

## **ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**

Дружининой Ольги Валентиновны

на диссертационную работу Сергеева Степана Викторовича на тему «Моделирование процессов теплопроводности модифицированным методом Чебышевской коллокации», представленную к защите в ПДС 0200.006 на базе Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

### **Актуальность темы**

Проблема численного решения дифференциальных уравнений для описания теплопроводных процессов и других процессов переноса остается актуальной в математической физике и инженерных науках. Как известно, теплопроводность встречается в широком диапазоне дисциплин: от проектирования теплообменных систем до прогнозирования климата и разработки новых материалов. Моделирование теплопроводных процессов требует точных и устойчивых численных методов, которые могут эффективно работать в условиях сложных граничных условий и неоднородных сред.

Особую трудность в решении таких задач представляют задачи второго порядка и параболические начально-краевые задачи. В большинстве случаев традиционные численные методы, такие как конечно-разностные схемы и методы конечных элементов, требуют значительных вычислительных затрат, а их устойчивость и точность может снижаться при работе с большими моделями. В этом контексте расширение применения метода Чебышевской коллокации, предложенное автором диссертации, представляет собой важный вклад в развитие численных методов. Это расширение позволяет значительно повысить точность и устойчивость решения задач теплопроводности при меньших затратах вычислительных ресурсов.

## Содержание диссертации

Работа включает введение, три главы, заключение и список использованных источников. Во введении представлены основные характеристики исследования: цель – разработка эффективных устойчивых алгоритмов решения задач теплопроводности с граничными условиями общего вида, задачи, научная новизна, апробация и перечень публикаций.

*Первая глава* носит обзорно-методический характер и посвящена исходным понятиям. Описываются математические модели теплопроводности на примере одномерного стержня конечной длины и обсуждается место параболического уравнения в моделировании тепловых процессов. Далее приводится обзор спектральных методов и методов коллокации, акцентируется выбор коллокационных узлов и представление решения через линейную комбинацию базисных функций. Излагается идея метода Чебышевской коллокации на сетках Гаусса-Лобатто и использование матриц дифференцирования/интегрирования для сведения операций анализа к алгебраическим преобразованиям. Вводится модифицированный подход К.П. Ловецкого, основанный на двухстадийном построении решения: получение общего решения уравнения и последующее доопределение по условиям.

*Во второй главе* разработанные идеи перенесены на линейные ОДУ второго порядка. Показано, как организовать прямой расчет коэффициентов в чебышевском разложении с применением дифференцирующих и интегрирующих матриц, а также как использовать независимые условия для определения «свободной» части решения при двухточечных краевых постановках. Рассматривается построение полной системы решений, позволяющее унифицировать алгоритм для широкого класса задач и упростить получение неоднородного решения.

*Третья глава* демонстрирует применение и расширение методики на параболические уравнения. В параграфе 3.1 рассматривается неоднородная начально-краевая задача для одномерного параболического уравнения при неизменных во времени правой части и граничных условиях; предложена декомпозиция решения на стационарный этап (решение задачи Пуассона) и нестационарный этап (однородная параболическая задача с нулевыми краевыми условиями). В параграфах 3.2-3.3 изложены алгоритмы использования интегрирующего множителя для приведения ОДУ первого и второго порядка

к виду полной производной; обсуждается устойчивое вычисление множителя средствами чебышевской интерполяции и матриц интегрирования на сетках Гаусса–Лобатто, формулируются условия точности преобразования и рассматривается случай линейного потенциала.

В заключении диссертационной работы подведены итоги и сформулированы выводы.

### **Достоверность и новизна результатов диссертации**

Достоверность научных результатов, представленных в диссертации, подтверждается рядом факторов. Во-первых, автор приводит обоснованные теоретические выкладки, которые логично обосновывают каждый шаг в разработке нового метода. Во-вторых, результаты выполненных численных экспериментов подтверждают высокую точность и устойчивость предложенной методики.

Работа имеет значительную апробацию: автор опубликовал **8 статей** в научных журналах, из которых **5 статей** опубликованы в изданиях, индексируемых Scopus/Web of Science. Это подтверждает высокую научную значимость исследования и его признание в научном сообществе.

Научная новизна исследования заключается в нескольких аспектах:

- Модификация метода Чебышевской коллокации: В работе представлена модификация метода для более сложных задач, в том числе двухточечных краевых задач второго порядка, а также начально-краевых задач теплопроводности с различными типами граничных условий. Такой подход значительно расширяет область применения метода Чебышевской коллокации, что особенно важно в контексте задач, которые требуют высокой точности и устойчивости.
- Интегрирующие множители и приведение к полной производной: Автор внедрил метод интегрирующих множителей, который используется для преобразования дифференциальных уравнений в форму полной производной. Это позволяет улучшить численные характеристики алгоритма, повысить его устойчивость и уменьшить

вычислительные затраты. Такой подход является инновационным, поскольку позволяет упростить решение задач второго порядка, сводя их к более удобной форме для численного решения.

### **Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации**

Выводы, представленные в диссертации, обоснованы с помощью строго математического аппарата. Автор детально рассматривает каждую из стадий численного решения, начиная от построения модификации метода Чебышевской коллокации до применения метода к различным типам краевых задач. В результате создана доказанная и проверенная теоретическая основа, подкреплённая числовыми экспериментами.

Кроме того, в работе представлены конкретные рекомендации по применению метода, включая практическую реализацию алгоритмов, что имеет особое значение для инженеров и исследователей, работающих в области математического моделирования. Особое внимание уделено анализу и сравнению точности решений, полученных с использованием модифицированного метода, с решениями, полученными другими численными методами. Проведённый анализ подтверждает обоснованность предложенных выводов и рекомендаций.

### **Ценность для науки и практики результатов работы**

Практическая значимость работы С.В. Сергеева заключается в том, что предложенные алгоритмы могут быть использованы для решения реальных инженерных задач.

Также стоит отметить, что результаты работы могут быть полезны для разработки учебных пособий и лабораторных работ по дисциплинам «численные методы» и «математическое моделирование». Система, основанная на модификации метода Чебышевской коллокации, может стать частью учебных курсов, направленных на подготовку специалистов в области математических и инженерных наук.

## **Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати**

Работа имеет значительную апробацию: автор опубликовал **8 статей** в научных журналах, из которых **5 статей** опубликованы в изданиях, индексируемых Scopus/Web of Science. Это подтверждает высокую научную значимость исследования и его признание в научном сообществе.

## **Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации**

Разделы автореферата строго соотносятся с аналогичными разделами и главами диссертации. Заголовки, нумерация и иерархия разделов в автореферате зеркально повторяют структуру полной работы.

Основные научные положения, выносимые на защиту в диссертации, чётко сформулированы в автореферате, не изменены по смыслу, подкреплены теми же аргументами и данными, что и в полном тексте.

В автореферате перечислены уникальные результаты, заявленные в диссертации, указаны отличия от предшествующих исследований, обоснована теоретическая и практическая ценность работы в том же объёме, что и в диссертации.

Выводы в автореферате логически вытекают из результатов, представленных в диссертации, практические рекомендации и перспективы разработки темы в автореферате соответствуют заключительным разделам полной работы, нет расхождений между итогами в автореферате и диссертационном тексте.

В автореферате не содержится информации, которая отсутствует в диссертации. Автореферат кратко резюмирует уже изложенные в полной работе материалы. Автореферат не перегружен второстепенными деталями, но при этом передаёт суть исследования.

Автореферат является надёжным и лаконичным изложением диссертационной работы, не умаляющим её научной ценности и не искажающим ключевые выводы.

## **Замечания по работе**

1. В разделе, посвященном выбору числа узлов коллокации было бы полезно более подробно раскрыть, как этот выбор влияет на точность решения для различных типов задач. Кроме точек Гаусса–Лобатто (узлы второго рода), которые используются в диссертации, существуют и другие интересные наборы точек (узлы первого рода). Целесообразно было бы их описать и объяснить, какие узлы и в каких случаях эффективнее использовать.
2. Использование алгоритма Кленшоу в работах Ловецкого применительно к ОДУ первого порядка обосновано, оценки скорости сходимости приведены. А в тексте диссертации алгоритм только упоминается, необходимость его использования и применения для ускорения вычислений не обоснована, отсутствуют оценки скорости сходимости.
3. Рекомендуется также провести дополнительный анализ масштабируемости предложенных методов для многомерных задач и рассмотреть возможность применения этих методов для решения задач с более сложными структурами.
4. Иллюстративный материал в диссертации (например, графики в главе 2) оформлены недостаточно четко.
5. Имеются погрешности в оформлении библиографического списка.

Приведённые замечания не снижают научную ценность результатов диссертационной работы и не влияют на её положительную оценку.

## **Заключение**

Диссертационное исследование Сергеева Степана Викторовича является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи, имеющей важное значение для разработки быстрого и устойчивого спектрального метода решения линейных обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, сочетающего использование рекуррентных соотношений и дискретной ортогональности чебышевских базисов со структурированными алгоритмами решения коллокационных систем линейных алгебраических уравнений.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук согласно пункта 2.2 раздела II Положения о присуждении учёных степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утверждённого Учёным советом РУДН, протокол УС-1, 22.01.2024, а её автор, Сергеев Степан Викторович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

### Официальный оппонент

Дружинина Ольга Валентиновна, доктор физико-математических наук (01.03.01 — Астрометрия и небесная механика), профессор, главный научный сотрудник отдела 61 Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук.

 Дружинина Ольга Валентиновна

«22» января 2026 г.

Подпись Дружининой Ольги Валентиновны удостоверяю.

Ученый секретарь ФИЦ ИУ РАН

Доктор технических наук

В.Н. Захаров



Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской Академии Наук

Адрес: 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 44. корп. 2

Тел. +7 (499) 135-62-60, e-mail: [frccsc@frccsc.ru](mailto:frccsc@frccsc.ru)

Страница в интернете: <http://frccsc.ru>