

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертации Жуйкова К. Н. “Об индексе эллиптических операторов, ассоциированных с группами сдвигов” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы определяется тем, что теория индекса эллиптических операторов является самым ярким достижением математики второй половины прошлого века. Она не только связала анализ и топологию, но и дала толчок к исследованию различных классов операторов на многообразиях. Наиболее интересен случай дифференциально-разностных операторов на некомпактных многообразиях. Именно это и является объектом исследования данной диссертации.

Основной результат первой главы — построение η -инварианта для операторов с параметром и периодическими коэффициентами. Важным техническим результатом тут является выделение функций со специальной асимптотикой на бесконечности и работа с пространством $S_{as}(\mathbb{R})$ таких функций. Благодаря этому удается определить след на соответствующем пространстве Фреше, с помощью которого и определяется η -инвариант, который, как показано, удовлетворяет стандартным свойствам.

Во второй главе исследуются дифференциально-разностные операторы на бесконечном цилиндре. В этой ситуации формулируется правильное понимание эллиптичности, которое обеспечивает фредгольмовость, и доказывается теорема об индексе. Доказательство основано на гомотопии к оператору с постоянными коэффициентами (и, конечно же, на гомотопической инвариантности индекса).

Третья глава посвящена проблеме индекса дифференциальных операторов на прямой с коэффициентами, периодическими в бесконечности. Автор преодолевает технические трудности при построении регуляризованного следа с помощью усреднения, определяет η -инвариант для обратимых операторов, приводит критерий обратимости и критерий фредгольмовости, и в случае фредгольмовости вычисляет индекс.

В четвертой главе исследуются операторы в \mathbb{R}^n вида $D_0 + D_1\Phi$, где D_0, D_1 — псевдодифференциальные операторы, а Φ — метаплектический. Главный результат этой части диссертации — критерий эллиптичности/фредгольмовости для таких операторов.

Автор использует в диссертации целую палитру классических методов — классические методы теории псевдодифференциальных операторов (теория дифференциальных уравнений), усреднение и асимптотики (анализ) число вращения и его регуляризация (топология, некоммутативная геометрия), методы K -теории C^* -алгебр (операторные алгебры) и т.д.

Указанные результаты диссертации являются новыми. До работы автора, указанные классы операторов не исследовались.

Все результаты работы достоверны, полностью обоснованы, доказательства подробно изложены и верны.

Ценность работы состоит в том, что исследованные классы операторов очень естественные, к ним относятся операторы, возникающие в ряде конкретных задач, и возможность вычисления их индекса полезна.

Все результаты диссертации своевременно и достаточно полно опубликованы в известных математических журналах и прошли апробацию на ряде конференций и семинаров.

Из крайне немногочисленных и незначительных недостатков работы упомяну нечеткое определение пространства Шварца на стр. 26-27, в котором неясно, “для любого N ” или “для некоторого N ”, что не влияет на оценку диссертации в целом.

Автореферат написан четко и адекватно отражает содержание диссертации.

Диссертационное исследование Жуйкова К. Н. “Об индексе эллиптических операторов, ассоциированных с группами сдвигов” является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи исследования фредгольмовости и индекса специальных классов дифференциально-разностных операторов, имеющей важное значение для теории эллиптических дифференциальных и дифференциально-разностных уравнений. Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п.2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № 12 от 23.09.2019 г., а её автор, Жуйков Константин Николаевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Сведения о лице, составившем отзыв: Мануйлов Владимир Маркович, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология, доцент.

Место работы: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова”

Адрес: 119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1.

Должность: профессор

Контактный телефон: +7 495 9393798

Адрес электронной почты: manuilov@mech.math.msu.su

доктор физико-математических наук,
доцент

В. М. Мануйлов

Подпись Мануйлова В. М. заверяю

Декан механико-математического
факультета МГУ имени М. В. Ломоносова,
чл.-корр. РАН



А. И. Шафаревич