

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

Айрияна Александра Сержиковича

на диссертационную работу Сергеева Степана Викторовича на тему «Моделирование процессов теплопроводности модифицированным методом Чебышевской коллокации», представленную к защите в ПДС 0200.006 на базе Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

### Актуальность темы

Диссертация Сергеева Степана Викторовича посвящена разработке модифицированного метода Чебышевской коллокации решения двухточечных задач для ОДУ второго порядка и использованию полученных результатов для решения начально-краевых задач для параболического уравнения.

Задачи теплопроводности и родственные им остаются базовыми для математического моделирования в инженерии и физике, а качество вычислительного инструментария во многом определяет, насколько достоверно и быстро удаётся получать решения начально-краевых задач. При этом практическая сторона вопроса упирается не только в точность, но и в устойчивость схемы при различных типах краевых условий при работе с моделями параболического характера. По этой причине диссертационное исследование, посвящённое расширению применимости модифицированного метода Чебышевской коллокации на двухточечные задачи для ОДУ второго порядка и на параболические начально-краевые задачи, является актуальным и востребованным.

### Содержание диссертации

Диссертационная работа включает введение, три главы, заключение и список использованных источников. Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, приведены положения, выносимые на защиту.

*Первая глава* носит обзорно-методический характер и формирует базу для последующих построений. В первом параграфе рассматриваются математические модели

теплопроводности, иллюстрируемые классическим примером одномерного распространения тепла в стержне конечной длины. Во втором параграфе дан обзор спектральных методов и методов коллокации: обсуждается аппроксимация по полиномам Чебышева и выбор коллокационных узлов на сетках Гаусса-Лобатто. Далее описывается метод Чебышевской коллокации и матричный аппарат дифференцирования/интегрирования, а также модифицированный вариант метода в трактовке К.П. Ловецкого, где решение строится в два этапа: сначала находится общее решение без учета дополнительных условий, затем недостающие коэффициенты восстанавливаются из граничных или начальных условий путем решения СЛАУ малой размерности.

*Во второй главе* изложены прямые алгоритмы решения линейных ОДУ второго порядка в рамках модифицированного метода Чебышевской коллокации. Решение представляется интерполяционным полиномом в чебышевском базисе, а дифференцирование и интегрирование сводятся к умножению матриц дифференцирования и антидифференцирования на векторы коэффициентов. Показано, как при двухточечных краевых условиях отделяются коэффициенты, определяемые дифференциальным соотношением, от коэффициентов, доопределяемых независимыми условиями; отдельно обсуждается построение полной системы решений для уравнений второго порядка, позволяющее удобно представлять и неоднородное решение в виде линейной комбинации базисных составляющих.

*Третья глава* посвящена обобщению методики на класс параболических уравнений, моделирующих теплопроводность. В параграфе 3.1 рассматривается неоднородная начально-краевая задача для одномерного параболического уравнения с независимой от времени неоднородной частью и неизменными краевыми условиями; предлагается декомпозиция решения на стационарную составляющую, удовлетворяющую краевой задаче для уравнения Пуассона, и нестационарную составляющую, описываемую однородной параболической задачей с нулевыми граничными условиями. В параграфах 3.2-3.3 излагаются алгоритмы приведения ОДУ первого и второго порядка к виду полной производной с использованием интегрирующего множителя; устойчивость вычисления множителя обеспечивается чебышевской интерполяцией и применением матриц интегрирования на сетках Гаусса-Лобатто, формулируются условия корректности преобразования и рассматривается случай линейного потенциала.

В заключении подведены итоги и сформулированы выводы.

### **Достоверность и новизна результатов диссертации**

*Достоверность* заявленных результатов обеспечивается строгой математической постановкой, опорой на спектральную интерполяцию на сетках Гаусса–Лобатто и использованием известных свойств чебышевских матриц дифференцирования/интегрирования; дополнительно приводится сопоставление с точными решениями, что в совокупности формирует нормальную проверочную базу для численных методов.

*Научная новизна*, заявленная соискателем, в целом подтверждается содержанием автореферата:

- модифицированный метод Чебышевской коллокации распространён на класс линейных ОДУ второго порядка (включая двухточечные краевые задачи) с использованием матриц дифференцирования и антидифференцирования;
- реализовано применение подхода к одномерным параболическим начально-краевым задачам теплопроводности при различных краевых условиях;
- обоснован подход построения полной системы решений для ОДУ второго порядка (в том числе с использованием редукции Даламбера) в рамках модифицированной коллокационной схемы.

### **Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации**

Положения, выносимые на защиту, сформулированы предметно и логически «сшиты» с архитектурой работы: от введения и обзора спектральных/коллокационных методов к построению прямых алгоритмов для ОДУ второго порядка, затем — к переносу методики на параболические постановки. Особенно удачно, что автор не ограничивается одной вычислительной схемой: показываются как матрицы дифференцирования, так и матрицы интегрирования, позволяющие экономнее организовать вычисления и отделить «общую» часть решения от доопределения по краевым условиям.

### **Ценность для науки и практики результатов работы**

С научной точки зрения ценность заключается в аккуратном расширении класса задач, решаемых модифицированным МЧК, и в демонстрации того, как использование

интегрирующего множителя для приведения ОДУ к виду полной производной помогает получать более экономичные и устойчивые вычислительные процедуры. С практической — в возможности применять предложенные алгоритмы к решению задач теплопроводности со смешанными краевыми условиями.

#### **Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати**

Результаты исследования апробированы на заседаниях научного семинара по математическому моделированию в 2024-2025 гг. и на конференциях (Томск, 2023; Москва, 2024-2025). Основные результаты диссертации отражены в **8 публикациях**, включая **5 статей** в изданиях, индексируемых в международных базах (Scopus/Web of Science), а также материалы конференций; приводятся выходные данные и DOI/EDN, что позволяет идентифицировать публикации и оценить полноту апробации.

#### **Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации**

Разделы автореферата строго соотносятся с аналогичными разделами и главами диссертации. Заголовки, нумерация и иерархия разделов в автореферате зеркально повторяют структуру полной работы.

Основные научные положения, выносимые на защиту в диссертации, чётко сформулированы в автореферате, не изменены по смыслу, подкреплены теми же аргументами и данными, что и в полном тексте.

В автореферате перечислены уникальные результаты, заявленные в диссертации, указаны отличия от предшествующих исследований, обоснована теоретическая и практическая ценность работы в том же объёме, что и в диссертации.

Выводы в автореферате логически вытекают из результатов, представленных в диссертации, практические рекомендации и перспективы разработки темы в автореферате соответствуют заключительным разделам полной работы, нет расхождений между итогами в автореферате и диссертационном тексте.

В автореферате не содержится информации, которая отсутствует в диссертации. Автореферат кратко резюмирует уже изложенные в полной работе материалы.

Автореферат не перегружен второстепенными деталями, но при этом передаёт суть исследования.

Автореферат является надёжным и лаконичным изложением диссертационной работы, не умаляющим её научной ценности и не искажающим ключевые выводы.

### Замечания по работе

1. К сожалению, в диссертации приведен пример решения лишь одной относительно простой задачи теплопроводности. Ее решение, после ряда преобразований, сводится к решению методом разделения переменных. В то же время довольно часто в жизни встречаются такие задачи теплопроводности, которые не могут быть решены таким способом. Следовало рассмотреть хотя бы один такой пример.
2. В диссертации, посвященной моделированию теплопроводности, недостаточное внимание уделено анализу существующих моделей теплопроводности. А все внимание уделено улучшению вычислительных методов и свойств алгоритмов.
3. Недостаточно подробно описаны компьютерные реализации предлагаемых алгоритмов. В какой среде они реализовывались, на каком языке программирования, с какой точностью проводились вычисления.
4. В алгоритмической части хотелось бы видеть более развёрнутую оценку вычислительной сложности (в терминах размера спектрального пространства и структуры матриц) и границ применимости с точки зрения обусловленности возникающих СЛАУ.

Приведённые замечания не снижают научную ценность результатов диссертационной работы и не влияют на её положительную оценку.

### Заключение

Диссертационное исследование Сергеева Степана Викторовича является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи, имеющей важное значение для разработки и реализации эффективных устойчивых численных методов решения начально-краевых задач для уравнений в частных производных при моделировании ряда физико-технических процессов и систем.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук согласно пункта 2.2 раздела II Положения о присуждении учёных степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утверждённого Учёным советом РУДН, протокол УС-1, 22.01.2024, а её автор, Сергеев Степан Викторович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

### Официальный оппонент

Айриян Александр Сержикович, кандидат физико-математических наук (05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), начальник Сектора №2 Научного отдела вычислительной физики Международной межправительственной научно-исследовательской организации Объединенный институт ядерных исследований.

23.01.2026

Подпись Айрияна Александра Сержиковича заверяю.

Ученый секретарь Лаборатории информационных технологий (ЛИТ) им. М.Г. Мещерякова Объединенного института ядерных исследований Дерезовская Ольга Юрьевна.



Международная межправительственная научно-исследовательская организация  
Объединенный институт ядерных исследований

Адрес: 141980, Московская обл., Дубна, ул. Жолио Кюри, д. 6

Тел. +7 (496) 216-50-59, e-mail: [post@jinr.ru](mailto:post@jinr.ru)

Страница в интернете: <https://www.jinr.ru>