На правах рукописи

Степанцов Михаил Евгеньевич

Метод замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами в задачах социально-экономической динамики

Специальность 1.2.2 –
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
(физико-математические науки)»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва 2026

Работа выполнена в отделе моделирования нелинейных процессов ФГУ "ФИЦ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук".

Научный консультант:	заведующий отделом моделирования нелинейных процессов ФГУ «ФИЦ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук», доктор физико-математических наук, профессор **Малинецкий Георгий Геннадьевич**
Официальные оппоненты:	ведущий научный сотрудник ФГУ ФИЦ "Информатика и управление" Российской академии наук, доктор физико-математических наук, доцент **Бродский Юрий Игоревич**
	заведующий отделением прикладной математики физического факультета ФГБУ ВО Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, доктор физико-математических наук, профессор **Боголюбов Александр Николаевич**
	заведующий лабораторией 90 ФГБУ науки «Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук», доктор физико-математических наук, доцент **Кузнецов Александр Владимирович**
	профессор кафедры вычислительной физики ФГАУ ВО «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет) доктор физико-математических наук, профессор **Лобанов Алексей Иванович**

Защита состоится 25 сентября 2026 г. в 12 часов 00 минут на заседании диссертационного совета ПДС 0200.006 при РУДН по адресу: г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 110.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке РУДН или на официальном сайте диссертационных советов РУДН по адресу: http://dissovet.rudn.ru. Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, учёному секретарю диссертационного совета ПДС 0200.006.

Автореферат разослан «   » ____________ 2026 года.

Ученый секретарь диссертационного совета ПДС 0200.006,
канд. физ.-мат. наук, доцент Геворкян М. Н.

Общая характеристика работы

Актуальность рассматриваемой темы связана с тем, что математика, долгие годы бывшая инструментом исключительно естественных наук, всё более активно используется в областях знаний, традиционно относимых к гуманитарным. Соответственно, возникает большое количество задач в областях социологии, экономики, политологии, демографии, безопасности и многих других, для решения которых требуется математический подход вообще и построение, а затем использование математических моделей в частности.

В задачах социально-экономической динамики моделируемая реальность существенно дискретна, начиная с любого множества людей, равно как и отношений на этом множестве. Пространство, в котором происходят социально-экономические процессы, во многих случаях носит дискретный характер. Населенные пункты, здания, помещения, транспортные коммуникации, профессиональные группы, спортивные соревнования, иерархия власти – всё это примеры структур, в рамках которых происходят социально-экономические процессы. Дискретность этих структур является определяющей для подобных процессов. Наконец, при осуществлении такой деятельности время зачастую рассматривается как разбитое на отдельные интервалы, при этом динамика процессов внутри этих интервалов не исследуется. Так, экономические показатели рассчитываются не непрерывно, а за конкретные периоды времени, спортивные соревнования состоят из серий противоборств, в каждом из которых значим лишь результат и т.п. Таким образом, достаточно адекватным является и использование дискретного времени при анализе подобных процессов.

Отсюда напрашивается вывод о том, что моделирование таких процессов уместно осуществлять при помощи дискретных моделей, которые могут быть успешно применены вместо непрерывных. Одним из классов таких моделей являются клеточные автоматы.

В то же время при моделировании социально-экономических процессов широко используются созданные по аналогии с физикой модели на основе дифференциальных уравнений. С их помощью получено значительное количество результатов, и нет никаких причин полностью отказываться от этих моделей и строить их дискретные аналоги «с нуля». С другой стороны, модели на основе дифференциальных уравнений имеют существенные ограничения на вид решения, на зависимости параметров, подвержены неустойчивостям при использовании численных методов для их решения и в целом являются гораздо менее гибкими в случае, когда возникает необходимость ввести в рассмотрение новые факторы. Клеточные автоматы лишены всех перечисленных недостатков, они широко используются в математическом моделировании в различных областях науки, этот класс моделей подробно теоретически изучен. Кроме того, клеточные автоматы позволяют значительно повысить скорость вычислений при моделировании с использованием специализированных компьютеров с высокой степенью параллельности вычислений. Поэтому их использование позволит

расширить область применимости исходных математических моделей и повысить эффективность вычислений при решении прикладных задач.

Степень разработанности темы. Значительная часть методов, используемых для моделирования социально-экономических процессов, основана на использовании непрерывных математических объектов, дифференциальном и интегральном исчислении и других классических подходах. Этот подход восходит к Мальтусу и Ферхюльсту. Его применяли Кузнец, Гласс и Кремер для моделирования демографии, Леонтьев, Кобб, Дуглас и Солоу в экономике, Хаггерстранд в своей концепции диффузии инноваций и Чернавский, исследуя динамику условных информаций, Форрестер при анализе тенденций мировой развития, Малков в моделировании исторических процессов, Капица, Курдюмов и Малинецкий для прогнозирования глобальной динамики и многие другие. Причина таких предпочтений состоит в том, что математическое моделирование изначально применялось в физике и смежных с ней дисциплинах, где реальность можно рассматривать, как непрерывную. Поэтому математические модели, применявшиеся в этих областях, представляли собой то, что сейчас носит название «уравнения математической физики». Однако даже в этом случае вставал вопрос о дискретном характере некоторых аспектов реальности. Например, законы термодинамики являются следствием усреднения статистики составляющих термодинамическую систему частиц, уравнения, описывающие вязкую среду, основаны на законах движения и взаимодействия молекул, квантовые объекты носят дискретный характер, хотя и подчиняются дифференциальному уравнению Шрёдингера. На необходимость рассматривать дискретные математические модели физических явлений наряду с уравнениями математической физики указывал Александр Андреевич Самарский. Он неоднократно высказывал мысль, состоящую в том, что вычислительный эксперимент является неотъемлемой и исключительно важной частью математического моделирования. В то время он в первую очередь имел в виду использование разностных схем, рассматривая их не как какое-то вспомогательное средство приближенных вычислений, а как полноценный класс математических моделей. Целью данной работы является, не претендуя на глобальность подхода А.А. Самарского, обосновать аналогичное утверждение в отношении клеточных автоматов. Последние можно рассматривать как модификацию непрерывных моделей социально-экономических процессов, в которых дискретизации подвергаются не только пространство и время (как в случае разностных схем), но и зависимые переменные.

В современном математическом моделировании физических явлений существуют многочисленные успешные примеры замены моделей, основанные на дифференциальных уравнениях, клеточными автоматами. Среди них – решёточные газы Фриша. Хасслахера, Помо, Апперта и Залесски, описывающие процессы газо- и гидродинамики, многочисленные модели Тоффоли и Марголуса. Большое количество других примеров подобного моделирования можно встретить в издаваемом Стивеном Волфрамом журнале Complex Systems, посвящённом такому моделированию.

При этом разнообразие и сложность дифференциальных моделей физики позволили применить этот подход только для некоторых частных случаев. В то же время современные дифференциальные математические модели в области социально-экономических наук достаточно просты и относятся к узкому классу моделей, сводясь к задачам Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Таковыми являются, например, система «власть-общество» Михайлова, модель Малинецкого структуры профессиональной группы преподавателей высшей школы или модель информационного противоборства, основанная на нейрологической схеме Рашевского. Следовательно, есть основания предположить, что может быть найден общий подход к нахождению решений таких задач путём замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами.

Однако до проведения данного исследования проблема создания общего подхода к замене клеточными автоматами моделей на основе дифференциальных уравнений хотя бы и указанного ограниченного класса в науке не рассматривалась.

Целью данного диссертационного исследования является разработка общего метода замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами в задачах социально-экономической динамики, сводимых к обыкновенным дифференциальным уравнениям, и апробация этого метода на ряде математических моделей социально-экономической динамики путём осуществления такой замены и решения ряда прикладных задач на основе такого подхода. Этот подход, как уже отмечалось, позволит расширить область применимости исходных моделей и повысить эффективность вычислений.

Для достижения этой цели были поставлены следующие **задачи**:

1. Построение клеточного автомата, заменяющего обыкновенное дифференциальное уравнение, и доказательство сходимости решения, полученного с помощью этого автомата к решению соответствующей задачи Коши.

2. Построение с использованием этого подхода математических моделей движения неорганизованной группы людей и решение при помощи них ряда задач.

3. Построение дискретных математических моделей, аналогичных классическим непрерывным моделям А.П. Михайлова системы «власть-общество», имеющим более широкую область применимости, и решение с их помощью ряда прикладных задач.

4. Построение дискретной модели информационного противоборства на основе клеточного автомата, область применимости которой шире по сравнению с аналогичной непрерывной моделью и решения с ее помощью ряда задач оптимального управления.

5. Построение дискретной модели динамики численности профессиональной группы на основе метода когорт, компьютерное моделирование профессиональной группы учителей

средних школ и прогнозирование динамики численности и структуры данной группы.

6. Построение модели транспортной сети, включающей обратную связь между функционированием сети и ее развитием, моделирование на ее основе сетей железных дорог России и других стран, анализ и прогнозирование развития этих сетей.

7. Разработка подхода к моделированию хода спортивных соревнований и построение моделей, позволяющих провести моделирование хода матчей в играх с непрерывным и дискретным временем.

Объектом исследования диссертации являются такие социально-экономические процессы, которые могут быть формально сведены к задачам Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Предметом исследования являются метод замены клеточными автоматами дифференциальных уравнений и модификации ряда конкретных моделей, полученные с его помощью.

Научная новизна. Все модели, методы, алгоритмы и полученные с их помощью результаты, представленные в диссертации, являются новыми и оригинальными. Метод замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами является новым, поскольку разработан автором и обоснован им же путём доказательства сходимости решения, полученного при помощи клеточного автомата к решению исходной задачи Коши. Все модификации моделей, полученные в рамках данного исследования при помощи этого метода, являются новыми и оригинальными, поскольку основаны на клеточных автоматах, построенных автором работы.

Теоретическая значимость результатов. Главным теоретическим результатом диссертационного исследования является предлагаемый метод замены дифференциальных зависимостей клеточными автоматами и родственными им объектами, применяемый при моделировании социально-экономических процессов, позволяющий повысить эффективность расчётов и расширить области применимости моделей. В рамках его применения разработаны: ряд дискретных модификаций математических моделей движения неорганизованной группы людей, дискретная модификация модели А.П. Михайлова «власть-общество», дискретная модификация модели информационного противоборства, дискретная модификация модели динамики численности профессиональной группы, динамическая модификация модели развития транспортной сети, а также модели хода спортивных соревнований с дискретным и непрерывным временем.

Практическая значимость результатов. Разработанные модели могут быть использованы для решения прикладных задач моделирования и прогнозирования социально-экономической динамики в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, в ФИЦ «Информатика и управление» РАН, на факультете вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, во Всероссийском НИИ железнодорожного транспорта.

Модель хода спортивных соревнований может быть применена организаторами спортивных соревнований и тренерами команд для анализа будущих или состоявшихся матчей.

Методология и методы исследования. Исследования, проведенные в рамках данной работы, относятся к области дискретной математики и компьютерного моделирования. Отличительной чертой применяемого подхода является моделирование процессов на микроуровне с тем, чтобы модель соответствовала описываемой реальности на макроуровне. При помощи данного подхода, проводится построение конкретных компьютерных моделей, а также их верификация, что делает данную работу актуальной на нынешнем этапе развития математического моделирования.

В рамках исследования применялись методы: дискретной математики, теории клеточных автоматов (в частности, метод среднего поля), теории вероятностей и математической статистики, эконометрики, теории графов, теории конечных цепей Маркова, численные методы. Вычислительные эксперименты проводились в среде VBA с использованием приложения Microsoft Office Excel, при помощи которого формировались табличные и графические результаты исследований. Вычислительные эксперименты по динамическому развитию транспортной сети строились в специальной среде программирования, созданной в рамках выполнения научного проекта внешними исполнителями.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Разработан общий метод построения клеточного автомата, заменяющего дифференциальное уравнение с сохранением макродинамики модели. Доказана сходимость решения, полученного при помощи построенного таким образом клеточного автомата к решению исходной задачи Коши.

2. Построен ряд дискретных модификаций математических моделей движения неорганизованной группы людей на основе клеточных автоматов. При их помощи исследовано явление «отрицательной вязкости» и рассчитаны оптимальные конфигурации препятствий для ряда случаев движения по узкому проходу.

3. Построена основанная на клеточном автомате дискретная модификация модели А.П. Михайлова «власть-общество». Доказано что ее динамика согласуется с динамикой непрерывной модели. При ее помощи получен ряд результатов, связывающих динамику политической системы с уровнем коррупции, региональными демографическими различиями, а также социально-экономическую динамику такой системы с уровнем транспортных связей между регионами.

4. Построена дискретная модификация модели информационного противоборства, основанная на клеточном автомате. Доказано что ее макродинамика совпадает с макродинамикой аналогичной непрерывной модели в области применимости последней, при

этом в дискретную модель введены факторы, которые невозможно было учесть в рамках непрерывной модели, такие как влияние малых групп и интериоризация общественного мнения индивидами. При помощи этой дискретной модели решены задачи оптимального управления пропагандистской кампанией для ряда сценариев.

5. Разработана методика моделирования динамики численности профессиональной группы, при помощи которой построены модели численности учителей средних школ и студентов вузов. Получен прогноз социальной динамики профессиональной группы учителей средних школ Москвы и Ярославской области.

6. Создана дискретная модификация математической модели динамического развития транспортной сети. На ее основе получен прогноз развития сетей железных дорог России для ряда сценариев будущего.

7. Разработана методика моделирования хода спортивных соревнований. С ее помощью доказан ряд утверждений относительно влияния права первой подачи на результат в играх с дискретным временем, проведен ретроспективный анализ ряда футбольных и волейбольных матчей и введено понятие справедливости турнирной формулы соревнования.

Таким образом, выносимые на защиту результаты имеют вид нового метода, новых модификаций математических моделей, а также вычислительных методов и алгоритмов, программных комплексов, и полученных с их помощью закономерностей, характеризующих социально-экономические процессы.

Достоверность и обоснованность теоретических результатов, полученных в диссертации, обеспечиваются корректным применением математического аппарата дискретной математики, теории клеточных автоматов, теории вероятностей и математической статистики, эконометрики, теории графов, и строгим математическим обоснованием предложенных методов и алгоритмов. Адекватность построенных моделей подтверждается соответствием результатов, получаемых при помощи компьютерного моделирования, теоретически полученным результатам и данным наблюдений.

Апробация. Основные результаты диссертационной работы докладывались на конференциях:

1) IV Международной конференции "Математика, компьютер, образование" (Пущино, 1997);

2) девятых, десятых, одиннадцатых, четырнадцатых и девятнадцатых математических чтениях МГСУ/РГСУ (Москва, 2002, 2003, 2004, 2006, 2010);

3) международных конференциях «Mathematical modelling of social and economical dynamics» (MMSED) (Москва, 2004, 2010);

4) V международном научно-практическом междисциплинарном симпозиуме «Рефлексивные процессы и управление» (RPC'2005) (Москва, 2005);

5) XIV, XXIX, XXX, XXXI, XXXII Международных конференциях «Проблемы управления безопасностью сложных систем» (Москва, 2006, 2021, 2022, 2023, 2024);

6) международной научной конференции «Проблемы регионального и муниципального управления» (Москва, 2007);

7) международной научной конференции «Философия математики: актуальные проблемы» (Москва, 2007);

8) пятой, шестой, седьмой, девятой и десятой всероссийских научно-практических конференциях по имитационному моделированию и его применению в науках и промышленности "Имитационное моделирование: теория и практика (Петербург, 2011, Казань, 2013, Москва, 2015, Казань, 2019, Петербург, 2021, Казань, 2023);

9) первой и второй российских конференциях «Социофизика и социоинженерия» (Москва, 2015, 2018);

10) II, III, IV, V, VI, VII международных конференциях «Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности» (Москва, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024).

Результаты также докладывались на научных семинарах:

1) ВМК МГУ им. М.В, Ломоносова «Математическое моделирование социальных процессов» (Москва, 2014, 2015);

2) кафедры прикладной математики факультета информатики РГСУ;

3) кафедры высшей математики на факультете экономики НИУ ВШЭ;

4) ИПМ им. М.В. Келдыша РАН «Будущее прикладной математики».

Исследования по тематике диссертации проводились в соответствии с плановой тематикой научных работ Московского государственного социального университета, Российского государственного гуманитарного университета, Российского государственного социального университета, Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» и Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН в рамках ГНТП «Безопасность» (1996 год) и проектов Российского фонда фундаментальных исследований 05-01-00852-а, 05-06-80237-а, 06-06-80503-а, 07-06-00330-а, 08-01-00781-а, 09-06-00342-а, 11-01-00887-а, 11-06-00193-а, 15-01-06192-а, 15-06-07926-а, 18-01-00619-а, и 19-010-00423-а.

Личный вклад автора. Все опубликованные результаты по теме диссертационной работы были получены автором лично. В работах, опубликованных в соавторстве, вклад автора является определяющим. В тексте диссертации ради связности изложения приведены некоторые из результатов, полученных соавторами, но они не указаны в качестве результатов данного исследования и не выносятся на защиту.

Публикация результатов исследования. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 60 статьях, препринтах и материалах докладов, среди которых 7 публикаций, индексированных в международной базе цитирования Scopus [1-7], 10 публикаций, индексированных в RSCI [8-17] и 1 публикация в ведущем рецензируемом издании, рекомендованном ВАК, относящемся к категории К3 [18]. Доклады по тематике диссертации представлены на 16 международных и 13 всероссийских научных и научно-практических конференциях.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, восьми глав, заключения и списка литературы, содержащего 213 наименований. Объем работы составляет 208 страниц.

Содержание работы

Во введении излагаются обзор научной литературы по исследуемой проблеме, история и современное состояние математического моделирования социально-экономических процессов. Обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируются цель и задачи работы и применяемые методы исследования, приводятся основные результаты, выносимые на защиту, обсуждается их научная новизна, степень достоверности, теоретическая значимость и практическая ценность. Затем приводятся сведения о публикации результатов исследования.

В **главе 1 «Метод замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами** рассматриваются требования к моделям социально-экономических процессов, которые могут быть применены вместо дифференциальных зависимостей и делается вывод, что наиболее подходящим классом таких моделей являются клеточные автоматы либо родственные им объекты.

В связи с этим далее дано определение клеточного автомата, изложены особенности моделей класса клеточных автоматов и связанная с ними терминология, приводятся их примеры. Отмечается, что такие модели могут быть построены непосредственно на основе существенных свойств моделируемого явления, так, чтобы их макродинамика соответствовала макродинамике существующих непрерывных моделей. Однако в данной диссертации рассматривается метод, при помощи которого строятся клеточные автоматы, макродинамика которых совпадает с решением соответствующей задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

Далее изложен метод среднего поля, применяемый для проверки адекватности дискретной модели путем сравнения ее макродинамики с макродинамикой исходной модели. Затем приводится пример применения изложенного метода к клеточному автомату Majority («большинство») на ортогональной сетке с окрестностью фон Неймана. Доказано утверждение о том, что данный автомат ведет себя аналогично решению дифференциального уравнения $\frac{d\rho}{dt} = 6\rho^5 - 15\rho^4 + 10\rho^3 - \rho$.

После этого изложен алгоритм замены дифференциальных операторов, входящих в состав уравнений исходной непрерывной модели, а именно –каким образом правила клеточного автомата могут описывать динамику некоторой величины y, являющейся переменной в дифференциальных уравнениях непрерывной модели и, одновременно, характеристикой состояния клетки клеточного автомата.

Рассмотрена задача Коши:

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

Показано, что стохастический клеточный автомат с произвольной окрестностью и полем, включающим n клеток, состояния которых обозначим y_i, в котором эквивалентом переменной y из непрерывной модели, будет среднее состояний клеток по ансамблю

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i,$$

правила которого задают переход клетки, находящейся в состоянии y_i, с одной и той же для всех клеток, но изменяющейся на каждом шаге вероятностью $p = \frac{1}{\delta y}|f(x, \bar{y})|$ в состояние $y_i + \delta y$ при $f(x, \bar{y}) > 0$ и $y_i - \delta y$ при $f(x, \bar{y}) < 0$, обладает макродинамикой, соответствующей макродинамике решения задачи Коши.

Теперь рассмотрим такой клеточный автомат, у которого существует m состояний клетки, соответствующие m значениям y_i. Отметим, что без ограничения общности можно положить $y_i \in [0:1]$ (переход к такому множеству значений при условии ограниченности y_i возможен путем замены переменной $y_i{}' = \frac{y_i - y_{min}}{y_{max} - y_{min}}$), тогда $\delta y = \frac{1}{m}$. Для этого автомата сформулирована и доказана **теорема о сходимости**.

Решение $\bar{y}$, полученное при помощи вышеописанного клеточного автомата с шагом по независимой переменной $h>0$ на некотором интервале $x \in (x_1, x_2)$ сходится для каждого значения *h при $m \to \infty$ по вероятности к решению, полученному при помощи явной разностной схемы Эйлера*

$$\begin{cases} y = y_0 + hf(x_0, y_0) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases},$$

если y и $\frac{dy}{dx}$ ограничены на (x_1, x_2).

Из данной теоремы получено следствие, стоящее в том, что *решение, полученное при помощи клеточного автомата, сходится по вероятности к решению исходного дифференциального уравнения при увеличении количества численных экспериментов без необходимости увеличивать количество состояний клетки*.

Далее в главе рассматриваются вопросы сведения более сложных моделей к обыкновенным дифференциальным уравнениям первого порядка, а также методику замены интегро-дифференциальных уравнений клеточными автоматами.

Таким образом, глава содержит изложение и обоснование общего подхода к построению клеточно-автоматных модификаций моделей в качестве альтернативы как аналитическому решению дифференциальных уравнений, так и получению решений путём построения разностных схем.

Далее в работе представлены результаты исследований отдельных случаев моделирования социально-экономических процессов. В каждой из следующих глав излагаются применения предлагаемого в работе общего подхода к конкретным задачам.

В **Главе 2 «Замена интегро-дифференциальных уравнений клеточными автоматами в модели информационного противоборства»** метод замены дифференциальных и интегральных уравнений клеточными автоматами применяется к математическим моделям информационного противоборства, основанным на нейрологической схеме Рашевского.

В этих моделях рассматривается простейший случай пропаганды, когда речь идет о выборе индивидами одной из двух позиций, обозначим их L и R, по некоторому вопросу. Предполагается, что у индивидов может быть априорное мнение по этому вопросу, либо же у некоторых из них оно изначально не определено.

Исходная модель имеет вид интегро-дифференциального уравнения

$$\frac{d\psi}{dt} = A\left(C\left(2\int_{-\psi(t)}^{+\infty} N(\varphi)\,d\varphi - N_0\right) + b_R - b_L\right) - a\psi$$

с начальным условием, задаваемым в виде

$$L(0) = \int_{-\infty}^{-\psi(0)} N(\varphi)\,d\varphi.$$

Здесь функция $\psi(t)$ имеет смысл сдвига предпочтений индивидов под влиянием пропаганды, определяя численность сторонников партий L и R как

$$L(t) = \int_{-\infty}^{-\psi(t)} N(\varphi)\,d\varphi$$

$$R(t) = \int_{-\psi(t)}^{+\infty} N(\varphi)\,d\varphi,$$

то есть функция $N(\varphi)$ задает распределение отношения индивидов к альтернативам L и R, а

$$N_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} N(\varphi)\,d\varphi$$

– численность социума. Параметры b_R, b_L, C, A и a характеризуют соответственно, влияние пропаганды партий R и L, общественного мнения, способность индивидов менять свое мнение и «затухание» таких изменений, а распределение $N(\varphi)$ характеризует ситуацию со взглядами в обществе на проблему выбора между альтернативами.

Хотя точное решение вышеизложенной задачи в общем виде не было получено, его исследование вполне осуществимо. Однако рассмотренная непрерывная модель не всегда может быть удачно модифицирована для решения конкретных задач. Так, в ее рамках трудно учесть возможную различную восприимчивость индивидов к пропаганде, особое влияние мнения референтной для данного индивида группы и вообще дисперсию любых характеристик индивидов, кроме, собственно, их начальных отношений к альтернативам.

Одним из способов преодоления указанных трудностей является замена непрерывной модели клеточным автоматом, макродинамика которого будет соответствовать динамике решений приведенного выше интегро-дифференциального уравнения.

В качестве поля предлагаемого клеточного автомата возьмем классическую ортогональную решетку, клетка автомата будет иметь три возможных состояния: поддержка альтернативы L (-1), поддержка альтернативы R (1) и не определившиеся взгляды (0) и, в качестве параметра, состояние взглядов индивида без воздействия пропаганды, которое также может принимать одно из трех перечисленных значений.

Таким образом, на каждом шаге по времени в предлагаемом клеточном автомате к каждой клетке применяются последовательно три алгоритма, приводимые ниже.

Алгоритм А: влияние прямой пропаганды.

```
if Δ > 0 then
if Center = 0 and r < Δ then Center = 1
if Center = -1 and r < Δ then Center = 0
end if
if Δ < 0 then
if Center = 0 and r < -Δ then Center = -1
if Center = 1 and r < -Δ then Center = 0
end if
```

Здесь $\Delta = A^*(b_R - b_L)$ – параметр, отвечающий за суммарное влияние прямой пропаганды в пользу каждой из альтернатив, r – случайное число, равномерно распределенное на промежутке $[0; 1]$, *Center* – стандартное обозначение состояния самой (в отличие от ее соседей) рассматриваемой клетки поля клеточного автомата.

Алгоритм Б: затухание изменений точки зрения, вызванных пропагандой.

```
if not u = Center then
if r < a* then
if Center > u then Center = Center – 1
if Center < u then Center  = Center  + 1
end if
end if
```

Здесь a^* – параметр, отвечающий за затухание влияния пропаганды, u – параметр, устанавливающий начальное состояние клетки (собственное отношение индивида к альтернативам), заданный для каждой клетки.

Алгоритм В: влияние общественного мнения.

```
if ψ* > 0 then
if Center < 1 and r < c* ψ*  then Center  = Center  + 1
end if
```

if ψ^* *< 0 then*
*if Center > -1 and r < -c** ψ^* *then Center = Center – 1*
end if

Здесь ψ^* –величина, характеризующая превышение числа сторонников альтернативы R над числом сторонников альтернативы L, $c*$ – параметр, описывающий влияние общественного мнения.

При помощи **теоремы о сходимости** было доказано, что предложенный клеточный автомат порождает такую же макродинамику, как и исходная непрерывная модель. Прямое применение теоремы позволяет обосновать это утверждение для уравнения без интегрального члена, а для учёта последнего заметим, что он представляет собой не что иное как разность количеств сторонников двух альтернатив $R(t) - L(t)$. Эту величина получается прямым подсчетом по полю клеточного автомата и используется в алгоритме B. Таким образом, решение, получаемое при помощи данного клеточного автомата сходится по вероятности к решению исходного интегро-дифференциального уравнения.

Для проверки адекватности дискретной модификации модели был проведен ряд численных экспериментов, в ходе которых было показано, что динамика дискретной модификации совпадает с динамикой исходной непрерывной модели и позволяет получить результаты, аналогичные тем, которые были получены при помощи непрерывной модели.

Далее рассмотрены возможности расширения области применимости построенной модели, а именно: возможность вариации параметров модели с произвольной зависимости их от времени, учёт влияния на мнение индивида малых референтных групп и процесс интериоризации индивидом внешних представлений.

Клеточно-автоматная версия модели позволяет осуществить все эти модификации. Таким образом, при помощи ней становится возможным рассмотреть явления, которые невозможно было описать в исходной непрерывной модели. В частности, в качестве малой референтной группы, влияющей на мнение данного индивида, может быть взята любая окрестность клетки (в работе использовалась окрестность Мура). Интериоризация общественного мнения и/или мнения малых групп была осуществлена при помощи алгоритма, аналогичного алгоритму B, с тем, что изменениям подвергалось не состояние клетки, а параметр, характеризующий собственное отношение индивида к альтернативам. Изменение же параметров в клеточно-автоматной модели может быть осуществлено на каждом шаге по времени совершенно произвольным образом. В работе, в частности, достаточно произвольным образом менялись значения интенсивностей пропаганды сторон b_R и b_L.

Полученная модификация модели позволила исследовать вопросы об оптимальном распределении интенсивности пропаганды при одноразовой дестабилизации этой интенсивности, а также при выяснении, каковой может быть оптимальная реакция второй стороны на изменение тактики первой.

В ходе численных экспериментов были получены следующие результаты:

1. Оптимальным управлением для партии R является повышение интенсивности пропаганды в начале агитационного периода при больших (по сравнению с $c*$) значениях $a*$, и в конце этого периода при малых. Выбор промежуточного момента времени для повышения интенсивности пропаганды не является оптимальным ни в каком случае.

2. Всегда существует критическое значение a_0^* такое, что при меньших значениях выгоднее повышать интенсивность пропаганды в конце периода агитации, а при больших – в его начале.

3. В небольшой окрестности этого значения оптимальный результат для альтернативы R оказывается хуже результата в отсутствие дестабилизации, для остальных случаев использование дестабилизации приводит к выигрышу альтернативы R.

4. Оптимальным ответом стороны L на действия стороны R является повторение действий R по изменению интенсивности пропаганды с некоторым запаздыванием.

Полученные закономерности имеют место как для изначально консолидированного, так и для изначально поляризованного общества, и можно предположить, что они слабо зависят от начального распределения мнений индивидов.

В **главе 3 «Замена дифференциальных уравнений клеточными автоматами в модели А.П. Михайлова «Власть-общество»»** рассматривается модель А.П. Михайлова «власть-общество», описывающую динамику распределения власти в иерархии.

Основные положения модели состоят в следующем. Рассматривается властная иерархия, состоящая из упорядоченных по старшинству инстанций. Если у каждой инстанции (кроме самой нижней) имеется ровно одна починенная ей инстанция, то иерархия называется цепочечной. В более сложной, пирамидальной иерархии начальник может иметь произвольное количество подчиненных, расположенных в одном иерархическом слое. Таким образом, модель "власть-общество" с пирамидальной иерархией позволяет рассматривать распределенные системы, в которых инстанции соответствуют администрациям территориальных образований. В каждый момент времени каждая инстанция реализует определенное количество власти. Совокупность этих величин для всех инстанций называется распределением власти в иерархии. С течением времени распределение власти изменяется как вследствие перераспределения власти между инстанциями, так и под влиянием гражданского общества. В классической модели "власть-общество" данная динамика описывается детерминированным образом: знание текущего распределения власти и реакции общества позволяет с определенностью указать распределение в следующие моменты времени. Эта модель имеет в наиболее общем случае вид интегро-дифференциального уравнения в частных производных параболического типа (если количество иерархических слоев достаточно велико; при этом осуществляется переход к так называемой непрерывной иерархии), однако для случая конечного числа уровней иерархии, который и имеет место во всех реально существующих задачах, представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_F}{dt} = k_F(p_R - p_F) + F_F(p_F, t) \\ \dfrac{dp_{Ri}}{dt} = k_{Ri}(p_F - 2p_{Ri} + p_{Mi}) + F_{Ri}(p_{Ri}, t) \\ \dfrac{dp_{Mj}}{dt} = k_{Mj}(p_{Ri} - p_{Mj}) + F_{Mj}(p_{Mj}, t) \end{cases}$$

Здесь p_S- количество власти в федеральном центре, регионе или муниципалитете, $p_R = \overline{p_{Ri}}$, $p_{Mi} = \overline{p_{Mj}}$, причём муниципалитеты j относятся к региону i, k_S и F_S - соответствующие коэффициент перетекания власти и функция реакции общества. Функция реакции общества, обыкновенно рассматриваемая в модели Михайлова, имеет вид:

$$F(p) = -a(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)$$

Хотя здесь мы имеем не одно дифференциальное уравнение первого порядка, а их систему, мы можем поставить в соответствие каждому из этих уравнений отдельную клетку или множество клеток клеточного автомата (что и будет сделано в дальнейшем). В этом случае все остальные зависимые переменные, входящие в данное уравнение могут быть рассмотрены как параметры, и, следовательно, каждое из уравнений соответствует условию теоремы о сходимости.

Следовательно, мы можем применить к этой модели метод замены дифференциальных уравнений клеточным автоматом и построить её клеточно-автоматную модификацию на ограниченной ортогональной сетке, где каждый муниципалитет моделируется клеткой, а регион – связным множеством некоторого количества таких клеток. Окрестность клетки в данной модификации модели может быть произвольной. Каждая клетка (муниципалитет) в базовой модели характеризуется состоянием, соответствующим количеству власти, реализуемому данной инстанцией, и набором параметров, характеризующих реакцию общества. Каждый регион и федеральный центр представлены такими же клетками, не принадлежащими полю автомата и являющимися псевдососедями для всех клеток поля.

Каждый шаг динамики автомата состоит из следующих двух этапов.

Этап 1. Изменение объема власти инстанции ввиду потоков власти между соседними иерархическими уровнями описывается следующим алгоритмом.

```
d = Region(Center) – Center
a=Random (0, 1)
if d > 0 then
if a < k d / Number(Region(Center)) then Region'(Center) = Region(Center) – 1
if a < k d then Center' = Center + 1
end if
if d < 0 then
if a < -k d / Number(Region(Center)) then Region'(Center) = Region(Center) + 1
if a < -k d then Center' = Center – 1
end if
```

Здесь *Region(Center)* обозначает псевдососеда клетки, описывающего регион, к которому относится данный муниципалитет, а функция *Number(Region(Center))* возвращает число клеток, для которого данный регион является псевдососедом (то есть число муниципалитетов, относящихся к данному региону). Коэффициент k имеет тот же смысл, что и соответствующий коэффициент из детерминированной модели и характеризует интенсивность обмена властью между соседними инстанциями (так, в детерминированной модели с непрерывной иерархией, имеющей вид уравнения в частных производных параболического типа, данный коэффициент аналогичен коэффициенту теплопроводности). Алгоритм перетекания власти между федеральным и региональным уровнями аналогичен, но вместо числа муниципалитетов используется число регионов.

На основании метода среднего поля доказано, что этап 1 сохраняет суммарное количество власти в системе. Алгоритм этапа 1 соответствует условиям теоремы о сходимости.

Этап 2. Изменение объема власти инстанций за счет влияния общества моделируется следующим образом. Вычисляется приведенная в описании модели функция реакции общества $F(p)$. Вероятность изменения состояния клетки r на любом уровне иерархии принимается равной

$$r = min\left\{k_1 \frac{F(p)}{F_{min(max)}}; 1\right\}$$

Количество власти в клетке меняется на единицу с вероятностью тем большей, чем больше значение функции F, причем в ту сторону, на которую указывает знак функции F, k_1 характеризует степень влияния реакции общества на изменение количества власти.

Алгоритм этапа 2 также соответствует условиям теоремы о сходимости. С её помощью доказано, что алгоритм клеточного автомата порождает динамику власти, сходящуюся по вероятности к решению системы уравнений с аналогичными начальными условиями.

Затем были проведены численные эксперименты с целью сопоставления результатов с результатами, полученными на детерминированной модели. Во всех экспериментах были повторены результаты, полученные на непрерывной модели, а именно:

1. Среднее количество власти в системе асимптотически стремится к одному из устойчивых значений.

2. В иерархии при определённых условиях возникают контрастные структуры в распределении власти по уровням.

3. Особый характер функции влияния гражданского общества в достаточно большом регионе может оказать влияние на другие регионы, причем, в первую очередь – на количество власти региональных инстанций (а не муниципальных).

4. В ситуации, при которой каждый регион состоит из большого города (областного центра) и некоторого количества сельских муниципалитетов, причем общественные настроения на селе и в городе отличаются (в большом городе гражданское общество настроено на более

низкое количество власти у местной инстанции, а гражданское общество на селе – на более высокое), часть сельских муниципалитетов также переходит на относительно низкие значения власти, которые для них являются нижними стационарными. Федеральный центр и все региональные инстанции имеют при этом объемы власти, соответствующими наибольшим стационарным значениям.

Далее рассмотрены примеры расширения области применимости модели по сравнению с непрерывной. В частности, к характеристикам клетки были добавлены:

1. Население муниципалитета.

2. Объем основных производственных фондов муниципалитета.

3. Уровень коррупции в муниципалитете.

Алгоритмы клеточного автомата были модифицированы для учёта в рамках модели таких явлений как миграция, производство и потребление продукции (в соответствии с моделью Солоу) и коррупции. Доказано, что решение, полученное при помощи новой дискретной модификации модели, сходится по вероятности к решению соответствующей непрерывной модели.

Численные эксперименты с модифицированной моделью имели целью решение конкретных задач, которые невозможно было решить при помощи исходной непрерывной модели. Были получены следующие результаты.

1. Наличие достаточно высокого уровня коррупции приводит сильным изменениям количества власти в системе, которая в каком-то смысле «мечется» между устойчивыми состояниями. Отсюда можно сделать вывод, что коррупция отрицательно влияет на стабильность ситуации в системе управления.

2. В моделируемой системе территории с более высоким коэффициентом прироста населения являются более восприимчивыми к тому подходу к управлению, который задается верхними уровнями иерархии.

3. Наличие транспортных связей между муниципалитетами сильно улучшает положительную динамику социально-экономического развития моделируемой системы.

4. Миграция в более благополучный регион приводит к дальнейшему росту его социально-экономических показателей только в случае, если высокий их уровень был обеспечен высоким значением коэффициента нейтрального технического прогресса, но не масштабом производства.

5. Добавление в систему новых регионов приводит к снижению уровня жизни населения. Этот негативный эффект может быть снят только при помощи значительных внешних инвестиций в экономику.

В **главе 4 «Замена дифференциальных уравнений клеточными автоматами при моделировании движения неорганизованной группы людей»** рассматривается задача о моделировании движения неорганизованной группы людей в условиях, когда существуют некоторые препятствия к такому движению.

В начале главы рассматриваются клеточный автомат с окрестностью Марголуса, используемые для моделирования диффузионных процессов. Применение к нему метода среднего поля дает следующее уравнение, задающее закон изменения плотности вероятности распределения частиц:

$$u_t = \frac{3}{2}\Delta u,$$

чем подтверждается возможность использовать автомат для моделирования процессов, описываемых параболическими уравнениями. Этот же клеточный автомат может быть использован в качестве базового при математическом моделировании движения неорганизованной группы людей.

С этой целью к стохастической диффузионной составляющей движения добавляется детерминированная направленная. Кроме этого, заданные области поля клеточного автомата объявляются запрещенными, то есть в них не выполняется перемещений частиц. Такие области будут соответствовать непроходимым стенам или другим препятствиям.

Здесь мы сталкиваемся с заменой клеточным автоматом уравнения в частных производных, поэтому аналогично базовой теореме о сходимости доказана **теорема** для данного клеточного автомата, состоящая в том, что *получаемое при помощи клеточного автомата распределение плотности частиц вдоль оси x, соответствующей желательному направлению движения, сходится к решению начально-краевой задачи для уравнения*

$$u_t = \left(\frac{11}{2} - 6u + 2u^2\right)u_{xx} - 12(1-u)(u_x)^2 - \left(\frac{7}{4} - 4u\right)u_x$$

с начальными условиями, соответствующими начальному распределению частиц по полю клеточного автомата и граничными условиями $u \equiv 0$ *в запрещённых к движению областях.*

Далее при помощи этой модели был решен ряд задач. В частности, при моделировании был получен известный эффект «отрицательной вязкости», состоящий в том, что при прохождении сужения перехода скорость потока людей у стенок выше, чем в середине прохода.

Однако в данной модели не принимается во внимание возможность человека по анализу ситуации и принятию решений по обходу препятствий его движению, представляющих собой как неподвижные заграждения, так и других людей.

Эти возможности рассмотрены в рамках построения моделей, основанных на другом типе клеточных автоматов – решеточных газах. На их основе были построены еще три модели класса клеточных автоматов, моделирующие движение неорганизованной группы людей по плоскости, на которой имеются препятствия такому движению, для каждой из которых была доказана сходимость к решению соответствующего дифференциального уравнению.

С помощью этих моделей были решены следующие задачи.

1. Задача о наибольшем угле сужения подземного перехода (рис. 1), при котором не будет наблюдаться ярко выраженного затора при потоке людей большой плотности.

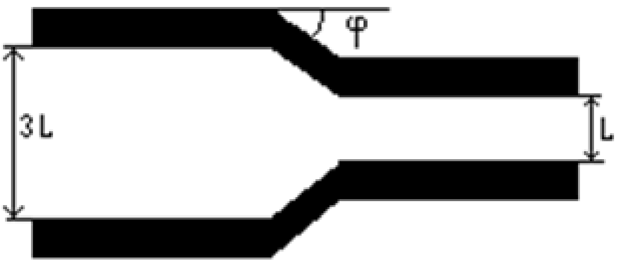

Рис. 1. Профиль сужения подземного перехода

Численные эксперименты состояли в моделировании этой ситуации при различных значениях параметров – угла φ и плотности потока людей. Результаты их показали, что при значениях угла, не превышающих $\varphi_{\text{кр}} = \frac{\pi}{4}$, затор возникает лишь при плотности потока, приближающейся к максимально возможной, то есть это и есть оптимальное значение угла.

2. Задача об оптимальном (то есть, не приводящее к затору при как можно больших плотностях потока людей) расположении двух одинаковых конструкций, перекрывающих часть ширины прохода. По результатам моделирования был сделан вывод, что оптимальным является расположение, при котором конструкции оставляют в проходе на три равных зазора.

Модели, изложенные в данной главе, были разработаны в рамках ГНТП «Безопасность».

В **Главе 5 «Одномерный клеточный автомат взамен непрерывной модели при моделировании динамики численности профессиональной группы»** исследуется проблема математического моделирования профессиональной группы людей и прогнозированию ее количественного и качественного состава. Подобные задачи имеют большое значение при рассмотрении проблем стратегического планирования развития крупных организаций, отраслей хозяйства, регионов, городов и целых стран.

Для количественного анализа такой динамики существуют математические модели, например, модель возрастной структуры преподавателей высшей школы, восходящая к применяемой при моделировании биологических систем модели популяции с неперекрывающимися поколениями, представляющей собой дифференциальную зависимость

$$\frac{d\overline{N}}{dt} = f(\overline{N}),$$

где $\overline{N}$ - вектор численностей поколений популяции.

Однако эта простая дифференциальная зависимость не учитывает некоторые особенности структуры трудовых ресурсов средней школы по сравнению с высшей. Во-первых, учителя не подразделяются на формальные или хотя бы четко обозначенные группы, для которых характерны существенные различия среднего возраста и стажа работы. С другой стороны, переход учителей от преподавания предметов одного цикла к предметам другого - весьма редкое явление. Кроме того, в формировании возрастной структуры учителей средней школы заметную роль играет приход в школу сотрудников с высшим непедагогическим образованием.

В качестве модели этой профессионально группы можно предложить одномерный клеточный автомат, в котором значение $q^n(t)$ - количество учителей возраста t на n-ном шаге по времени и будет задавать состояние клетки.

Правила этого автомата задаются следующим образом:

$$q^{n+1}(t+1) = \big(1-\mu(t,s)\big)q^n(t) + p(t,s)v(t) + \frac{\alpha p^*(t,s)\Delta V}{t_{max}-t_{min}}$$

Здесь $\mu(t,s)$ - коэффициент мобильности, равный доле учителей возраста t, которая при данном уровне материального обеспечения s (включающего заработную плату и социальные льготы) по каким бы то ни было причинам перестанет работать в среднем образовании. Новым параметром модели является $p(t,s)$ - коэффициент привлекательности профессии, определяемый как вероятность того, что получивший предложение работать в данной области представитель некоторой социальной группы примет это предложение. Этот коэффициент также зависит от возраста потенциального работника и уровня материального обеспечения s. Сама же величина s складывается из объективной (реальная заработная плата) и субъективной (оценка работником денежного эквивалента получаемых им социальных льгот) частей. Эту величину проще всего выражать в относительных единицах, беря за точку отсчета уровень обеспечения в некоторый момент времени. Наконец, $v(t)$- объем выпуска педагогическими высшими и средними специальными учебными заведениями специалистов возраста t.

На основе **теоремы о сходимости** доказано, что автомат, задаваемый правилом

$$q^{n+1}(t+1) = \big(1-\mu(t,s)\big)q^n(t) + p(t,s)v(t),$$

порождает динамику, соответствующую решению системы дифференциальных уравнений модели перекрывающихся поколений.

Последнее слагаемое в уравнении, описывающем первоначальный автомат, задает приток работников в состав профессиональной группы «со стороны». Учёт этого явления в рамках исходной непрерывной модели приводит к её существенному усложнению, в то время как в рамках клеточно-автоматной модели практически не увеличивает вычислительную сложность. Таким образом, эта модификация модели представляет собой очередной пример расширения области применимости модели на основе клеточного автомата по сравнению с непрерывной моделью.

В этом слагаемом фигурирует количество незаполненных вакансий $\Delta V = V_0 - \sum_t q^n(t)$, где V_0- количество рабочих мест, причем в случае $\Delta V < 0$ (избыток кадров) полагаем $\Delta V = 0$. t_{max} и t_{min} - возрастные границы модели, а α.- случайная величина, распределенная по некоторому закону на отрезке $[0;1]$ и отражающая усредненные способности администрации школ привлечь сотрудников «со стороны». Здесь коэффициент привлекательности $p^*(t,s)$, очевидно, будет иным, чем для выпускников педагогических учебных заведений.

При помощи предлагаемой модели было проведено моделирование динамики численности и структуры профессиональных групп учителей средних школ Москвы и Ярославской области. Для калибровки модели были использованы данные социологического исследования учителей г. Москвы, проведенного Равлюк С.Г. в 2001 году.

Для каждого из регионов при помощи модели с использованием найденных коэффициентов проводились расчеты для шести сценариев динамики возрастной структуры учителей средних школ.

Прогнозирование динамики возрастной структуры учителей средних школ в столице и в одном из регионов на период в десять лет, с началом в 2003 году позволило сделать следующие выводы:

1. Сохранение начального уровня обеспечения учителей, соответствующего параметру s=*0,3*, приведет через десять лет к наступлению острейшего дефицита кадров в этой области. При этом ситуация не будет принципиально отличаться от варианта, при котором государство перестает проявлять заботу о материальном обеспечении педагогов (s=*0,2*).

2. Предполагаемое повышение средней зарплаты учителей до средней зарплаты по стране «заморозит» проблемную ситуацию с возрастной структурой.

3. Одномоментный переход к высокому уровню обеспечения (s=*1*) приведет к разделению учителей на две ярко выраженные возрастные группы и возможному «конфликту поколений».

4. Проблема дефицита учительских кадров может быть решена при постепенном, но в течение не более пяти лет, повышении уровня обеспечения до s=*1*. При этом следует отметить один важный момент, находящийся за рамками применявшейся математической модели, но, тем не менее, очевидный: для успешного решения кадровой проблемы необходимо кардинальное улучшение системы подготовки молодых специалистов в высших и средних специальных педагогических учебных заведениях.

В конце главы излагается сопоставление результатов моделирования с реальным ходом событий в описываемые интервалы времени. На его основе делается вывод, что прогнозы, построенные при помощи предлагаемой модели, дали правильные качественные результаты.

Глава 6 «Дискретная динамическая модель транспортной сети» посвящена проблеме моделирования транспортных перевозок, проектирования и организации функционирования транспортных сетей. Большая часть существующих моделей транспортных систем ориентирована на решение одного и того же, пусть и крайне важного, вопроса о построении оптимального в том или ином смысле плана перевозок. В таких моделях подразумевается, что все функционирование транспортной сети управляется из одного центра. Между тем, в условиях наличия большого количества хозяйствующих субъектов эти предположения нельзя считать верными. В этом случае и схема перевозок, и процесс развития транспортной сети складываются из одновременных независимых друг от друга действий этих субъектов. При этом действия не являются ни полностью скоординированными, ни совершенно случайными.

В этой главе уже не будет рассматриваться конкретная исходная непрерывная модель, которую мы заменим дискретным объектом, подобным клеточному автомату, хотя многие из вышеупомянутых моделей основаны на обыкновенных дифференциальных уравнениях.

Предлагаемая модель является попыткой описать на языке математики процесс самоорганизации (возникновения и развития) транспортной сети, происходящий не на основании некоторого единого плана, а самопроизвольно складывающийся при заданных географических условиях и параметрах спроса и предложения нескольких видов товаров. Основной идеей модели является введение для каждого вида товаров величины, названной потенциалом. Потенциал численно характеризует потребность в данном товаре, существующую в данном узле транспортной сети. Именно разность потенциалов между узлами и создает в модели потоки товаров. Поэтому данный подход можно назвать «электромагнитной» моделью по аналогии с «гравитационными» моделями, уже достаточно давно использовавшимися в моделировании транспортных сетей.

В диссертационной работе изложены первоначальный и модифицированный варианты модели. Приведем здесь сразу окончательный вариант.

Модель представляет собой полный граф, каждой вершине и каждому ребру которого приписан определенный набор параметров и переменных. Вершины моделируют населенные пункты и характеризуются следующими величинами

1. Размер узла V_i.

2. Выпуск продукции вида k P_{ik} (отрицательное значение означает спрос на продукцию).

3. Потенциал продукции каждого вида φ_{ik}

Ребрам графа, изображающим транспортные коммуникации, связывающие населенные пункты, поставлены в соответствие следующие величины:

1. Длина $L_{ij}>0$

2. Коэффициент затрат на расширение Q_{ij}

3. Пропускная способность $W_{ij} \geq 0$

4. Поток продукции вида k S_{ijk}.

Кроме этого, модель характеризуется глобальными параметрами «коэффициент проторенного пути» $N > 1$ и «коэффициент роста узлов» $G > 0$. Первый из них показывает, во сколько раз затраты на прокладывание новой дороги с некоторой пропускной способностью превышают затраты на расширение существующей дороги на ту же величину.

Динамика модели реализована с использованием дискретного времени, шаг которого можно условно положить эквивалентным году реального времени – традиционному для экономики отчетному и плановому периоду. В связи с этим возникла известная методологическая проблема, свойственная, например, традиционным разностным схемам – дискретный характер пространства и времени противоречил бы континуальном свойствам переменных. Поэтому уместно было положить, что все величины (кроме коэффициентов Q_{ij}, N, G, не являющихся переменными модели) также могут принимать только целые значения.

Таким образом, модель представляет собой самоорганизующуюся систему с обратной связью (структура сети определяет схему перевозок, а схема перевозок влияет на изменение структуры сети).

Начальное состояние модели задается набором значений V_i, P_{ik}, L_{ij}, Q_{ij}, W_{ij} и глобальных параметров. Пошаговое изменение состояния модели осуществляется в два этапа, которые носят принципиально различный характер. Первый этап состоит в установлении схемы перевозок товаров при существующих значениях спроса, предложения и возможностях транспортировки. Следует отметить, что в рамках модели эта схема складывается не путем выбора оптимального (в каком-либо смысле) способа перевозок, а через самопроизвольное установление маршрутов перевозки, каждый из которых «закрывает» некоторую часть спроса на данный вид товара.

На каждом шаге методом последовательных приближений устанавливаются значения φ_{ik} и S_{ijk}, на основе следующего алгоритма:

1. $\forall k\ \forall i \quad \varphi_{ik} = P_{ik}$

2. $i_M j_M k_M :\ \left|\varphi_{i_M k_M} - \varphi_{j_M k_M}\right| = max\left|\varphi_{ik} - \varphi_{jk}\right|$

Здесь максимум берется по всем существующим неотмеченным ребрам графа. Если максимум достигается на нескольких ребрах и видах товара, то один из вариантов выбирается случайно.

3. Предполагаем без ограничения общности, что $\varphi_{i_M k_M} > \varphi_{j_M k_M}$

$\varphi_{j_M k_M} := \varphi_{j_M k_M} + 1$

$\varphi_{i_M k_M} := \varphi_{i_M k_M} - 1$

$S_{i_M j_M k_M} \coloneqq S_{i_M j_M k_M} + 1$

4. Если $\sum_k \left|S_{i_M j_M k}\right| = W_{i_M j_M}$

то отмечаем ребро $(i_M j_M)$.

5. Если существуют неотмеченные ребра и $max_{i,j,k}\left|\varphi_{ik} - \varphi_{jk}\right| > 1$

то переходим к пункту 2, иначе конец алгоритма.

Реализация приведенного выше алгоритма действительно приводит к тому, что в модели формируются маршруты перевозок, основанные на минимизации затрат на каждую конкретную перевозку вместо оптимизации затрат в целом.

После этого осуществляется изменение параметров вершин и ребер. Размер вершин является также динамической величиной и меняется в зависимости от уровня потока товаров через данную вершину.

$$V_i' = V_i\left(1 + F\left(\sum_{k:\varphi_k<0} |\varphi_{ik}|\right)\right)$$

При изменении размера вершины выпуски продукции всех видов в этой вершины изменяются пропорционально.

Для всех ребер, на которых возникла перегрузка, проверяется возможность увеличения их пропускной способности. При выполнении условия

$$\frac{V_i + V_j}{2L_{ij}Q_{ij}} \geq 1$$

осуществляется увеличение пропускной способности ребра

$$W'_{ij} = W_{ij} + \left[\frac{V_i + V_j}{2L_{ij}Q_{ij}}\right]$$

В случае, если изначально пропускная способность ребра равна 0 (дорога отсутствует), приведенные формулы модифицируются следующим образом:

$$\frac{V_i + V_j}{2L_{ij}Q_{ij}N} \geq 1$$

$$W'_{ij} = W_{ij} + \left[\frac{V_i + V_j}{2L_{ij}Q_{ij}N}\right]$$

Таким образом, на каждом шаге устанавливает некоторое распределение потоков товаров, не являющееся ни равновесным, ни оптимальным в классическом смысле этих терминов, а стихийно складывающееся на основе структуры спроса и предложения данного вида продукции в узлах сети.

Модель не является клеточным автоматом в строгом смысле этого слова, однако введенные потенциалы узлов можно рассматривать как состояния клеток автомата, на нерегулярной решётке. Путем рассмотрения модели с этой точки зрения на основании **теоремы о сходимости** доказано, что

$$\forall k \sum_i \left(\varphi_{ik} + \sum_j S_{ijk}\right) = const,$$

то есть, модель корректна в смысле сохранения количества транспортируемой продукции.

На основе данной модели были проведены тестовые расчеты, а также созданы имитационные схемы сетей железных дорог ряда стран, при помощи которых были исследованы некоторые сценарии развития этих сетей в рамках экономической системы этих стран.

Среди полученных результатов следует отметить моделирование железнодорожной сети России. Для неё был разыгран базовый сценарий (использовавшийся для сравнения), а также сценарии:

1) прекращения железнодорожного сообщения с Дальним Востоком;

2) прекращения железнодорожного сообщения с Украиной и Белоруссией;

3) прекращения железнодорожных перевозок грузов из портов на Балтийском море.

Результаты численных экспериментов с моделью позволили сделать следующие выводы:

1) железнодорожное сообщение с Дальним Востоком является существенным фактором экономической целостности России (сохранения экономических связей Дальнего Востока с остальной страной), но не оказывает существенного влияния на экономическое развитие страны в целом;

2) железнодорожное сообщение с Белоруссией и перевозки через порты Балтийского моря важны для успешного экономического развития России.

Следует указать, что предлагаемые модели, оставаясь в рамках основной парадигмы настоящей работы как упрощенные дискретные системы, рассматриваемые взамен непрерывных моделей, уже не могут, строго говоря, быть причислены к клеточным автоматам. Однако их построение и обоснование адекватности основаны на том же подходе, что и в случае писанных ранее моделей, что и даёт основание говорить о применении для их построения того же метода.

Глава 7 «Моделирование динамики спортивных соревнований» содержит изложение нового подхода к моделированию динамики спортивного соревнования. Хотя она не включает прямого применения метода замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами, в ней применяются те же методы замены непрерывных моделей дискретными. Это делает данную главу уместной в качестве части проводимого в работе исследования.

Возможность с той или иной степенью достоверности предсказать результат спортивного соревнования, безусловно, является востребованной в наши дни. Однако в том случае, когда речь идет о спортивной игре, о матче между двумя спортсменами или командами зачастую важно не только получить прогноз окончательного результата, но и иметь возможность предсказать промежуточные результаты, а также корректировать их и окончательный прогноз в режиме реального времени по ходу игры.

В последние десятилетия были построены различные математические модели, позволяющие прогнозировать результаты спортивных соревнований. Однако, в большинстве своем они основываются просто на статистически обработанных результатах предыдущих соревнований. В рамках данной главы предлагается модель, в которой соревнование рассматривается как случайный процесс с заданным пространством состояний, на вероятности перехода между которыми оказывают влияние события, происходящие во время соревнования. Такая модель позволяет оценивать вероятности не только того или иного исхода матча, но и различных промежуточных состояний, возникающих по ходу игры, а также вторичные показатели игры. В данной главе рассмотрено построение такой модели отдельно для случаев соревнований с дискретным и непрерывным временем. В качестве объектов моделирования игр с дискретным временем выбраны такие виды спорта как теннис и волейбол.

Далее представлены построенные на основании рассматриваемой методики модели отдельного гейма, сета и всего теннисного матча. Базируясь на начальном рассмотрении гейма как однородного марковского процесса, перейдём к построению схемы, имеющей структуру, подобную клеточному автомату. Однако в клетках вместо конечных автоматов располагаем вероятностные модели отдельных розыгрышей, причем для каждой из этих моделей может быть задан свой закон изменения параметров, что, как и в случае классического клеточного автомата, значительно расширяет область применимости данной модификации модели по сравнению с исходной.

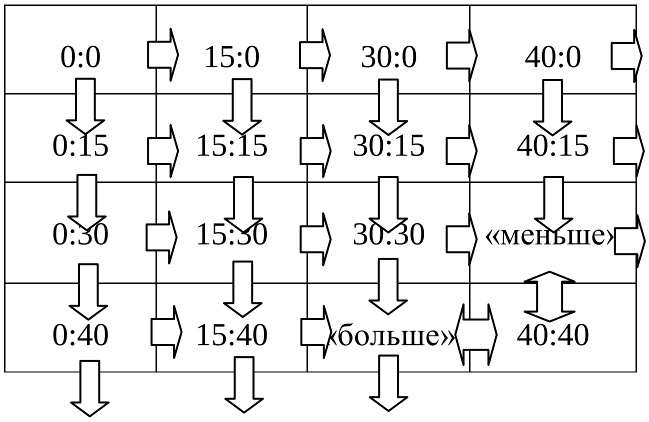

Рис. 2. Схема гейма теннисного матча

Модель всего матча строится из моделей сетов, каковые строятся из моделей геймов аналогично построению модели гейма, изложенной выше.

Далее в работе приводится пример использование такой схемы для матча, на основе которой анализируется оптимальное распределение затрат сил игрока по сетам при условии заданного суммарного количества сил на матч.

Модель волейбольного матча строится во многом аналогично модели теннисного. При этом имеют место следующие существенные для модели отличия 1) не существует уровня розыгрышей, соответствующего геймам; 2) очередность подач не установлена заранее, подает та команда, которая выиграла розыгрыш предыдущей подачи; 3) счет в сете (партии) идет до 15 или 25 выигранных подач, то есть пространство возможных состояний имеет мощность, существенно большую, чем в случае теннисного матча.

Проведенный на основе такой модели анализ позволяет утверждать, что, в отличие от тенниса, в отличие от тенниса, волейбольный матч не является вполне справедливым, ведь преимущество одной из команд определяется жребием.

Кроме этого, на основе изложенной методики было осуществлено, в частности, моделирование финального матча олимпийского турнира 2012 года по волейболу среди мужских команд между сборными России и Бразилии.

Далее в диссертации рассмотрена игра с непрерывным временем, в качестве примера каковой взят футбольный матч. Для футбольных поединков существуют многочисленные математические модели, позволяющие строить прогнозы как результатов, так и хода матчей.

Здесь следует отметить, что такие модели в основном представлены двумя крайностями. С одной стороны это статистические модели, рассматривающие матч как одно событие с дискретным набором исходов и фиксированными вероятностями каждого из исходов, с другой стороны существует подход, основанный на имитационном моделировании спортивных качеств каждого из спортсменов, участвующих в игре.

В диссертационной работе предлагается рассмотреть предложение некоего среднего между двумя указанными крайностями подхода, состоящего в том, что матч представляется в виде марковской цепи событий с непрерывным временем. После этого матч разбивается на отрезки произвольной длины, на каждом из которых рассматривается отдельная вероятностная модель. Таким образом, мы снова приходим к аналогу на этот раз одномерного клеточного автомата, каждая клетка которого тепреь представляет собой отдельную модель, что существенно расширяет область применимости всей системы.

Далее подробно излагается построение такой математической модели. Затем рассмотрен пример математического моделирования футбольного матча Английской футбольной премьер-лиги между командами «Ньюкасл» и «Тоттенхем». Здесь моделирование дало результат 2:1, соответствующий реальному исходу матча.

Методика, предложенная выше для моделирования теннисных, волейбольных и футбольных матчей, может быть применена к любому виду спорта, в котором результат не зависит напрямую от субъективных человеческих оценок (как это имеет место в художественной гимнастике, синхронном плавании или фигурном катании).

В заключении главы изложен способ применения предложенных выше моделей и для получения объективной численной характеристики справедливости турнирных формул, давая возможность внести изменения в схему проведения с целью повышения справедливости соревнования, что может благоприятно сказаться на ходе спортивных мероприятий.

Глава 8 посвящена обсуждению результатов, полученных при математическом моделировании в различных прикладных областях с использованием предлагаемого метода замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами.

Применение метода замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами позволило существенно расширить область применимости исходных математических моделей на основе дифференциальных уравнений и получить результаты, недостижимые при использовании этих исходных моделей.

Моделирование информационного противоборства при помощи модели на основе нейрологической схемы Рашевского не позволяло получить результаты, связанные с произвольным управлением параметрами из-за интегро-дифференциального характера базового уравнения. Замена его клеточным автоматом позволила менять эти параметры любым образом в произвольный момент динамики системы и, таким образом. решить задачи об оптимальном управлении пропагандистской кампанией и об оптимальном ответе на такие действия противной стороны. Это же касается проблем влияния на мнение индивида малых референтных групп и интериоризации общественного мнения.

При исследовании системы «Власть-общество» клеточно-автоматная модификация модели позволила не ограничиваться при численных экспериментах изначально входящими в модель переменными и параметрами. Без повышения вычислительной сложности в данную модель были введены: возможность миграции населения и перевозки товаров между регионами и муниципалитетами, изменения числа регионов и муниципалитетов в рамках одного эксперимента, зависимость коэффициента прироста населения от социально-экономической ситуации, региональные различия в базовых и дополнительных параметрах модели. Это дало возможность решить прикладные задачи моделирования, при исследовании которых с помощью непрерывных моделей возникли сложности, а именно: восприимчивости регионов к продвигаемому «сверху» подходу к управлению, влияния миграции в более благополучный регион на социально-экономическую ситуацию в нём, последствий изменения числа регионов в системе и влияния коррупции на все исследованные процессы.

При моделировании движения неорганизованной группы людей использование клеточных автоматов позволило ввести в модель анализ ситуации со стороны движущегося человека, рассматривать произвольные граничные условия, имеющие в данной модели смысл конфигурации непреодолимых препятствий и, таким образом, решить задачи, связанные с оптимизацией конструкций, сужающих проход.

В рамках исследования динамики численности и структуры профессиональной группы учителей замена непрерывной модели клеточным автоматом позволила учесть различные варианты прихода в группу и ухода из неё. Расширение, таким образом, области применимости модели, в свою очередь, дало возможность осуществить прогнозирование изменения количества учителей на основе реальных данных и выдать рекомендации по оптимальному управлению в сфере образования.

При моделировании динамики транспортной сети модель, построенная в рамках общего подхода к замене непрерывных моделей клеточными автоматами и родственными объектами, позволила создать самоорганизующуюся систему с обратной связью, в которой структура сети определяет схему перевозок, а схема перевозок влияет на изменение структуры сети. Это дало возможность осуществить моделирование реальных железнодорожных сетей и решить задачу прогнозирования развития железных дорог России и их влияния на социально-экономическое развитие страны в целом.

В области моделирования спортивных соревнований подход, основанный на аналогии между этапом матча и клеткой клеточного автомата, позволяет в рамках численного эксперимента описать ход матча и получить оценки вероятностей как промежуточных результатов по известному окончательному, так и наоборот, а также спрогнозировать наиболее вероятный итог матча. Это дало возможность решить ряд задач оптимального управления ходом спортивного соревнования, а также предложить методику анализа справедливости турнирных формул соревнований.

Таким образом, применение метода замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами позволяет решать задачи, которые затруднительно или невозможно решить при помощи исходных моделей, при этом зачастую без увеличения вычислительной сложности, что само по себе повышает эффективность вычислений. Если же использовать для моделирования специализированные компьютеры с высокой степенью параллельности вычислений, эффективность повысится значительно, а именно – пропорционально степени параллельности. В данной работе, носящей теоретический характер и имеющей целью построение моделей, такие компьютеры не применялись.

В **Заключении** диссертационной работы перечислены ее результаты:

1. Разработан и апробирован на ряде задач социально-экономической динамики метод замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами.

2. Построены дискретные модификации математических моделей, описывающие движение неорганизованной группы людей. Разработан ряд алгоритмов, позволяющих осуществлять компьютерное моделирование движения неорганизованной группы людей. На основе построенных модификаций моделей решён ряд задач, имеющих прикладное значение.

3. Построена дискретная модификация модели А.П. Михайлова «власть-общество» на основе клеточного автомата. Доказано соответствие макродинамик дискретной и непрерывной моделей. Разработаны алгоритмы, реализующие динамику каждой переменной исходной непрерывной модели «власть-общество» в рамках предлагаемой дискретной модификации. Построена компьютерная модель, описывающая трехуровневую систему «власть-общество», при помощи которой область применимости исходной модели существенно расширена.

4. Построена дискретная модификация модели информационного противоборства на основе клеточного автомата. Доказано соответствие макродинамик дискретной и непрерывной моделей при наличии у дискретной модели в отличие от непрерывной возможности добавления новых факторов и задания достаточно произвольных зависимостей параметров от времени без существенного увеличения вычислительной сложности. В модифицированную модель добавлены факторы, описывающие влияние малых групп на мнение индивида и интериоризацию общественного мнения. Разработаны алгоритмы, реализующие динамику

мнений индивидов в рамках дискретной модели информационного противоборства. Построена компьютерная модель информационного противоборства. С ее помощью решены задачи оптимального управления, связанные с рядом сценариев пропагандистских кампаний. Выработаны рекомендации для оптимального изменения уровня интенсивности агитации, а также для ответных действий второй стороны на такие изменения.

5. Разработана методика моделирования динамики численности профессиональной группы при помощи построенных автором одномерных клеточных автоматов. На ее основе созданы математические модели динамики численности профессиональной группы учителей средних школ, позволяющие, в отличие от непрерывных популяционных моделей, рассматривать профессиональную группу с произвольными структурой и характером изменения коэффициентов мобильности. Разработана и апробирована методика прогнозирования численности и структуры профессиональной группы в зависимости от социально-экономических условий. Построены компьютерные модели профессиональных групп учителей средних школ Москвы и Ярославской области и получен прогноз социальной динамики этих групп. На основе той же модели разработана и апробирована методика прогнозирования численности студентов вузов.

6. Построена дискретная модификация математической модели динамического развития транспортной сети, основанная на принципах самоорганизации товарных потоков, обратной связи между динамикой этих потоков и развитием сети и при этом, в отличие от подобных моделей, являющаяся полностью дискретной. На её основе разработаны и реализованы компьютерные модели сетей железных дорог ряда стран. Они были использованы для получения прогнозов динамики развития сетей железных дорог и их влияния на социально-экономическую ситуацию в рассматриваемых странах.

7. Разработана методики моделирования хода матчей для спортивных соревнований с дискретным и непрерывным временем. Предлагаемые модели, представляющие собой дискретные немарковские цепи, позволяют получить результаты, недостижимые на классических статистических моделях. Предложен метод нахождения вероятностей промежуточных результатов и дополнительных показателей матчей при заданных вероятностях окончательного исхода. В рамках этих моделей доказан ряд утверждений относительно влияния права первой подачи на результат в играх с дискретным временем. Проведен подробный анализ ряда матчей в разных видах спорта и выявлены факторы, повлиявшие на исходы этих матчей. Исследована справедливость турнирной формулы чемпионата мира по футболу 2014 года и высказаны рекомендации по разработке турнирных формул подобных соревнований.

Полученные результаты позволяют как использовать предложенные в работе модификации математических моделей для решения прикладных задач моделирования и прогнозирования соответствующих явлений, так и строить на основе других существующих математических моделей, сводимых к задачам Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, новые клеточно-автоматные модификации, используя предложенный и обоснованный метод замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами. При этом область применимости моделей будет расширена, а эффективность вычислений может быть повышена при условии использования специализированных компьютеров с высокой степенью параллельности.

В дальнейших исследованиях данный метод может быть обобщён на другие классы математических моделей, в основе которых лежат дифференциальные уравнения. Помимо этого, в прикладных исследованиях могут быть использованы новые, специально разработанные для конкретных задач, клеточно-автоматные модификации моделей, рассмотренных в данной работе.

Публикации автора по теме диссертации:

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 60 статьях, препринтах и материалах докладов, среди которых 7 публикаций, индексированных в международной базе цитирования Scopus (1-7), 10 публикаций, индексированных в RSCI (8-17) и 1 публикация в ведущем рецензируемом издании, рекомендованном ВАК, относящемся к категории К3 (18).

Публикации, индексированные в международной базе цитирования Scopus:

1. Malinetskii G.G., Stepantsov M.Ye. Cellular automata for some gas dynamic processes // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 1996. – 36(5). – P. 669–675.

2. Malinetskii G.G., Stepantsov M.E. Application of cellular automata for modeling the motion of a group of people // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2004. – 44(11). – P. 1992–1996.

3. Malinetskii G.G., Stepantsov M.E. A discrete mathematical model of the dynamic evolution of a transportation network // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2009. – 49 (9).– P. 1493–1498.

4. Priadein R.B., Stepantsov M.Ye. On a possible approach to a sport game with discrete time simulation // Computer Research and Modeling. – 2017. – 9(2). – P. 271–279.

5. Stepantsov M.E. Simulation of the “Power–Society–Economics” System with Elements of Corruption Based on Cellular Automata // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2018. – 10(2). – P. 249–254.

6. Stepantsov M.E. Cellular automaton based model of information warfare. Mathematical Models and Computer Simulations. 2021. – 13 (2). – P. 210-217.

7. Stepantsov M.E. Modeling some scenarios in the “power – society” system concerning migration and changing the number of region // Компьютерные исследования и моделирование. – 2024. – N. 16, № 6. – С. 1499-1512.

Публикации, индексированные в RSCI:

8. Малинецкий Г. Г., Степанцов М. Е. Моделирование движения толпы при помощи клеточных автоматов. // Известия Высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. — 1997. — Т.5, № 5. — С. 75–79.

9. Малинецкий Г. Г., Степанцов М. Е. Моделирование диффузионных процессов с помощью клеточных автоматов с окрестностью Марголуса // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1998. Т. 38, № 6. — С. 1017–1020.

10. Степанцов М. Е. Моделирование движения группы людей на основе решеточного газа с нелокальными взаимодействиями // Известия Высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. — 1999. — Т. 7, № 5. — С.44–46.

11. Степанцов М.Е. Математическая модель направленного движения группы людей // Математическое моделирование. — 2004. — Т. 16, № 3. — С. 43–49.

12. Степанцов М.Е. Дискретная модель возрастной структуры учителей средней школы // Математическое моделирование. — 2005. Т. 17, № 3. — С. 61–66.

13. Степанцов М.Е. О возможной модификации дискретной математической модели динамического развития транспортной сети // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т.5, № 3. — С. 395–401.

14. Прядеин Р.Б., Степанцов М.Е. Об одном подходе к имитационному моделированию спортивной игры с непрерывным временем // Компьютерные исследования и моделирование. — 2014. — Т.6, № 3. — С. 455–460.

15. Петров А.П., Степанцов М.Е. Моделирование трехуровневой системы "власть-общество" на основе клеточных автоматов // Математическое моделирование. — 2016. — Т. 28, № 3. — С. 119–132.

16. Прядеин Р.Б., Степанцов М.Е. Об одном подходе к имитационному моделированию спортивной игры с дискретным временем // Компьютерные исследования и моделирование. — 2017. — Т. 9, № 2. — С. 271–279.

17. Степанцов М.Е. О сходимости решения, получаемого при помощи клеточного автомата, к решению исходной задачи Коши // Математическое моделирование. — 2025. – Т. 37, № 3. — С. 75–84.

<u>Публикации в журналах, рекомендованных ВАК (категория К3)</u>:

18. Малинецкий Г.Г., Степанцов М. Е. Учет коррупции при моделировании экономических последствий изменения числа регионов в системе «власть - общество» // Искусственные общества. – 2024. – Т. 19, № 3.

<u>Остальные публикации</u>:

19. Петров А.П., Степанцов М.Е. Дискретная распределенная модификация модели "власть-общество" на основе клеточного автомата. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. — 2014. — №100.

20. Степанцов М. Е. Моделирование динамики толпы // Труды IV Международной конференции "Математика, компьютер, образование" — Пущино, 1997. — С. 257–260.

21. Степанцов М.Е. Клеточные автоматы как модели нелинейных явлений // Математические методы и приложения. // Труды девятых математических чтений МГСУ. — Москва, 2002. — С. 141–142.

22. Степанцов М.Е. Моделирование движения толпы при заданной конфигурации препятствий // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы X международной конференции. — М.: РГГУ, 2002. — Т.2. — С.130–132.

23. Степанцов М.Е. Расчет некоторых случаев движения неорганизованной группы людей // Математические модели и приложения. Труды десятых математических чтений МГСУ. — Москва, 2003. — С. 136–137.

24. Степанцов М.Е. Модель направленного движения толпы с элементами анализа ситуации // Электронный журнал "Исследовано в России". — 2003. № 89. — С. 991–995.

25. Stepantsov M. Age structure model for secondary school teachers // Proceedings of the international conference "Mathemathical modelling of social and economical dynamics" (MMSED-2004), June 23-25, 2004, Moscow, Russia. — 2004. — P. 352–355.

26. Степанцов М.Е. Моделирование и прогнозирование динамики возрастной структуры учителей средней школы // Математические модели и приложения. Труды одиннадцатых математических чтений МГСУ. М.: МГСУ, 2004. — С. 149–151.

27. Малинецкий Г.Г., Равлюк С.Г., Степанцов М.Е. Математическое моделирование и прогнозирование динамики возрастной структуры учителей средних школ России. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. — 2005. — №90.

28. Степанцов М.Е. О возможности применения математических моделей для иллюстрации некоторых вопросов философии // Математические методы и приложения. Труды четырнадцатых математических чтений РГСУ. — М.: РГСУ, 2005. — С. 175–177.

29. Степанцов М.Е. Математическое моделирование динамики возрастной структуры профессиональной группы на примере учителей средней школы // Рефлексивные процессы и управление (RPC'2005). V Международный научно-практический междисциплинарный симпозиум. Москва, Институт философии РАН, 11-13 октября 2005 г. Материалы. — М.: Когито-Центр, 2005. — С. 252–254.

30. Малинецкий Г.Г., Равлюк С.Г., Степанцов М.Е. Моделирование и прогнозирование динамики возрастной структуры учителей // Социология: методология, методы, математические модели. — 2006. — № 23. — С.169–194.

31. Степанцов М.Е., Равлюк С.Г. Прогнозирование динамики возрастной структуры учителей средних школ // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XIV Международной конференции. – М.: РГГУ, 2006. — С. 425–428.

32. Равлюк С.Г., Степанцов М.Е. Прогноз динамики возрастной структуры учителей средних школ Москвы // Проблемы регионального и муниципального управления. Материалы международной научной конференция. Москва, 26 апреля 2007 года. — 2007. — С. 60–62.

33. Степанцов М.Е. Математические модели класса клеточных автоматов в качестве примеров, иллюстрирующих некоторые вопросы философии // Философия математики: актуальные проблемы. Материалы Международной научной конференции 15-16 июня 2007. - М.: Изд. Савин С.А., 2007. — С. 277–279.

34. Степанцов М.Е. Динамическая модель развития транспортной сети. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. — 2008. — №79.

35. Степанцов М.Е., Степнова И.В. Моделирование динамики численности студентов на основе метода когорт // Математические методы приложения. Труды девятнадцатых математических чтений РГСУ. Часть I. — М.: РГСУ, 2010. — С. 171–173.

36. Stepantsov M.E. On calibrating the dynamic model of a transport network // Труды Третьей международной конференции "Математическое моделирование социальной и экономической динамики" (MMSED-2010). 23-25 июня 2010 года. — М.: ЛЕНАНД, 2010. — С. 247–251.

37. Агапова Г.И., Гавдаева А.В., Степанцов М.Е. Моделирование динамики развития железнодорожных сетей. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. — 2011. — №73.

38. Степанцов М.Е. Моделирование некоторых сценариев развития систем железных дорог России и Украины// Пятая всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науках и промышленности "Имитационное моделирование: теория и практика" ИММОД-2011. Труды конференции. — СПб: ОАО Центр технологии и судостроения, 2011. — Т.1. — С. 282–285.

39. Степанцов М.Е. Моделирование динамики развития транспортных систем// Альманах современной науки и образования. — 2011. — №11 (54). — С. 68–70.

40. Степанцов М.Е. Улучшенная динамическая модель транспортной сети // Альманах современной науки и образования. — 2012. — №11 (66). — С. 178–180.

41. Степанцов М.Е. Пробные расчеты с использованием улучшенной модели динамического развития транспортной сети // Альманах современной науки и образования. — 2013. — №10 (77). — С. 164–167.

42. Степанцов М.Е. Модифицированная динамическая модель транспортной сети // Сборник докладов шестой всероссийской научно-практической конференции "Имитационное моделирование. Теория и практика" (ИММОД-2013). Том 1. — Казань: Издательство "ФЭН" Академии наук РТ, 2013. — С. 263–266.

43. Степанцов М.Е. Моделирование системы "власть-общество-экономика" на основе

клеточного автомата // Седьмая всероссийская научно-практическая конференция "Имитационное моделирование. Теория и практика" (ИММОД-2015). Труды конференции. 21-23 октября 2015 г., Москва: в 2 т. — М.: ИПУ РАН, 2015. — Т.1. — С. 168–172.

44. Степанцов М.Е. Математическое моделирование системы «власть-общество» при помощи клеточного автомата // Теория активных систем (ТАС-2014) [Электронный ресурс]: Материалы международной научно-практической конференции, 17-19 нояб. 2014 г, Москва. — М.: ИПУ РАН, 2014. — С. 213–215.

45. Петров А.П., Степанцов М.Е. Модификация модели "власть-общество" на основе клеточного автомата // Математическое моделирование социальных процессов. Сборник трудов (вып. №17). — М.: Изд-во "Экон-Информ", 2015. — С. 110–126.

46. Степанцов М.Е. Модель системы "Власть-общество" на основе клеточного автомата // Первая российская конференция "Социофизика и социоинженерия". МГУ им. М.В. Ломоносова, 8-11 июня 2015 года. — М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2015. — С. 60.

47. Степанцов М.Е. Моделирование транспортных систем на примере железных дорог // Людина, суспільство, комунікативні технології: матеріалы III міжнар. наук.-практ. конф., 18-19 вересня 2015 р., Харьків - Красний Лиман. — Краматорськ: ТОВ "Контраст", 2015. — С. 288-291.

48. Степанцов М.Е. Дискретная математическая модель системы «власть–общество–экономика» на основе клеточного автомата // Компьютерные исследования и моделирование. — 2016. — Т. 8, № 3. — С. 561–572

49. Степанцов М.Е. Учет транспортных связей между регионами в дискретной модификации модели "Власть-общество-экономика" // Людина, суспільство, комунікативні технології: матеріалы IV міжнар. наук.-практ. конф., 24-25 червня 2016 р. Харьків – Лиман. — 2016. — С. 324–328.

50. Степанцов М.Е. О возможности анализа справедливости формул проведения спортивных соревнований // Альманах современной науки и образования. — 2017. — №6. — С. 83–85.

51. Степанцов М.Е. Замена интегро-дифференциального уравнения клеточным автоматом в модели информационного противоборства // Девятая всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2019). Труды конференции, 16–18 октября 2019 г., Екатеринбург: Урал. гос. пед. ун-т., 2019.– С. 553-558.

52. Stepantsov M.E. Information warfare model based on a cellular automaton // Computational Mathematics and Information Technologies. – 2020. – Т. 1. № 1. – С. 12-18.

53. Stepantsov M.E. Cellular automaton based model of information warfare Mathematical Models and Computer Simulations. 2021. – Т. 13. № 2. – С. 210-217.

54. Степанцов М.Е. Моделирование оптимального управления в некоторых сценариях информационного противоборства при помощи клеточного автомата // Десятая всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2021). Труды конференции (электронное издание). – Санкт-Петербург, 2021. – С. 389-395.

55. Степанцов М.Е. Моделирование некоторых сценариев информационного противоборства при помощи клеточного автомата // Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности. – 2022. – № 1(5). – С. 205-214.

56. Степанцов М.Е. Оптимальное управление в рамках ряда сценариев информационного противоборства // Информационные войны. – 2022. – № 4(64). – С. 29-33.

57. Степанцов М.Е. Моделирование сценария информационного противоборства с асимметричным влиянием на малые группы // Проблемы управления безопасностью сложных систем : Материалы XXX международной конференции, Москва, 14 декабря 2022 года / Под общей редакцией А.О. Калашникова, В.В. Кульбы. – Москва: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2022. – С. 232-238.

58. Степанцов М.Е. Моделирование системы "власть - общество - экономика" для одного случая изменения количества регионов // Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности. – 2023. – № 1(6). – С. 199-204.

59. Степанцов М.Е. Имитационное моделирование системы "власть - общество" с переменным количеством регионов // Имитационное моделирование. Теория и практика (ИММОД-2023): Сборник трудов одиннадцатой всероссийской научно-практической конференции по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности, Казань, 18–20 октября 2023 года. – Казань: Издательство АН РТ, 2023. – С. 187-193.

60. Степанцов, М.Е. Клеточные автоматы как математические модели // Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности. – 2024. – № 1(7). – С. 244-250.

Степанцов Михаил Евгеньевич

Метод замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами в задачах социально-экономической динамики

В диссертационной работе рассматривается возможность замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами в задачах социально-экономической динамики, сводимых к задачам Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, что позволяет расширить область применимости исходных моделей и повысить эффективность вычислений. Предложен метод такой замены. Доказана теорема о сходимости решения, полученного при помощи клеточного автомата, к решению исходной задачи. Проведена апробация этого метода на шести математических моделях социально-экономической динамики и получены решения соответствующих прикладных задач, которые было затруднительно либо вообще невозможно получить аналитически или численно на основе исходных непрерывных моделей.

Stepantsov Mikhail Evgenievich

Method of replacing differential equations with cellular automata in problems of socio-economic dynamics

The paper considers the possibility of replacing differential equations with cellular automata in problems of socio-economic dynamics, reducible to Cauchy problems for ordinary differential equations. Such replacement allows to expand the applicability of the original models and to increase computing efficiency. A replacement method is proposed. The theorem on the convergence of the solution obtained using a cellular automaton to the solution of the original problem is proved. The method was tested on six mathematical models of socio-economic dynamics and solutions were obtained for the applied problems, difficult or even impossible to be solved analytically or numerically basing on the original continuous models.