

## **Отзыв официального оппонента**

на диссертацию Кройтора Олега Константиновича «Символьно-численное исследование поляризованного электромагнитного излучения в волноведущих системах», представленную к защите в диссертационном совете ПДС 0200.006 при федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

### **Актуальность темы диссертационной работы.**

Диссертация Кройтора Олега Константиновича посвящена исследованию распространения электромагнитных волн в закрытом волноводе с оптически неоднородным заполнением без диссипации и поверхностные волны Дьяконова на границе раздела одноосного кристалла.

Современное математическое моделирование предполагает прежде всего создание комплексов программ для численного исследования математических моделей. Численные методы, такие как метод Галеркина, требуют вычисления большого числа однотипных интегралов. Поэтому применение численных методов вынуждено предваряется аналитическими вычислениями, которые обычно выполняются на бумаге. В былые времена приходилось обращаться к специальным справочникам, открывать и переоткрывать удобные формулы для вычисления интегралов, содержащих специальные функции математической физики, придумывать новые подстановки.

В 1990-х годах у широкого круга пользователей появилась альтернатива – возможность проведение символьных вычислений в системах компьютерной алгебры. В России пропагандистами использования компьютерной алгебры стали физики-теоретики из ОИЯИ (Дубна), оценившие удобство вычисления сложных интегралов, возникающих при исследовании диаграмм Фейнмана. В настоящее время общее распространение в РФ получили зарубежные СКА, однако в последнее время в РУДН складывается своя школа компьютерной алгебры, испытавшая очевидное и весьма благотворное влияние проф. В.П. Гердта, возглавлявшего Научный центр вычислительных методов в прикладной математике РУДН вплоть до своей смерти в 2021 году, где и сейчас продолжается тестирование системы компьютерной алгебры GInv.

В диссертации Кройтор Олег Константинович рассматривает на конкретных и актуальных задачах преимущества применения СКА при моделирование колебательных процессов, возникающие при распространении 1.) электромагнитных волн в закрытом волноводе с оптически неоднородным заполнением без диссипации и 2.) поверхностных волнах Дьяконова на границе раздела одноосного кристалла.

**Характеристика содержания диссертационной работы.** Диссертация Кройтора Олега Константиновича посвящена разработке и реализации в системе компьютерной алгебры Sage

численно-аналитических методов исследования распространения монохроматических поляризованных волн оптического диапазона в направляющих структурах.

Решение этой большой задачи описано в диссертации последовательно, в первой главе описаны методы исследования задач математической физики и их реализация в системах компьютерной алгебры, во второй – исследование поверхностных волн Дьяконова в системе компьютерной алгебры Sage, в третьей главе описаны исследование и построение дисперсионной кривой волновода, заполненного неоднородным веществом и результаты компьютерных экспериментов. В заключении дан краткий отчет по решению задач, перечисленных во Введении. Такое изложение позволяет убедиться в том, что соискатель познакомился со всеми этапами реализации новых численных методов исследования нормальных мод волновода и поверхностных волн Дьяконова.

Во второй части работы Кройтор Олег Константинович раскрывает и анализирует возможности применения СКА для вычисления системы нелинейных алгебраически уравнений, возникающих в задаче о распространении поверхностных электромагнитных волн. В случае однородных и изотропных сред эти уравнения легко решаются аналитически, исследование волн, распространяющихся в кристаллах, тоже удастся выполнить руками, однако это требует известного искусства. В РУДН Севастьянов Л.А и Бикеев О.Н. рассматривали волны Дьяконова, распространяющиеся вдоль границы раздела анизотропного и изотропного диэлектриков. Эта задача сводится к системе нелинейных алгебраических уравнений, которая была исследована численно. Исследование этой системы в Sage показало, что эта система решается в радикалах, что существенно упростило ее дальнейшее исследование.

На основе выполненных исследований во второй главе, разработан численно-аналитический метод исследования алгебраической модели поверхностных волн Дьяконова, который был реализован в виде комплекса программ в СКА Sage. Важность применения СКА для решения подобного рода задач, очевидна. Предложенная теория позволит ускорить дальнейшие исследования поверхностных волн.

Наиболее весомый вклад новых теоретических результатов, полученных в рамках диссертационного исследования, сосредоточен в третьей главе. Третья глава посвящена исследованию дисперсионной кривой волновода, заполненного неоднородным, но изотропным веществом.

Следует заметить, что традиционно рассматривали спектральную задачу теории волноводов как задачу на собственные значения относительно параметра  $\gamma$ , а частоту считали заданной. Такой подход вполне оправдан, поскольку в задаче о волноводной дифракции рассматривается падение монохроматической волны, которая частично проходит и частично отражается от неоднородности и при этом возникают прошедшие и отраженные волны, бегущие от неоднородности, но имеющие ту же частоту, что и падающая волна. С другой стороны, для построения дисперсионной кривой

совершенно не обязательно искать ее точки сначала при одном значении частоты, потом при другом, потом при третьем. Допустимо искать ее точки при фиксированных значениях  $\gamma$ . Принципиальным здесь является только удобство решения задачи.

Подход к построению дисперсионной кривой закрытого волновода с оптически неоднородным заполнением без диссипации, предложенный в диссертационной работе, отличается от предложенных ранее тем, что сводит эту задачу к вычислению собственных значений самосопряженной матрицы, то есть задаче хорошо изученной. Использование самосопряженной матрицы исключает возникновение артефактов, связанных с появлением малой мнимой добавки у собственных значений.

На основе этого подхода для волновода прямоугольного сечения с прямоугольными вставками в системе компьютерной алгебры Sage разработан численный метод решения построения дисперсионной кривой волновода с оптически неоднородным заполнением без диссипации. Разработанная программа была верифицирована на примерах, в которых возникают гибридные моды SLE типа. При этом результаты компьютерных экспериментов, представленные в 3-ей главе, убедительно показывают, что найденные точки дисперсионной кривой, отвечающих гибридным модам волновода, с графической точностью ложатся на аналитическую кривую даже при небольшом числе учитываемых базисных элементов.

На мой взгляд, предложен существенно новый подход к вычислению дисперсионной кривой закрытого волновода со многими жилами, который открывает новые возможности для исследования задачи о волноводной дифракции

**Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, их достоверность.** Обоснованность результатов диссертационной работы опирается на теоретические исследования, все оригинальные теоремы, используемые в тексте диссертации, и их доказательства были опубликованы в рецензируемых журналах. Все символьно-численные и численные вычисления в работе проводились в СКА Sage, что обеспечивает точность и погрешность расчетов, близкую к компьютерной. Везде, где это возможно, проводилось сравнения полученного численного решения с аналитическими решениями, что подтверждает достоверность результатов. Достоверность полученных результатов исследования обеспечивается совпадением с результатами, полученными другими авторами.

**Практическая значимость исследований.** Разрабатываемые символьно-численные методы найдут применение в теоретических исследованиях поверхностных волн Дьяконова. Результаты диссертации могут быть использованы при создании учебных курсов по теме «Дифференциальные уравнения» и «Компьютерная алгебра», как удачный пример, демонстрирующий сильную сторону техники базисов Гребнера.

Отыскание самосопряженной постановки спектральной задачи теории волноводов существенно упрощает расчеты характеристик волноводов, заполненных оптически

неоднородным веществом. Эта постановка открывает новые возможности для исследования задачи о волноводной дифракции, которые еще предстоит исследовать.

**Недостатки работы.** В диссертации имеется ряд недостатков.

1. В работе отмечается, что были рассмотрены недьяконовские случаи, но не приведены примеры и доказательства, что в этих случаях система нелинейных уравнений не имеет вещественного решения, хотя это было возможно выполнить средствами СКА.
2. В тестовом примере рассмотрены SLE моды волновода прямоугольного сечения с двумя слоями, и при этом отмечается, что выполненные математические выкладки применимы и для волновода с большим количеством слоев, но не приведены никакие примеры или доказательства этого утверждения.
3. При вычислении точек дисперсионной кривой волновода методом Галеркина рассмотрен частный случай, когда все интегралы вычисляются в элементарных функциях, чтобы в первых тестах избавиться от приближенных результатов (вычислений), и не рассмотрен общий случай. Рассмотрение общего случая позволило бы протестировать программу (алгоритм) и убедиться, что она работоспособна для большего числа случаев.
4. Работа содержит ряд опечаток.

Указанные недостатки не снижают общее положительное впечатление о диссертационной работе.

**Заключение.** Диссертационное исследование представляет собой законченное и самостоятельное исследование, в котором решена актуальная задача моделирования распространения монохроматических поляризованных волн оптического диапазона в направляющих структурах численно-аналитическими методами.

Диссертационное исследование соответствует паспорту специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а именно **п. 1** «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений» в части разработки новых математических методов моделирования распространения электромагнитных волн в закрытом волноводе с оптически неоднородным заполнением без диссипации и поверхностных волн Дьяконова на границе раздела одноосного кристалла; **п. 2** «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий» в части разработки, обоснования и тестирования эффективных символьно-числительных методов исследования нормальных мод, закрытого волновода, заполненного оптически неоднородным веществом и поверхностных волн Дьяконова с применением современных компьютерных технологий; **п. 3** «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента» в части реализации названных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения численных экспериментов в системе компьютерной алгебры Sage.

Полученные автором результаты достоверны, основные выводы и заключения обоснованы. Автореферат корректно отражает результаты диссертационного исследования. Основные научные результаты диссертации достаточно полно изложены в 8 печатных изданиях, 2 из которых изданы в периодических научных журналах, индексируемых МБЦ Scopus, 3 — в журналах, включенных в Перечень ВАК/РУДН, 3 — в тезисах докладов.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа «Символьно-численное исследование поляризованного электромагнитного излучения в волноведущих системах» полностью соответствует требованиям п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в ФГАУ ВО Российский университет дружбы народов, утвержденного Ученым советом РУДН, протокол № 12 от 23 сентября 2019 г., предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а ее автор — Кройтор Олег Константинович — степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук

(специальность 05.13.18

— «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»), доцент, заведующий кафедрой математического и компьютерного моделирования ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Блинков Юрий Анатольевич

Адрес места работы: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, e-mail: blinkovua@info.sgu.ru; тел.: +79033288638

