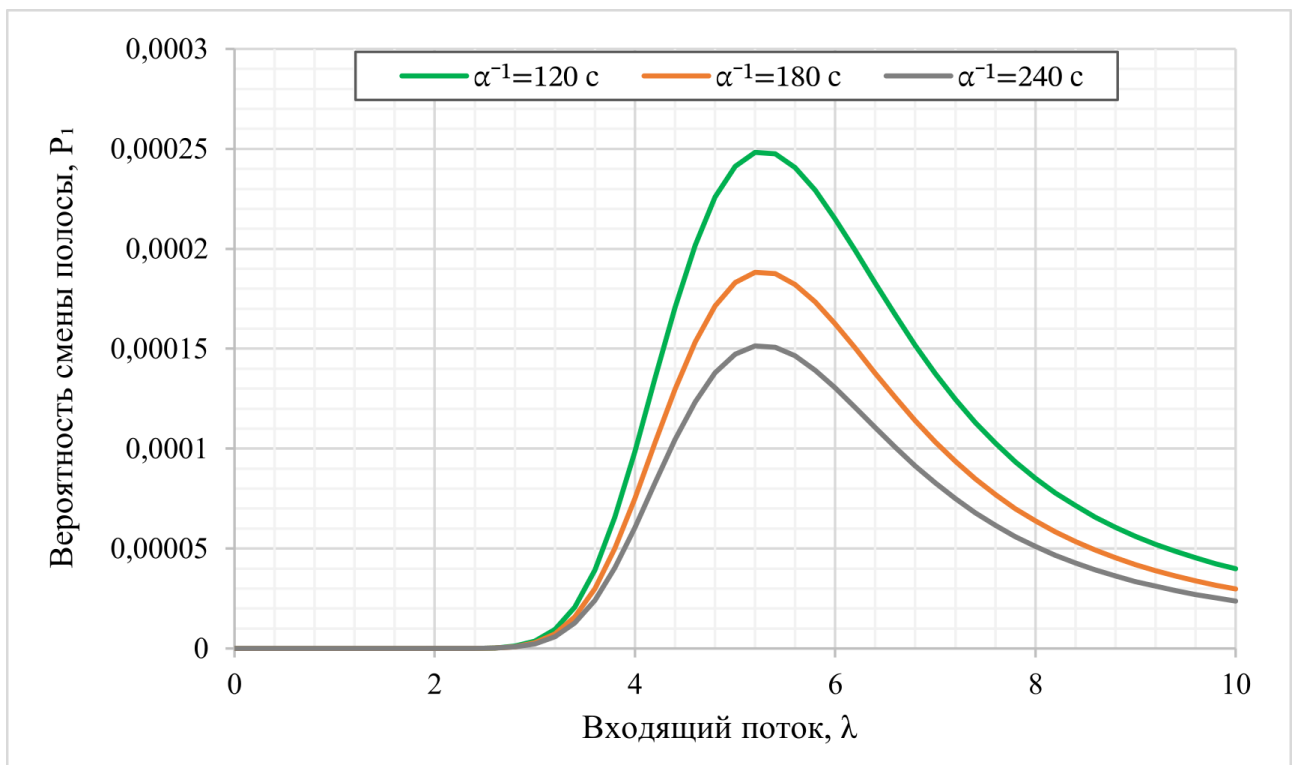


Рисунок 1 – Вероятность смены полосы обслуживания при изъятии полосы совместного использования для различных значений  $\alpha^{-1}$

В **третьей главе** построена и проанализирована модель порогового управления миграцией услуг в сеть радиодоступа.

В **разделе 3.1** исследована системная модель миграции услуг на серверы граничных вычислений с множественным доступом. Для построения математической модели предложен подход, иллюстрированный на рисунке 2, где схематично изображены множества состояний системной модели и возможные переходы между этими

множествами. Здесь  $\mathcal{X}_0$  – множество состояний просмотра пользователями видеоконтента с удаленных серверов сервис-провайдера, не размещая приложение на сервере МЕС;  $\mathcal{X}_1(L)$  – множество состояний, в которых число пользователей  $n \leq L$ , удаление приложения с сервера МЕС,  $\mathcal{X}_1(L, H)$  – множество состояний просмотра пользователями видеоконтента с сервера МЕС без необходимости его отключения.

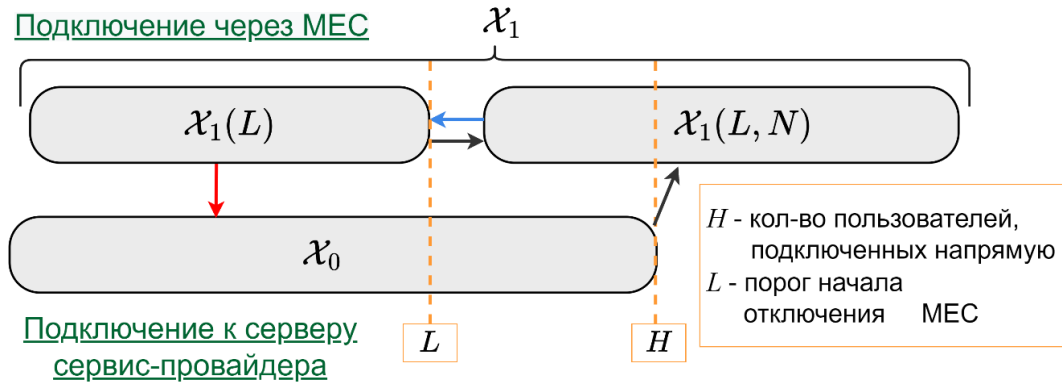


Рисунок 2 – Множества состояний системы миграции услуг на сервер МЕС.

Предложенный подход позволяет описать модель в терминах МП и провести анализ ее вероятностных характеристик как в стационарном, так и в переходном режиме.

В разделе 3.2 построена математическая модель миграции услуг в виде МП с дискретным конечным множеством состояний. При достижении числа пользователей в системе  $n > H$ , которым предоставляется услуга в множестве  $\mathcal{X}_0$ , процесс переходит в множество состояний  $\mathcal{X}_1(L, N)$ . Среднее время представления услуги просмотра видео одному пользователем обозначено  $\mu^{-1}$  (минут), а само время просмотра является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону. Процесс удаления приложения с сервера МЕС запускается при переходе системы в множество состояний  $\mathcal{X}_1(L)$ . На удаление в среднем требуется  $\alpha^{-1}$  (минут), это время также считается распределенным по экспоненциальному закону. По прошествии этого времени процесс возвращается в исходное множество  $\mathcal{X}_0$ . Таким образом, введенный МП описывает функционирование системы миграции услуги на множестве состояний

$$\mathcal{X} = \mathcal{X}_0 + \mathcal{X}_1, \quad (17)$$

$$\mathcal{X}_0 = \{(s, n) \in \mathcal{X}_0 : s = 0, n = (0, H)\}, \quad (18)$$

$$\mathcal{X}_1 = \{(s, n) \in (\mathcal{X}_1 L \cup \mathcal{X}_1(L, N)): s = 1, n = (1, N)\}. \quad (19)$$

Диаграмма интенсивностей переходов состояний МП  $X(t)$  показана на рисунке 3.

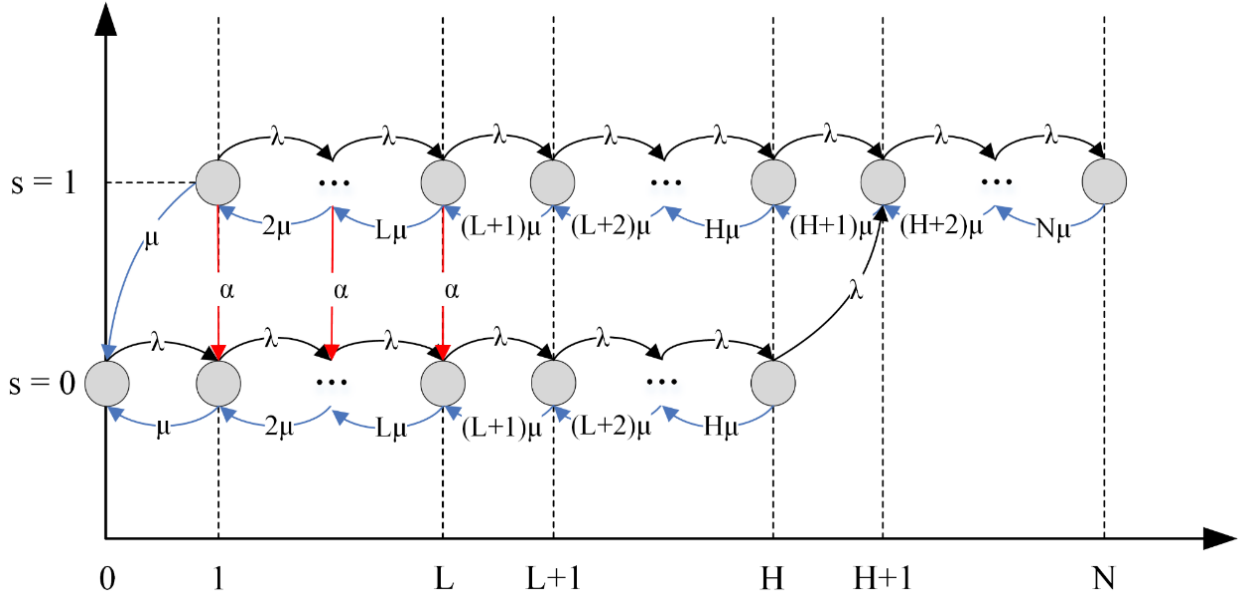


Рисунок 3 – Диаграмма переходов МП  $X(t)$

Для вычисления стационарных вероятностей  $p_{s,n}$  состояний  $(s, n) \in \mathcal{X}$  запишем СУР в виде

$$\begin{cases} \lambda p_{0,0} = \mu p_{0,1} + \mu p_{1,1}, \\ (\lambda + n\mu)p_{0,n} = n\mu p_{0,n+1} \cdot 1(n < H) + \lambda p_{0,n-1} + \alpha p_{1,n} \cdot 1(n \leq L), & n = \overline{1, H} \\ (\lambda + n\mu + \alpha)p_{1,n} = n\mu p_{1,n+1} \cdot 1(n < N) + \lambda p_{1,n-1} \cdot 1(n > 1) + \\ + \lambda p_{0,H} \cdot 1(n = H + 1), & n = \overline{1, N} \\ \sum_{(s,n) \in \mathcal{X}} p(s, n) = 1. \end{cases} \quad (20)$$

Введем случайную величину  $\tau_1$  времени пребывания системы в множестве  $\mathcal{X}_1$ , соответствующего множеству состояний при значении параметра  $s = 1$ . В модели эта характеристика соответствует интервалу времени от момента, когда МП  $X(t)$ , достиг числа  $H$  пользователей в системе и перешел в множество состояний  $\mathcal{X}_1$ , то есть в состояние  $(1, H + 1)$ , до первого момента возвращения процесса в множество состояний  $\mathcal{X}_0$ , то есть в состояние  $(0, L)$ . В физическом смысле величина  $\tau_1$  соотносится со временем функционирования системы в состоянии предоставления услуги пользователям с сервера МЕС. Для краткости называть эту случайную величину временем обслуживания на МЕС.

Задача состоит в нахождении функции распределения (ФР)  $F_{\tau_1}(t)$ . Для этого ведем усеченный МП  $\hat{X}(t)$ , описывающий поведение системы в момент времени  $t$  на множестве состояний

$$\hat{X} = X_1 + \hat{X}_0^B, \quad (21)$$

где  $\hat{X}_0^B = \{(0, i) : i = 0 \dots L\}$ .

Обозначим  $\hat{p}(t) = (\hat{p}_{(s,n)}(t) : (s, n) \in \hat{X})$  – вектор вероятностей МП  $\hat{X}(t)$  в переходном режиме, где  $\hat{p}_{s,n}(t) = P\{\hat{X}(t) = (s, n)\}, (s, n) \in \hat{X}$ ;  $\hat{P}(t) = (\hat{P}_{(s,n),(s',n')}(t) : (s, n), (s', n') \in \hat{X})$  матрицу его переходных вероятностей. Матрица  $\hat{P}(t)$  переходных вероятностей усеченного процесса может быть записана в виде матричной экспоненты  $\hat{P}(t) = e^{\hat{A}t} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\hat{A}t)^n}{n!}, t \geq 0$ , где  $\hat{A}$  инфинитезимальный оператор МП  $\hat{X}(t)$ . В диссертации доказано следующее утверждение

Утверждение 2. ФР  $F_{\tau_1}(t)$  случайной величины  $\tau_1$  имеет вид

$$F_{\tau_1}(t) = \sum_{i=0}^L \hat{p}_{(0,i)}(t), t \geq 0 \quad (22)$$

В разделе 3.3 получены результаты численного анализа и проведены расчеты параметров порогового управления миграцией услуг.

Одной из важных проблем предоставления услуги видеоконтента с использованием сервера МЕС в часы наивысшей нагрузки является максимизация времени  $\tau_1$  размещения приложения услуги на сервере МЕС. Это позволяет исключить возможность всплесков нагрузки на сети доступа и на сервер сервис-провайдера. Предположим, что объем ресурсов сети, выделенный провайдером для предоставления услуги, является постоянным и рассчитан на доступ к услуге заданному числу пользователей  $N$ . Тогда задача оптимизации среднего времени  $M_{\tau_1}$  относительно порога  $L$  начала подготовки переключения пользователей с сервера МЕС и нагрузки на систему  $\rho$ , при заданных ограничениях  $R_1 - R_6$  на параметры модели, может быть сформулирована следующим образом

$$M_{\tau_1} \xrightarrow{L, \rho} \max; \quad (23)$$

При ограничениях  $R_1: \tau_{min}^* \leq M_{\tau_1} \leq \tau_{max}^*$ ;  $R_2: L^* \leq L < 0.9H$ ;  $R_3: P(\mathcal{X}_1) \leq \gamma^*$ ;  $R_4: \mu^{-1} = \mu^* = const$ ;  $R_5: \alpha^{-1} = \alpha^* = const$ ;  $R_6: H = H^* = const$ ;  $R_7: \tau_{min}^* = const$ ;  $R_8: \tau_{max}^* = const$ .

В (23)  $\mu^*, \alpha^*, \gamma^*, \lambda^*, H^*, \rho^*, \tau_{min}^*, \tau_{max}^*$  – заданные значения,  $P(\mathcal{X}_1)$  – стационарная вероятность нахождения системы в множестве  $\mathcal{X}_1$ , получаемая по результатам решения СУР (20).

На рисунке 4 показана зависимость максимизированного среднего времени предоставления услуги  $M_{\tau_1}$  с сервера МЕС от нагрузки  $\rho$  и оптимального значения порога  $L$ .

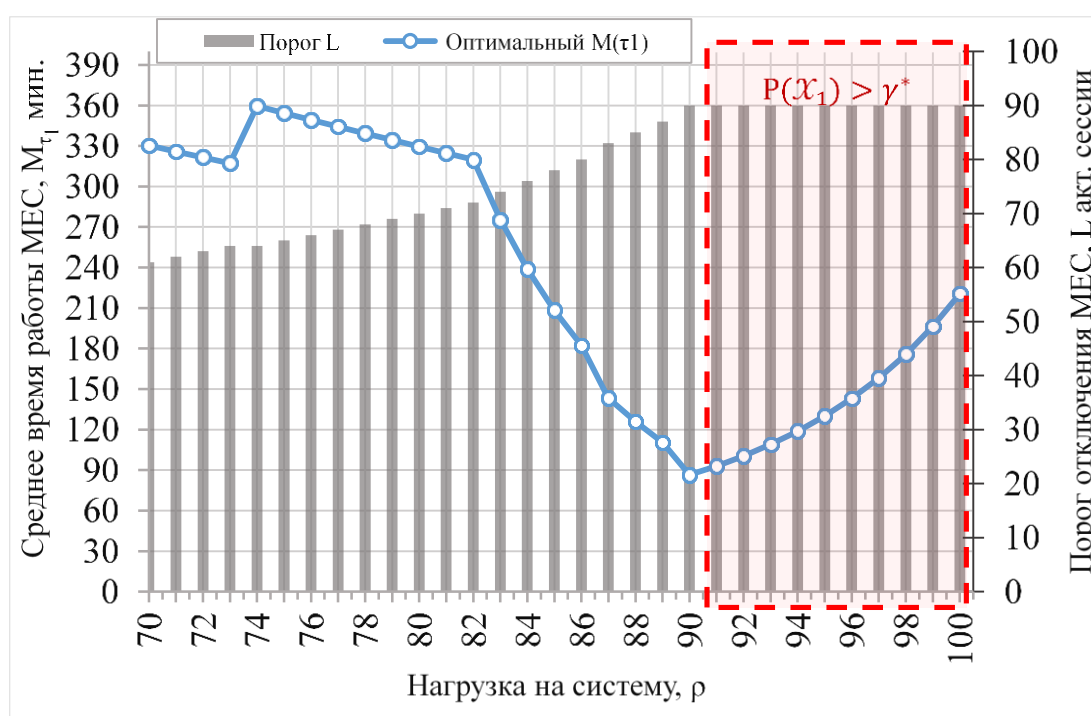


Рисунок 4 – Среднее время обслуживания на МЕС при оптимальных значениях порога  $L$

В начале графика на рис.4 поведение кривой  $M_{\tau_1}$  связано с ограничением  $R_1: \tau_{min}^* \leq M_{\tau_1} \leq \tau_{max}^*$ , при котором увеличение нагрузки с 73 до 74 не потребовало увеличения порога  $L$  и вероятность  $P(\mathcal{X}_1)$  не превысила значения  $\gamma^*$ , что и позволило увеличить время использования МЕС до 360 минут. Но после превышения нагрузки значения  $\rho > 84$  происходит резкое снижение среднего времени  $M_{\tau_1}$ , что связано, с достижением порога  $L = 0.9H$  и применением ограничения  $R_3: P(\mathcal{X}_1) \leq \gamma^*$ . Таким образом численный анализ показал, что в качестве решения задачи (23) следует выбрать значение  $M_{\tau_1} \approx 360$  мин. при нагрузке  $\rho = 74$  и пороге начала отключения МЕС  $L = 64$ .

Ограничение  $R_3: P(X_1) \leq \gamma^*$  позволяет учитывать среднесуточную нагрузку в часы наивысшей нагрузки, когда целесообразно обслуживать пользователей на серверах МЕС, т.е.  $\rho = \rho(\lambda_1)\gamma^* + \rho(\lambda_0)(1 - \gamma^*)$ , где  $\rho(\lambda_1)$  нагрузка в часы наивысшей нагрузки и  $\rho(\lambda_0)$  нагрузка при низкой популярности услуги. Если предположить, что услуга порождает высокую нагрузку не более 40% времени в сутки, то при средних значениях нагрузки  $\rho(\lambda_0) = 20$  и  $\rho(\lambda_1) = 155$  получаем среднесуточную нагрузку  $\rho = 155 * 0.4 + 20 * 0.6 = 72$ .

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В заключение сформулируем основные результаты и выводы диссертационной работы.

1. Разработана модель для анализа и расчета задержек в узле программно-конфигурируемой сети в виде марковской системы массового обслуживания, учитывающая правила маршрутизации пакетов и таймер времени хранения правил в памяти коммутатора. Получены формулы для расчета среднего числа заявок и среднего времени ожидания на контроллере и коммутаторе.
2. Разработана модель схемы управления совместным доступом к ресурсам радиочастотного спектра в виде трехкомпонентного марковского процесса, учитывающего число пользователей на полосе индивидуального использования, число пользователей на полосе совместного использования и состояние занятости полосы совместного использования радиочастотного спектра. Разработан рекуррентный алгоритм для расчета стационарного распределения марковского процесса и получены формулы для расчета вероятностно-временных характеристик модели управления совместным доступом к радиоресурсам. Проведен численный анализ, показавший особенности вероятности смены полосы обслуживания из-за перераспределения ресурсов индивидуального и совместного диапазонов частот.
3. Построена модель порогового управления миграцией приложений услуг с сервера сервис-провайдера на сервер граничных вычислений мобильной сети для повышения эффективности использования сетевых ресурсов и качества обслуживания пользования. В марковских предположениях получен метод для вычисления функции распределения случайной величины времени до первого

выхода системы из множества состояний обслуживания пользователей на сервере гранитных вычислений. Сформулирована задача минимизации среднего времени до первого выхода и проведен численный эксперимент, показавший влияние нагрузки на систему на значение порога миграции услуги на граничный сервер.

## **СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. Об эксперименте по исследованию технологии LoRaWAN на базе Технологического университета Брно в Чехии / Д. С. Полуэктов, М. П. Половов, П. А. Харин [и др.] // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем : Материалы Всероссийской конференции с международным участием, Москва, 15–19 апреля 2019 года. – Москва: Российский университет дружбы народов (РУДН), 2019.
2. On the Performance of LoRaWAN in Smart City: End-Device Design and Communication Coverage / D. Poluektov, M. Polovov, P. Kharin [et al.] // Lecture Notes in Computer Science. – 2019. – Vol. 11965 LNCS. – P. 15-29.
3. Mobile Edge Computing for Video Application Migration / S. Manariyo, D. Poluektov, A. Khakimov [et al.] // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems, Vol. 11660. – St. Petersburg, Russia: Springer Verlag, 2019. – P. 562-571.
4. Analytical model for software defined network considering memory node for routing rules / E. Mokrov, D. Poluektov, E. Machnev [et al.] // Lecture Notes in Computer Science. – 2020. – Vol. 12526 LNCS. – P. 39-55.
5. Prototyping 5G Network in Laboratory Testbed with Virtual Deployment Environment / A. Khakimov, D. Poluektov, E. Mokrov [et al.] // 3rd International Science and Technology Conference "Modern Network Technologies 2020", MoNeTeC 2020 – Moscow, 2020. – P. 9258142.
6. Edge computing resource allocation orchestration system for autonomous vehicles / A. Khakimov, D. Poluektov, I. Ibodullokhodzha [et al.] // ACM International Conference Proceeding Series: 4 – St. Petersburg, 2020. – P. 3442594.
7. Evaluating the quality of experience performance metric for UAV-based networks / A. Khakimov, E. Mokrov, D. Poluektov [et al.] // Sensors. – 2021. – Vol. 21, No. 17.



8. Poluektov, D. S. Development and analysis of models for service migration to the MEC server based on hysteresis approach / D. S. Poluektov, A. A. Khakimov // Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science. – 2022. – Vol. 30, No. 3. – P. 244-257.
9. DEDG: Cluster-Based Delay and Energy-Aware Data Gathering in 3D-UWSN with Optimal Movement of Multi-AUV / Alkanhel R, Chaaf A, Samee NA [et al.] // Drones – 2022 – Vol. 6, No. 283.
10. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020664864 Российская Федерация. Имитационная модель сети SDN с памятью правил маршрутизации на коммутаторе: № 2020618506: заявл. 05.08.2020: опубл. 18.11.2020 / Е. А. Мачнев, К. Е. Самуйлов, Е. В. Мокров [и др.]

**Полужтков Дмитрий Сергеевич (Россия)**

**Построение и анализ вероятностных моделей граничных многопользовательских систем и разделения ресурсов беспроводных сетей**

Работа посвящена анализу вероятностных характеристик на разных уровнях телекоммуникационной сети. Предложено построение модели применения ПКС на транспортном уровне сети, позволяющей анализировать задержки в узле хранения правил. Построена модель для оценки качества восприятия услуг пользователями при подключении к беспроводной сети на базе беспилотных летательных аппаратов. Для подхода совместного доступа к радиоресурсам беспроводной сети предложены схемы временного разделения и использования спектра владельцем и арендатором и построена математическая модель в виде системы массового обслуживания для анализа показателей эффективности. Получен рекуррентный алгоритм для расчета вероятностных характеристик функционирования системы. Заключительная часть работы посвящена применению граничных серверов с множественным доступом для разгрузки сети. Для этой задачи построена марковская модель с использованием порогового управления миграцией услуги на сервер MEC. Получены формулы для расчета среднего времени использования MEC в зависимости от различных параметров системы.

**Poluektov Dmitrii (Russia)**

**Development and analysis of probability models of edge multiuser systems and sharing of wireless network resources**

The thesis discusses the analysis of probability characteristics associated with the different types of the telecommunication network. The model development was proposed concerning the usage of SDN at transport network level, showing the possibility of analyzing delays in the storage node. The model was formulated to estimate the users` quality of experience when connected to a wireless network based on unmanned aerial vehicles. For the shared access approach as applied to the radio resources of a wireless network, the schemes for time-division and spectrum usage between owner and tenant were proposed. As well as the mathematical model was formulated in the form of a queuing system to analyze the performance metrics. The recurrence algorithm was obtained to calculate the probability system characteristics. The last part of the thesis deals with the application of multiple-access edge computing (MEC) servers to the network offloading. To this purpose a Markov model was generated using the threshold control of service migration to the MEC server. The formulas were obtained to calculate the average usage time of MEC depending on the various system parameters.