



"УТВЕРЖДАЮ"

Первый проректор-  
проректор по научной работе РУДН  
А.А. Костин

05.09.22

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН) на основании решения, принятого на заседании Математического института им. С.М. Никольского протокол № 0200-51-06/05 от 29.06.2022.

Диссертация Жуйкова Константина Николаевича «Об индексе эллиптических операторов, ассоциированных с группами сдвигов» выполнена в Математическом институте им. С.М. Никольского факультета физико-математических и естественных наук Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов».

Жуйков Константин Николаевич 1995 года рождения, гражданин Российской Федерации, в 2019 году окончил магистратуру Российского университета дружбы народов по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика». С 22.09.2019 г. по 21.09.2023 г. обучается в аспирантуре РУДН по программе подготовки научно-педагогических кадров по направлению, соответствующему научной специальности 1.1.2 – дифференциальные уравнения и математическая физика, по которой подготовлена диссертация.

Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана в 2022 году Федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Российский университет дружбы народов».

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, Савин Антон Юрьевич, профессор Математического института им. С.М. Никольского Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов».

Название темы диссертационного исследования в окончательной редакции было утверждено на заседании Ученого совета факультета физико-математических и естественных наук РУДН 28.06.2022, протокол № 0201-08/12.

По итогам обсуждения принято следующее **заключение**:

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы.

Во **введении** обосновывается актуальность тематики, дается исторический обзор работ, посвященных изучению эллиптических операторов, ассоциированных с группами сдвигов, формулируются открытые задачи и цели диссертационной работы.

В **первой** главе рассматриваются операторы с параметром и периодическими коэффициентами на гладких замкнутых многообразиях. Построены некоторые регуляризации для следа рассматриваемого семейства операторов и интеграла по всей прямой функций со специальной асимптотикой на бесконечности. Введено понятие эта-инварианта как регуляризации числа вращения, доказаны его основные свойства. В частности, получена формула для производной эта-инварианта гладкой гомотопии семейств операторов с параметром.

Во **второй** главе исследуется проблема индекса дифференциально-разностных операторов на бесконечном цилиндре. Вводятся понятия внутреннего символа и конормаль-

ных символов на бесконечности. Последние представляют собой семейства с параметром и периодическими коэффициентами из главы 1. Также для конормальных символов даётся понятие эта-инварианта, модифицирующее эта-инвариант из первой главы. В терминах введённых символов предъявлена формула индекса.

В **третьей** главе исследуется проблема индекса дифференциальных операторов на вещественной прямой с коэффициентами, периодическими на бесконечности. Сначала для периодических операторов построен эта-инвариант, доказаны его основные свойства. Предъявлена формула индекса в терминах эта-инварианта, а также в терминах спектра матриц монодромии предельных операторов на бесконечности. Как следствие, получена формула эта-инварианта в терминах соответствующих матриц монодромии.

В **четвертой** главе рассматриваются операторы в  $\mathbb{R}^N$ , ассоциированные с метаплектической группой. Доказана теорема о фредгольмовости, а также получены явные критерии фредгольмовости для двучленных операторов в терминах симплектических матриц, отвечающих метаплектическим операторам, в зависимости от показателя гладкости пространств Соболева, в которых оператор действует.

В **заключении** формулируются основные результаты работы.

#### **1. Оценка выполненной соискателем работы.**

Диссертация является актуальным, законченным самостоятельным исследованием, отличающимся научной новизной и имеющим важное теоретическое значение. Диссертационная работа Жуйкова К.Н. является оригинальным исследованием в области нелокальной эллиптической теории и посвящена исследованию актуальных проблем, связанных с проблемой индекса для нелокальных эллиптических операторов на некомпактных многообразиях.

#### **2. Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации.**

Все новые результаты, включенные в диссертацию, получены автором лично. Диссертация является самостоятельным научным исследованием, о чем свидетельствуют теоретические положения, выносимые на защиту. Текст диссертации был проверен на использование заимствованного материала без ссылки на авторов и источники заимствования. После исключения всех корректных совпадений иных заимствований не обнаружено.

#### **3. Степень достоверности результатов проведенных исследований.**

Достоверность полученных в диссертации результатов обеспечивается строгостью приведенных доказательств, а также имеющимися публикациями в ведущих рецензируемых журналах.

#### **4. Новизна результатов проведенных исследований.**

Все результаты диссертации являются новыми.

В диссертации получены новые результаты об эта-инварианте операторов с параметром и периодическими коэффициентами.

В диссертации рассмотрены дифференциально-разностные операторы на бесконечном цилиндре и дифференциальные операторы с периодическими на бесконечности коэффициентами. Получены новые результаты, обобщающие известные формулы индекса на случай операторов, ассоциированных с группами сдвигов.

В диссертации рассмотрены операторы, ассоциированные с метаплектической группой, которая действует не на основном многообразии, а на кокасательном расслоении многообразия. Получены явные критерии фредгольмовости в зависимости от показателя гладкости пространств Соболева, в которых оператор действует. Предъявленные результаты являются новыми.

#### **5. Теоретическая и практическая значимость проведенных исследований.**

Диссертация Жуйкова К.Н. имеет теоретический характер, а ее результаты могут быть использованы в исследованиях по теории дифференциальных уравнений с частными производными.



6. **Ценность научных работ соискателя.** Ценность научных работ соискателя заключается в исследовании эллиптических операторов, ассоциированных с группами сдвигов на некомпактных многообразиях. Исследованы дифференциально-разностные операторы на бесконечном цилиндре. Конормальные символы таких операторов представляют собой семейства операторов с параметром и периодическими коэффициентами, для которых введено понятие эта-инварианта, получены его основные свойства. Исследованы дифференциальные операторы на прямой с коэффициентами, периодическими на бесконечности, предъявлена формула индекса. Исследованы операторы, ассоциированные с метаплектической группой, получены явные критерии фредгольмовости таких операторов.
7. **Специальность, которой соответствует диссертация.** Диссертация Жуйкова К.Н. «Об индексе эллиптических операторов, ассоциированных с группами сдвигов» соответствует специальности 1.1.2 – дифференциальные уравнения и математическая физика.
8. **Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем.** Содержание диссертации и ее основные результаты достаточно полно отражены в следующих публикациях автора.

#### Статьи в научных журналах

1. Sipailo P.A., Zhuikov K.N. Elliptic  $\mathbb{Z}$ -operators associated with the metaplectic group // Russ. J. Math. Phys. — 2021. — Vol. 28, no. 3. — Pp. 377–388.
2. Savin A.Yu., Zhuikov K.N.  $\eta$ -invariant and index for operators on the real line periodic at infinity // Eurasian Math J. — 2021. — Vol. 12, no. 3. — Pp. 57–77.
3. Zhuikov K.N., Savin A.Yu. Eta-invariant for parameter-dependent families with periodic coefficients // Ufa Math. J. — 2022. — Vol. 14, no 2. — Pp. 35–55.
4. Zhuikov K.N. Index of differential-difference operators on an infinite cylinder // Russ. J. Math. Phys. — 2022. — Vol. 29, no. 2. — Pp. 280–290.

#### Тезисы конференций

1. Жуйков К.Н. “Об эллиптических операторах, ассоциированных с метаплектической группой,” Материалы Международного молодежного научного форума “ЛОМОНОСОВ-2020”, МАКС Пресс, 2020, ISBN 978-5-317-06519-5.
2. Zhuikov K.N., Savin A.Yu. “Eta-invariant for elliptic operators with shifts on manifolds with cylindrical ends,” CONFERENCE ABSTRACTS. International Student Conference “Science and Progress”, SPb.: SBORKA, 2020, ISBN 978-5-85263-224-1.
3. Жуйков К.Н., Сипайло П.А. “Об эллиптических операторах, ассоциированных с метаплектической группой,” Современные методы теории краевых задач: материалы Международной конференции: Воронежская весенняя математическая школа “Понтрягинские чтения — XXXI”, Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2020, ISBN 978-5-9273-3025-6.
4. Zhuikov K.N., Savin A.Yu. “An index theorem for operators on the real line periodic at infinity,” CONFERENCE ABSTRACTS. International Student Conference “Science and Progress”, SPb.: SBORKA, 2021, ISBN 978-5-85263-109-1.
5. Жуйков К.Н. “Эта-инвариант для семейств с параметром и периодическими коэффициентами,” Материалы Международного молодежного научного форума “ЛОМОНОСОВ-2021”, МАКС Пресс, 2021, ISBN 978-5-317-06593-5.
6. Жуйков К.Н., Савин А.Ю. “Эта-инвариант для семейств с параметром и периодическими коэффициентами,” Современные методы теории краевых задач: материалы

Международной конференции: Воронежская весенняя математическая школа "Понтрягинские чтения — XXXII", Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021, ISBN 978-5-9273-3219-9.

7. Zhuikov K. "Eta-invariant for parameter-dependent families with periodic coefficients," Spectral Theory and Mathematical Physics. Asymptotic Methods of Mathematical Physics (Buslaev conference). 12th St. Petersburg conference in Spectral Theory (Birman conference). Summer School. St. Petersburg, ООО "Издательство ВВМ" (Санкт-Петербург) 2021. С. 346.

8. Savin A.Yu., Zhuikov K.N. "On a generalisation of the Melrose eta-invariant," Сборник Материалов международной конференции КРОМШ-2021, Симферополь: ПОЛИПРИНТ, 2021, ISBN 978-5-6046943-4-3.

9. Жуйков К.Н. "Эта-инвариант и индекс для операторов на прямой, периодических на бесконечности," Материалы Международного молодежного научного форума "ЛОМОНОСОВ-2022", МАКС Пресс, 2022, ISBN 978-5-317-06824-0.

10. Zhuikov K.N. "On the index of differential-difference operators in an infinite cylinder," Девятая международная конференция по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям. Москва, Россия, 28 июня – 5 июля 2022 г. = The 9th International Conference on Differential and Functional Differential Equations, Moscow, Russia, June 28 – July 5, 2022 : тезисы докладов. – Москва: РУДН, 2022, ISBN 978-5-209-11108-5.

Текст диссертации был проверен на использование заимствованного материала без ссылки на авторов и источники заимствования. После исключения всех корректных совпадений иных заимствований не обнаружено.

Диссертационная работа Жуйкова К.Н. «Об индексе эллиптических операторов, ассоциированных с группами сдвигов» рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - дифференциальные уравнения и математическая физика.

Заключение принято на заседании Математического института им. С.М. Никольского протокол № 0200-51-06/05 от 29.06.2022.

Присутствовало на заседании 50 чел.

Результаты голосования: «за» – 50 чел., «против» – 0 чел., «воздержалось» – 0 чел.  
29.06.2022, протокол № 0200-51-06/05.

Председательствующий на заседании:  
Директор Математического института  
им. С.М. Никольского  
д-р физ.-мат. наук, профессор

Подпись А.Б. Муравника удостоверяю  
Ученый секретарь Ученого совета РИМ  
д-р физ.-мат. наук, профессор



Муравник А.Б.

Савчин В.М.