

ОТЗЫВ

на автореферат диссертации
на соискание степени кандидата физико-математических наук

Джосеф Дарил Джеймс

**Теоремы вложения и теоремы о следах
для пространств Никольского-Бесова- Морри**

Настоящая работа посвящена классической проблематике гармонического анализа – построению и исследованию пространств Никольского – Бесова, построенных на базе пространств Морри.

Несмотря на то, что пионерским работам по конструкции пространств Никольского – Бесова, построенных на базе пространств Лебега, более 70 лет, задачи, связанные с модификацией пространств Никольского – Бесова, построенных на базе различных пространств функций по-прежнему актуальны. Это обусловлено многочисленными применениями такого типа пространств в теории уравнений в частных производных, геометрической теории функций и т.д.

Классические пространства Никольского – Бесова, построенные на базе пространств Лебега, являются аппроксимационными пространствами, т.е. могут быть описаны с помощью прямых и обратных теорем о приближении целыми функциями экспоненциального типа (если рассматриваются пространства с областью определения на всем R^n), либо тригонометрическими полиномами (в периодическом случае).

Как показал автор, для пространств Никольского – Бесова, построенных на базе пространств Морри, верны аналогичные теоремы, позволяющие описать получающиеся пространства как аппроксимационные. Этот результат является одним из ключевых в данной работе и очень важен для описания свойств пространств Никольского – Бесова, построенных на базе пространств Морри.

Используя этот факт, можно получать различные интерполяционные и геометрические свойства пространств Никольского – Бесова, построенных на базе пространств Морри. Именно это и продемонстрировано соискателем.

Считаю, что данная работа вполне отвечает всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Бережной Евгений Иванович,
доктор физ-мат наук, профессор
заведующий кафедрой дифференциальных уравнений
Ярославский госуниверситет им. П.Г. Демидова
150000, Ярославль, Советская, 14, матфак, ber @ uniya.ac.ru.

10.06.2025



7 905 630-67-64
специальность 01.01.01 - вещественный, комплексный
и функциональный анализ

ОТЗЫВ

**на автореферат диссертации Джосефа Дарила Джеймса
«Теоремы вложения и теоремы о следах для пространств
Никольского-Бесова-Морри»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»**

Диссертация посвящена исследованию пространств Никольского-Бесова-Морри, получаемых из пространств Никольского-Бесова путем замены базового лебегова пространства в определении этих пространств на пространства Морри, с помощью приближений целыми функциями экспоненциального типа или в периодическом случае тригонометрическими полиномами.

В главе 1 доказаны неравенство Бернштейна, неравенство разных метрик и неравенство разных измерений для целых функций экспоненциального типа для пространств Морри.

В главе 2 доказаны неравенства Бернштейна, неравенства разных метрик и неравенства разных измерений для тригонометрических полиномов для периодических пространств Морри.

В главе 3 для пространств Никольского-Бесова-Морри доказаны теорема вложения, прямая теорема о следах и обратная теорема о следах.

В главе 4 исследуются те же вопросы, что и в предыдущей главе, но для периодических пространств Никольского-Бесова-Морри. В ней установлены теорема вложения, прямая и обратная теоремы о следах для периодических пространств Никольского-Бесова-Морри.

Все вышеуказанные результаты являются новыми и вносят существенный вклад в развитие теории пространств Никольского-Бесова-Морри. Эти результаты строго доказаны.

Результаты глав 1 и 2 представляют также независимый интерес с точки зрения теории неравенств для целых функций экспоненциального типа и

тригонометрических полиномов для различных функциональных пространств.

Основной используемый метод – это представление целых функций экспоненциального типа и тригонометрических полиномов в виде сверток их самих с некоторыми ядрами и использование аналогов неравенства Юнга для сверток функций для пространств Морри, полученных В.И. Буренковым и Т.В. Тарарыковой.

На этом пути возникают экстремальные задачи нового типа о нахождении минимума L_p -нормы функции в классе функций, преобразование Фурье которых равно константе на фиксированном кубе или, соответственно, в классе периодических полиномов, для которых определенные коэффициенты Фурье равны константе. При $p=2$ в диссертации приведено решение этих задач, а при p , не равном 2, получены близкие к точным оценки минимальной L_p -нормы. Этих оценок достаточно для их применения в главах 3 и 4. Возникает интересная задача о нахождении минимальной нормы при p не равном 2.

Судя по автореферату, можно сделать заключение о том, что диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым Российским университетом дружбы народов к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук по специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», а её автор, Джосеф Дарил Джеймс, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ.»

Г.Г. Магарил-Ильяев

д. ф.-м. н., профессор кафедры

общих проблем управления

механико-математического факультета

МГУ имени М.В. Ломоносова

+7 910 401-26-53
119 991, Москва, Ленинские горы, 9.1

Подпись Г.Г. Магарил-Ильяева – *Г.Г. Магарил-Ильяев*
Вер. см. в о/у *Морри/Морри*
12.06.25

georgii.magaril@math.msu.ru
специальность 01.01.01-вещественный
комплексный и функциональный
анализ



ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Джозефа Дарила Джеймса
«Теоремы вложения и теоремы о следах для пространств Никольского-Бесова-
Морри»

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук

по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный
анализ

Автореферат диссертации Джозефа Дарила Джеймса посвящён изложению результатов, полученных в ходе исследования, направленного на развитие теории функциональных пространств. Основное внимание в работе уделено пространствам Никольского-Бесова-Морри, которые представляют собой обобщение классических шкал Бесова и Никольского на случай пространств Морри $M_p^\lambda(\mathbb{R}^n)$. Последние характеризуются способностью описывать локальное поведение функций и обладают широкими возможностями при анализе нерегулярных объектов и задач математической физики.

В пространстве $M_p^\lambda(\mathbb{R}^n)$ параметры λ и p позволяют гибко варьировать условия измеримости, что важно при работе с функциями, не обязательно принадлежащими глобальным L_p пространствам. На основе этих пространств автором предложено построение шкал Бесова нового типа, в которых используется приближение функций целыми функциями экспоненциального типа.

Конкретно, рассматривается пространство $B_\theta^r(M_p^\lambda)$, норма в котором строится по величинам наилучших приближений в метрике M_p^λ , а также параметрам гладкости r , интегрируемости p , и суммирования θ . Такая структура позволяет более точно контролировать степень гладкости и приближаемости функций, особенно в задачах с локальной сложностью и переменными условиями.

Автореферат содержит формулировки следующих ключевых результатов:

1. Установлены неравенства производных для целых функций экспоненциального типа в пространствах Морри;
2. Доказаны неравенства вложения различных метрик;
3. Сформулированы теоремы о следах функций из пространств $B_\theta^r(M_p^\lambda(\mathbb{R}^n))$ на подпространствах $\mathbb{R}^m \subset \mathbb{R}^n$;
4. Развита аналогичная конструкция для периодического случая, где используются приближения тригонометрическими многочленами, и доказаны соответствующие теоремы о вложениях и следах.

Автореферат демонстрирует, что диссертантом реализован целостный и математически корректный подход, включающий построение функциональных пространств, формулировку оценок и теорем, а также исследование предельных переходов и граничных условий.

Автореферат оформлен грамотно, изложение выдержано в научном стиле. Основные понятия и обозначения определены чётко, логика построения результатов ясна. Положения, выносимые на защиту, сформулированы корректно и последовательно, отражая основное содержание и научный вклад автора.

Как это характерно для авторефератов, доказательства в документе не приводятся, однако формулировки теорем и обоснование структуры исследования позволяют судить о научной строгости работы. Результаты апробированы в рамках выступлений на известных научных семинарах и конференциях, в том числе в МИАН, МГУ и РУДН, а также опубликованы в ряде рецензируемых журналов. Наличие публикации без соавторов подчёркивает самостоятельность исследовательской работы диссертанта.

Выбранная тематика и предложенные конструкции пространств представляют интерес с точки зрения как теоретического анализа, так и возможных приложений. Полученные результаты могут использоваться при постановке и изучении краевых задач, анализе решений уравнений с частными производными и в теории функциональных шкал.

Анализируя содержание автореферата, можно сделать вывод, что представленное исследование является самостоятельной и завершённой научной работой, выполненной на современном теоретическом уровне. Работа демонстрирует владение автором как методами функционального анализа, так и техникой приближений, а также понимание структуры современных функциональных пространств.

Считаю, что на основе данных автореферата диссертация Джосефа Дарила Джеймса соответствует требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а сам автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Доктор физико-математических наук,
Профессор

Нурсултанов

09.06.2025 Нурсултанов Е.Д.

Учебно-лабораторный корпус ЕНУ (7)
Республика Казахстан, 010010,
г. Астана, ул. Кайыпмукана, 11

Подпись *Нурсултанов Е.Д.*
Служебный
по кадрам институт

• 10 • 11.06.2025

+7 707 143-69-17

специальность 01.01.01 - вещественный,
комплексный и функциональный анализ

