

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Иванова Никиты Олеговича
«Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных
уравнений на конечном интервале», представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы диссертационной работы

Современная теория функционально-дифференциальных уравнений берет свое начало с работ А. Д. Мышкиса середины XX века. Интерес к исследованию таких уравнений обусловлен, в первую очередь, их важными приложениями, в частности, к теории систем управления с последствием.

А. Л. Скубачевским созданы основы теории краевых задач для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений, содержащих сдвиги аргумента, которые могут отображать граничные точки внутрь рассматриваемой области. Наличие таких сдвигов, вообще говоря, может приводить к появлению решений, гладкость которых нарушается во всей рассматриваемой области даже при условии бесконечно гладкой функции в правой части, но сохраняющих гладкость в подобластях. Такая особенность закономерно породила интерес к получению условий, обеспечивающих гладкость указанных решений во всей области.

Впервые условия на правые части уравнения, обеспечивающие гладкость обобщенных решений первой краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения с постоянными коэффициентами на конечном интервале были получены в работе Г. А. Каменского, А. Д. Мышкиса, А. Л. Скубачевского. Вопрос о нахождении таких условий в случае первой краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения с переменными коэффициентами на конечном интервале изучен не был.

Ученики А. Л. Скубачевского продолжили исследование краевых задач для дифференциально-разностных уравнений. Так, разрешимость и гладкость обобщенных решений в случае третьей краевой задачи для эллиптических дифференциально-разностных уравнений рассматривались Е. Л. Цветковым, а смешанные задачи в цилиндрической области исследовались В. В. Лийко. В работах Д. А. Неверовой в случаях первой и второй краевых задач получены условия на коэффициенты дифференциально-разностного уравнения, обеспечивающие гладкость обобщенного решения при любой правой части.

Вопрос о гладкости обобщенных решений в виде условий на правую часть уравнения в случаях как второй краевой задачи, так и краевой задачи со смешанными краевыми условиями в одномерном случае, также не изучался.

Ввиду вышеизложенного, считаю, что тема диссертационного исследования Иванова Никиты Олеговича «Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале», является актуальной и соответствует специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Характеристики содержания диссертационной работы

Диссертация Н. О. Иванова состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 113 страниц.

Диссертационная работа посвящена исследованию краевых задач для дифференциальных уравнений с разностным оператором, содержащим переменные коэффициенты. А именно, на конечном интервале рассматривается уравнение второго порядка в дивергентном виде, с условиями Дирихле, Неймана и смешанными граничными условиями.

Первая глава посвящена задаче Дирихле для указанных уравнений. В данной главе приведено доказательство существования единственного решения такой задачи и гладкости этого решения на подынтервалах. Основным результатом главы являются результаты о гладкости обобщенных решений на всем интервале конечной длины. Для исследования гладкости обобщенных решений на всем интервале накладываются определенные условия на коэффициенты разностного оператора. В зависимости от условий, наложенных на коэффициенты, гладкость обобщенного решения сохраняется при условии ортогональности правой части дифференциально-разностного уравнения одной или двум линейно независимым функциям.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию разрешимости и гладкости обобщенных решений задачи Неймана для дифференциально-разностного уравнения на конечном интервале. Такая задача ранее не была исследована. Аналогично первой главе доказываются теоремы о существовании обобщенного решения и гладкости таких решений на подынтервалах, а также теоремы, представляющие собой, новые результаты о гладкости обобщенных решений на всем интервале. Для доказательства указанных теорем вводятся некоторые матрицы, состоящие из коэффициентов разностного оператора. При определенных условиях на коэффициенты разностного оператора и вычислении рангов введенных матриц, показано, что для обеспечения гладкости обобщенного решения задачи Неймана правая часть дифференциально-разностного уравнения должна быть ортогональна одной, двум или трем линейно независимым функциям.

Аналогично проводится исследование краевой задачи со смешанными граничными условиями для дифференциально-разностного уравнения с переменными коэффициентами на конечном интервале. Этому исследованию посвящена третья глава. Также, как и в первой главе исследуется существование обобщенного решения и его гладкость на подынтервалах. Основные результаты,

касающиеся гладкости обобщенных решений такой задачи на всем интервале, содержатся в двух последних параграфах данной главы. Путем введения определенным образом вспомогательных матриц, получены условия гладкости обобщенного решения в виде ортогональности правой части дифференциально-разностного уравнения конечному числу линейно независимых функций.

Достоверность и новизна результатов диссертации

Гладкость обобщенных решений указанных выше краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале в случае разностного оператора с переменными коэффициентами в виде условий на правую часть уравнения ранее не рассматривалась. Таким образом, результаты диссертационной работы являются новыми. Достоверность этих результатов подтверждается публикациями в ведущих российских журналах.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Научные положения, выводы и заключения, представленные в диссертационной работе обоснованы полностью, что подтверждается строгостью математических доказательств, а также корректным использованием методов теории дифференциальных уравнений и пространств Соболева.

Ценность для науки и практики результатов работы

Работа носит теоретический характер. Научная значимость результатов диссертации заключается в развитии общей теории нелокальных краевых задач.

Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати

Результаты диссертационной работы Н. О. Иванова опубликованы в 11 работах, из которых 5 статей опубликованы в научных журналах и 6 в тезисах докладов на международных конференциях.

Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации

Автореферат полно отражает содержание диссертации.

Замечания по диссертационной работе

По работе имеются следующие замечания:

1. В диссертации и автореферате отсутствует информация о прикладном значении поставленных задач и полученных результатов, а также о том, где могут быть использованы полученные результаты, кроме численного моделирования решений подобных задач.
2. Во введении диссертации и постановках основных задач (1.13)-(1.14), (2.1)-(2.2), (3.1)-(3.3) нет определения основных операторов R_Q и R_S и нет ссылки на формулы, определяющие указанные операторы, что несколько

затрудняет чтение работы, т.к. приходится искать раздел в тексте диссертации, где эти операторы определены. Необходимые формулы и условия, определяющие операторы R_Q и R_S приведены только в разделе 1.1., причем соответствующие формулы не снабжены номерами, что делает невозможным ссылки на эти формулы в постановках основных задач и тексте диссертации.

3. Хотелось бы понять, какими задачами мотивирована конструкция оператора R_Q и допускают ли использованные в диссертации методы какие-либо обобщения этого оператора, например, на случай нецелочисленных сдвигов.
4. В связи со сложностью постановок задач и обилием вводимых понятий и обозначений, хотелось бы, чтобы доказательствам теорем предшествовали краткие схемы доказательств, описывающие основные этапы доказательства и идею метода доказательства. Было бы также полезно написать более развернутые введения к главам диссертации с кратким описанием методов исследования, используемых в этих главах, и сравнением полученных результатов с известными ранее.

Тем не менее указанные замечания не оказывают влияния на положительную оценку работы.

Заключение

Диссертационное исследование Иванова Никиты Олеговича «Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи, посвященной исследованию гладкости обобщенных решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений, имеющей важное значение для развития общей теории нелокальных краевых задач.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п.2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № УС-12 от 03.07.2023г., а её автор, Иванов Никита Олегович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

«27» 11 2023 г.

Официальный оппонент

Доцент кафедры математического анализа механико-математического факультета
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего образования «Московский государственный университет имени
М.В.Ломоносова»
д.ф.-м.н. (1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ),

доцент

 Раутиан Н. А.

119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1
+7 (916) 595-76-91
nraution@mail.ru

Подпись Раутиан Н. А. заверяю.

Декан механико-математического факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова,
чл.-корр. РАН, профессор



А. И. Шафаревич

«27» 11 2023 г.