

На правах рукописи

**ЕРМАКОВА ЕВГЕНИЯ ВЛАДИМИРОВНА**

**ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК ПО КРИТЕРИЮ УПРУГОЙ  
ЭНЕРГИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ**

2.1.9. Строительная механика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Москва – 2026

Работа выполнена на кафедре технологий строительства и конструкционных материалов инженерной академии Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» (РУДН)

Научный руководитель: Рынковская Марина Игоревна,  
кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технологий строительства и конструкционных материалов инженерной академии ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Официальные оппоненты: Игнатъев Александр Владимирович,  
доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Цифровые технологии в урбанистике, архитектуре и строительстве» ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет»

Чепурненко Антон Сергеевич,  
доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Строительная механика и теория сооружений» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет»

Цыбин Никита Юрьевич,  
кандидат технических наук, доцент кафедры «Соппротивление материалов» ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»

Защита диссертации состоится 29.05.2026 г. на заседании диссертационного совета ПДС 2022.015 при Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» (РУДН) по адресу: г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3.

С диссертацией можно ознакомиться в Учебно-научном информационном библиотечном центре РУДН по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Электронная версия автореферата и объявление о защите диссертации размещены на официальном сайте РУДН: <https://www.rudn.ru/science/dissovet> и отправлены для размещения на официальном сайте ВАК при Министерстве науки и высшего образования РФ по адресу: <https://vak.gisnauka.ru/>

Автореферат разослан 28.04.2026 г.

Ученый секретарь диссертационного совета ПДС 2022.015  
кандидат технических наук, доцент

Виноградова Е.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Оптимальное проектирование оболочек является актуальным разделом в области инженерного моделирования и численных методов. Оптимизация формы в настоящее время стала важной задачей в мировом процессе проектирования, поскольку она представляет собой поэтапный метод расчета для улучшения работы конструкций в соответствии с определенными критериями.

Создание прочной и при этом легкой конструкции является неотъемлемой частью проектирования оболочек для покрытия зданий и сооружений, поэтому весьма важным является рассмотрение критериев оптимизации, которые оказывают влияние на повышение прочности конструкции при снижении расхода материала и связаны с обеспечением конструктивной безопасности объекта проектирования. Одним из таких критериев является критерий энергии упругой деформации.

Выбор данного критерия обусловлен тем, что оптимальная форма оболочки с функционально необходимой ей прочностью и безопасностью зависит от накапливаемой оболочкой в процессе деформирования энергии. Минимизация энергии упругой деформации приводит к снижению напряжений и деформаций в оболочке, что позволяет в некоторых случаях уменьшать расход материала.

Упругая энергия оболочки постоянной толщины при фиксированных условиях опирания и нагрузки определяется формой её срединной поверхности, трансформация которой влечет изменение этой энергии. Исходя из этого в расчетах конструкций на прочность возникает задача определения формы срединной поверхности, соответствующей минимуму этой энергии. Зависимость накопленной энергии от искомой формы определяет задачу трансформации формы в соответствии с последовательным уменьшением энергии. Этот процесс называется оптимизацией формы по энергетическому критерию и реализуется с применением градиентных методов: метод внутренней точки (IPOPT), метод последовательного квадратичного программирования (SQOPT), метод подвижных асимптот (MMA) вместе с его глобально сходящейся версией GCMMA.

Другой путь поиска оптимальной формы оболочки по некоторому критерию (например, энергии упругой деформации, веса, напряжения) осуществляется, когда образующие или направляющие кривые трансформируемых оболочек определяются так называемым параметром формы. Этот параметр является множителем в оптимизируемой величине и его критическое значение, обеспечивающее её экстремум, отвечает оптимальной форме срединной поверхности.

Таким образом, в диссертации применяются градиентные и параметрический подходы к поиску оптимальной формы по энергетическому критерию.

Поскольку основная задача оптимизации в исследовании заключается в повышении прочности и обеспечении необходимой жёсткости оболочки путём изменения формы её геометрии, то представляет большой интерес выявление взаимосвязи между параметрами, которые могут задаваться вручную пользователем в программе, и смещением самой границы модели.

Вопросы оптимизации параметров элементов большепролетных конструкций, а также методики выбора параметров их моделирования являются актуальными задачами, что обусловлено необходимостью проектирования конструкций прочных и легких, но в то же время безопасных и экономичных.

Выявление варьируемых параметров оптимизации, которые оказывают наиболее сильное влияние на оптимальное решение, является важной частью оптимизационного исследования.

Существенно значимыми среди этих параметров, используемых в градиентном методе поиска оптимальной формы, являются специальные контрольные параметры: максимальное

перемещение или смещение границы срединной поверхности и так называемый радиус фильтра для сглаживания конечно-элементной сетки в процессе оптимизации. Каждому сочетанию этих параметров отвечают определенная форма срединной поверхности и накапливаемая в оболочке энергия. В диссертации для сферических и геликоидальных оболочек выявлены комбинации отмеченных параметров, влекущие за собой минимум энергии упругой деформации и соответствующие оптимальной по энергетическому критерию форме этих оболочек.

В настоящее время выбор значений параметров максимального перемещения и радиуса фильтра в основном основывается на эмпирических правилах или эвристических методах, в которых отсутствует подход к систематическому количественному анализу. Такой подход приводит к значительной неопределённости и субъективности при выборе значений параметров оптимизации.

Актуальность диссертационной работы заключается в разработке метода поиска оптимальных форм некоторых оболочек по определяющим их срединную поверхность параметрам, связанного с градиентным подходом к оптимизации формы оболочки по критерию энергии упругой деформации. Исследуется влияние максимального перемещения и радиуса фильтра на проблемы численной неустойчивости и определяются значения параметров для проведения оптимизационного расчёта.

Проведенное исследование обеспечивает теоретическую основу и количественные рекомендации по выбору параметров границы формы при оптимизации, что имеет большое значение для инженерного (практического) применения, способствуя повышению технологичности результатов.

**Степень разработанности темы исследования.** За последние 10 лет интерес к проведению оптимизации формы существенно возрос как в России, так и в странах Европы, Азии и США. Это обусловлено широким применением большепролётных покрытий зданий и, в связи с этим, необходимостью получения наиболее эффективной конструкции с точки зрения напряжённо-деформированного состояния, энергии деформации, объёма расходуемых материалов и т.д. В России и за рубежом, а именно в Италии, Канаде, Англии, Японии ежегодно проходят семинары, конференции, круглые столы, посвящённые оптимальному проектированию конструкций и вопросам оптимизации формы. Исследованию процесса оптимизации формы оболочек посвящены работы отечественных и зарубежных учёных: Рабинович И.П., Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Кривошапка С.Н., Иванов В.Н., Ступишин Л.Ю., Колесников А.Г., Тарарушкин Ю.Ф., Якубов С.Х., Хог Э., Аропа Я., Bletzinger KU., Adriaenssens S., Manuello Bertetto A., Osvaldo M. Querin, Bendsøe M.P. и др.

**Целью диссертационной работы** является разработка двух подходов – параметрического и градиентного для оптимизации тонких упругих оболочек по энергетическому критерию через создание специальных методик и рекомендаций, в том числе с использованием варьируемых параметров максимального перемещения и радиуса фильтра.

**Задачи исследования:**

1. Исследовать влияние геометрических параметров, формирующих оптимальную форму арок, поверхностей вращения, на результат оптимизации по энергетическому критерию при действии равномерно-распределенной и гидростатической нагрузки.

2. Разработать методику выбора оптимальной формы оболочки с помощью параметрического подхода по критерию минимума энергии упругой деформации.

3. Рассмотреть задачи уменьшения веса на примере сферической оболочки и повышения коэффициента безопасности конструкции при оптимизации формы с использованием критерия энергии упругой деформации.

4. Исследовать три градиентных метода IPOPT, SNOPT, MMA при решении задач оптимизации формы сферической и геликоидальных оболочек при действии равномерно-распределенной нагрузки по критерию энергии упругой деформации.

5. Разработать методику проведения оптимизации формы с использованием градиентного подхода в сочетании с параметрическим по критерию энергии упругой деформации.

6. Разработать рекомендации по выбору оптимального диапазона значений параметров максимального перемещения и радиуса фильтра при оптимизации формы оболочек с созданием формул для подбора оптимальных значений параметров.

7. Разработать алгоритм автоматизации градиентной методики по критерию энергии упругой деформации для сферической и геликоидальных оболочек с оптимальным диапазоном значений максимального перемещения и радиуса фильтра.

**Объектом исследования** является определение оптимальной формы оболочек по критерию энергии упругой деформации с использованием варьируемых параметров.

**Предметом исследования** является критерий энергии упругой деформации, варьируемые параметры максимального перемещения и радиуса фильтра, а также геометрические параметры оболочки.

**Научная новизна работы** заключается в получении новых данных об оптимальной форме оболочек по критерию энергии упругой деформации, а именно:

1. Показано, что при гидростатическом нагружении угол раствора по энергетическому критерию превышает угол раствора по критерию минимума веса.

2. Разработана методика выбора оптимальной формы оболочек параметрическим методом по критерию энергии упругой деформации с учетом меридиональных и круговых усилий в цилиндрических координатах.

3. Обосновано применение критерия энергии упругой деформации к задачам уменьшения веса и повышения коэффициента безопасности оболочки, а также к оптимизации формы сферической и геликоидальных оболочек с использованием трех градиентных методов.

4. Показано, что при проведении оптимизации формы сферических и геликоидальных оболочек наиболее эффективным по сходимости методом является метод внутренней точки по сравнению с методами SNOPT и MMA.

5. Разработана новая методика проведения оптимизации формы градиентными методами в сочетании с параметрическим подходом по критерию энергии упругой деформации с дополнительными параметрами максимального перемещения и радиуса фильтра.

6. Определены оптимальные границы и представлены рекомендации по выбору значений максимального перемещения и радиуса фильтра при проведении оптимизации формы сферических и геликоидальных оболочек с разработкой формул для подбора оптимальных параметров максимального перемещения и радиуса фильтра.

7. Разработан алгоритм оптимизационного расчета формы сферической оболочки и геликоидальной на ЭВМ по критерию энергии упругой деформации с оптимальными границами значений максимального перемещения и радиуса фильтра.

**Теоретическая и практическая значимость работы** заключается в получении научно-обоснованных результатов прочностного и оптимизационного расчёта формы оболочек по критерию энергии упругой деформации с использованием определяющих их параметров и трёх градиентных методов IPOPT, SNOPT, MMA, а также в разработке специальной методики по проведению оптимизации формы с рекомендациями по подбору значений варьируемых параметров максимального перемещения и радиуса фильтра. Предложен подход для уменьшения собственного веса и увеличения коэффициента безопасности по энергетическому критерию для сферической оболочки. Результаты диссертационной работы были использованы ООО

«ИнтерСтрой Проект» при расчете и проектировании купола православного храма в честь иконы Божьей Матери «Отрада и Утешение».

**Методы исследования.** Методологической основой исследования являются работы отечественных и зарубежных учёных в области оптимизации формы оболочек. Используются общенаучные методы исследования такие, как количественный и качественный анализ, систематизация, моделирование, сравнение и пр., что обеспечивает высокую степень обоснованности и достоверности полученных в ходе исследования результатов.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Методика определения оптимальной формы оболочек параметрическим методом по критерию энергии упругой деформации с учетом меридиональных и круговых усилий в цилиндрических координатах.

2. Практическое применение энергетического критерия для нахождения оптимальных геометрических параметров оболочек, решения задач уменьшения веса конструкции, увеличения коэффициента безопасности, а также для проведения оптимизации формы оболочек градиентными методами с использованием варьируемых параметров максимального перемещения и радиуса фильтра.

3. Определение наиболее эффективного метода из трех исследуемых – IPOPT, SNOPT и MMA по скорости и качеству решения задачи оптимизации формы по критерию энергии упругой деформации.

4. Методика проведения процесса оптимизации формы градиентными методами в сочетании с параметрическим подходом по энергетическому критерию с подбором значений максимального перемещения и радиуса фильтра для сферы и двух типов геликоидов.

5. Уточненные границы выбора значений максимального перемещения и радиуса фильтра с определением процентного соотношения от ограничивающего параллелепипеда модели для сферы, прямого и разворачивающегося геликоида, а также рекомендации по выбору оптимальных значений максимального перемещения и радиуса фильтра для исследуемых оболочек с разработанной формулой для поиска данных параметров.

6. Алгоритм проведения оптимизации формы по критерию энергии упругой деформации с использованием варьируемых параметров максимального перемещения и радиуса фильтра.

**Степень достоверности результатов диссертационного исследования** обеспечивается корректным использованием общепринятых положений строительной механики, теории оптимизации и её методов, а также предпосылок расчета, основанных на анализе теоретических и практических исследований в области оптимизации формы.

**Апробация результатов.** Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях: VII Международная конференция по инженерной графике и дизайну (Белград, 2020 г.); International Conference on Engineering Research (Москва, 2021 г.); WCCM-APCOM (Япония, 2022 г.); VIII Международный симпозиум Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений (Тамбов, 2023 г.); Italian Workshop on Shell and Spatial Structures - IWSS (Италия, 2023 г.); International Scientific and Practical Symposium «The Future of the Construction industry: Challenges and Development Prospects» (Москва, 2023 г.); V Всероссийская научно-практическая конференция «Проектирование и расчёт строительных конструкций и оснований» (Санкт-Петербург, 2023 г.); LXXVII Международная научно-практическая конференция «Архитектура. Строительство. Транспорт. Экономика» (Санкт-Петербург, 2023 г.); IX Международный симпозиум Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений (Пенза, 2025 г.); Международная научная конференция «Актуальные вопросы строительства. Надежность строительных конструкций. Энергосбережение. Экологическая безопасность. Искусственный интеллект» (Москва, 2025 г.);

Всероссийская конференция с международным участием «Технологии промышленного и гражданского строительства» (Москва, 2025 г).

**Публикации.** Материалы диссертации изложены в 11 научных публикациях, из них 9 за последние пять лет: 6 научных работ опубликованы в изданиях, индексируемых в БД Scopus и Web of Science; 1 статья в журнале RSCI, 1 статья в журнале из перечня ВАК и 1 работа опубликована в материалах конференции, а также в 1 свидетельстве о государственной регистрации программы для ЭВМ.

**Структура и объем работы.** Диссертация содержит введение, 4 главы основного текста, общие выводы, список библиографических ссылок и приложений. Объем диссертации включает 186 страниц, среди которых 55 рисунков, 6 таблиц, 203 наименований литературы и 11 страниц с приложениями.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, определены цели и задачи исследования, изложена научная новизна и практическая значимость работы.

**В первой главе** представлены теоретические основы развития оптимизации и существующих методов, приведен обзор оптимизационных задач на основе конструктивных переменных и основных программных комплексов для проведения оптимизационного расчета, а также рассмотрены существующие критерии оптимальности.

Цель оптимизации заключается в создании новой оптимизированной конструкции, которая будет более эффективной по сравнению с заданной с точки зрения напряженно-деформированного состояния, энергии деформации, объема материала и т.д.

Использование критерия энергии упругой деформации весьма актуально, поскольку при разработке многих конструкций предъявляются требования достаточной прочности и жесткости при минимальном расходе материала. При заданных нагрузках, чем ниже энергия упругой деформации, тем меньше возникающие в конструкции напряжения. Это напрямую влияет на прочность (способность конструкции противостоять разрушению) и жесткость (сопротивление деформациям). Минимизация энергии способствует достижению равномерного распределения напряжений, что является важной целью оптимизации.

**Вторая глава** посвящена проведению оптимизации формы оболочек по определенному критерию с использованием параметрического подхода.

В диссертации оптимизация формы оболочки проводится по энергетическому критерию и сопряжена с удельной энергией изменения формы. Величина энергии упругой деформации  $W$  получается интегрированием удельной потенциальной энергии деформирования  $W_s$  по всему объему конструкции  $V$  :

$$W = \iiint_V W_s(M) dv, \quad (1)$$

где величина удельной потенциальной энергии деформирования  $W_s(M)$  показывает, сколько энергии накапливается в элементах небольшого объема по всему материалу;  $M$  – текущая точка оболочки.

Минимизация энергии упругой деформации приводит к снижению напряжений и деформаций в оболочке и при этом достигается максимальный остаточный ресурс энергии сопротивления разрушению (энергии целостности). Энергия целостности является интегральным параметром материала. С помощью этого критерия можно определить прочность и безопасность конструкции.

Реальный материал, например, бетон, является упруго-пластичным, и зависимость напряжений от деформаций нелинейна. Удельная работа внутренних сил  $A$  и максимальная удельная энергия сопротивления разрушению (целостности)  $W_s^*$  выражается равенствами:

$$A = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (2)$$

$$W_s^* = \int_0^{\varepsilon_u} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_1$  – некоторая фиксированная,  $\varepsilon_u$  – предельная деформация,  $\sigma$  – нормальное напряжение.

Графическая интерпретация динамики энергетического резерва безопасности представлена на рисунке 1.

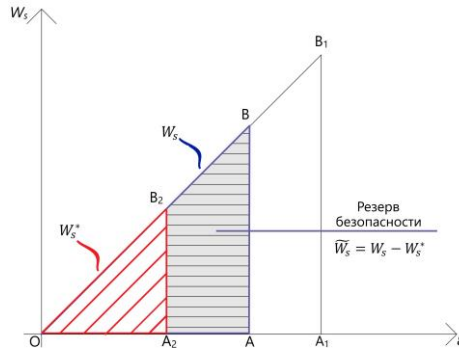


Рисунок 1 – Графическая интерпретация динамики энергетического резерва безопасности

Площадь треугольника  $OAB$  равна удельной потенциальной энергии деформирования до оптимизации ( $W_s$ ), а площадь треугольника  $OA_2B_2$  равна удельной потенциальной энергии деформирования после оптимизации ( $W_s^*$ ). Площадь трапеции  $A_2B_2BA$  равна увеличению энергетического резерва безопасности  $\tilde{W}_s = W_s - W_s^*$ .

Предлагаемая схема оптимизации в механической интерпретации на допустимых значениях варьируемых параметров может быть представлена в следующем виде:

$$\min W_s \rightarrow \max \tilde{W}_s = \max(W_s - W_s^*). \quad (4)$$

Чем больше разность удельных потенциальных энергий деформирования, тем больше резерв целостности конструкции.

Поскольку осуществляется работа с энергетическим состоянием конструкции, то заданная удельная потенциальная энергия деформирования  $W_s$  должна удовлетворять следующему ограничению:

$$0 < W_s^* < W_s. \quad (5)$$

Во второй главе рассмотрены тонкие упругие оболочки с переменной формой срединной поверхности, зависящей от определенного параметра. Радиус  $a$  в плане, механические характеристики и условия опирания заданы. По энергетическому критерию определены оптимальный угол раствора и стрела подъема.

Для круговой арки, нагруженной равномерно-распределенной нагрузкой, минимальное значение  $W(\varphi)$  достигается при  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . Оптимальной по энергетическому критерию является полукруглая арка, а оптимальный подъём  $f_0$  и радиус  $r_0$  совпадает с радиусом круга.

Для арки рассмотрен также случай гидростатического нагружения по энергетическому критерию и полученные результаты были сопоставлены с данными, приведенными в литературных источниках.

Было получено равенство  $\varphi_* = \frac{\text{tg}\varphi_0}{3}$ , определяющее критический угол  $\varphi_*$ , соответствующий минимуму упругой энергии  $W(\varphi)$ :

$$\min W(\varphi) = W(\varphi_*) \quad (6)$$

Как графически показано в монографии Ступишина Л.Ю. и Колесникова А.Г., где приведен расчет арки по критерию минимума веса, равенству  $\varphi_0 = \frac{\text{tg}\varphi_0}{2}$  отвечает угол

$2\varphi_0 \approx 133,5^\circ$ , близкий к углу  $\frac{3\pi}{4} = 135^\circ$ . Поскольку  $\frac{\text{tg}\varphi_0}{2} > \frac{\text{tg}\varphi_0}{3}$ , то  $\varphi_* > \varphi_0$ , что иллюстрируется графически на рисунке 2.

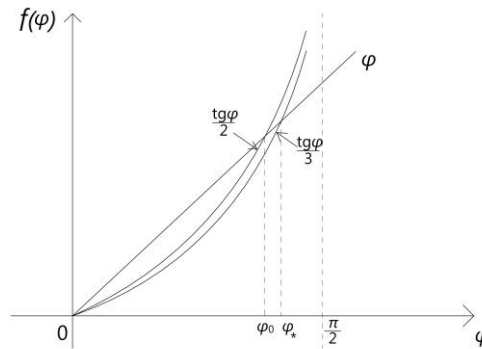


Рисунок 2 – Соотношение углов раствора при оптимизации по критериям минимума веса и энергии упругой деформации

Согласно рисунку 2 угол раствора по энергетическому критерию превышает угол раствора по критерию минимизации веса, таким образом оптимальная форма арки становится ближе к полукруглой.

В качестве второго примера была взята сферическая оболочка и было доказано, что уменьшение угла раствора  $2\alpha$  влечет уменьшение накапливаемой в оболочке энергии  $W_1(\alpha)$ , соответствующей меридиональным усилиям  $N_1(\varphi)$ .

Было получено соотношение, показывающее монотонное увеличение энергии  $W_1(\alpha)$  при увеличении раствора  $2\alpha$ :

$$W_1'(\alpha) > 0; 0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2} \quad (7)$$

При  $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$  оболочка приближается к полусферической, являющейся оптимальной формой по энергетическому критерию.

Для нахождения оптимальных форм оболочек на круглом плане по энергетическому критерию предложено следующее решение, основанное на изменении радиуса  $r$  по высоте:

$$r(z) = bz^\eta, \quad (8)$$

где  $b$  является параметром;  $\eta$  – новый параметр формы срединной поверхности оболочки (Рисунок 3а).

Рассмотрение задачи оптимизации формы в диссертации в множестве  $\Phi(\eta); \eta = \frac{1}{\xi}$

инициировано работой Ступишина Л.Ю. и Колесникова А.Г. ( $z(r) = cr^{\xi}$ ) и основано на перестановке переменных аргумента и функции, что весьма существенно при оптимизации по энергетическому критерию и способствует упрощению определения упругой энергии без решения сложных дифференциальных уравнений.

Параметр  $\eta$  порождает семейство оболочек вращения  $r_{\eta}(z)$  и, в частности, при  $\eta=1$  определяет форму конической поверхности (Рисунок 3б).

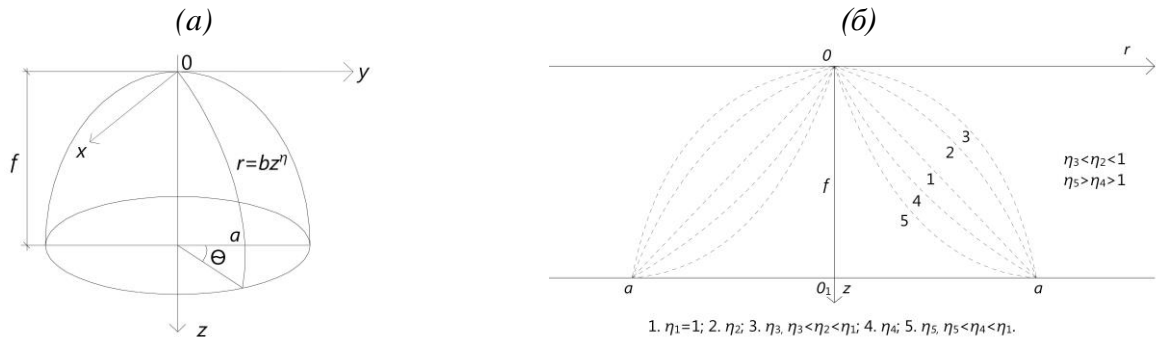


Рисунок 3 – Графическая интерпретация определения оптимальной формы оболочки вращения: а) оболочка вращения в цилиндрической системе координат; б) формы срединной поверхности оболочки вращения и направляющей цилиндрической оболочки при различных значениях параметра формы

Предлагаемая методика состоит из следующих этапов:

1. Выбор зависимости  $r$  от  $z$  равенством  $r(z) = bz^{\eta}$ .
2. Нахождение меридиональных и круговых усилий, возникающих под действием заданной нагрузки.
3. Определение энергии упругой деформации.
4. Нахождение критической точки с помощью дифференцирования по параметру  $\eta$ :

$$\frac{dW(\eta)}{d\eta} = 0.$$

5. Проверка соответствия критической точке точке минимума:  $\eta = \eta_0 \rightarrow W(\eta_0) = \min W(\eta)$ .

Также были рассмотрены задачи уменьшения веса и повышения коэффициента безопасности конструкции при оптимизации формы на примере сферической оболочки. Вариация толщины оптимизированной по энергетическому критерию оболочки приводит к снижению её собственного веса при заданной весовой нагрузке  $P_0$  на единицу поверхности оболочки.

Для сферической оболочки радиусом  $R$  и начальной толщиной  $h$  было определено уменьшение собственного веса после оптимизации при толщине  $h_0$ .

Толщина оболочки после оптимизации  $h_0$  была найдена по формуле:

$$h_0 = \sqrt{\frac{W_s}{W_s^0}} h, \quad (9)$$

где  $W_s$  – удельная потенциальная энергия деформирования после оптимизации;  $W_s^0$  – удельная энергия целостности (предельная удельная потенциальная энергия при линейно-упругом деформировании).

Уменьшение собственного веса было определено через взаимосвязь  $Q$  и  $h$ :

$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{h_0}{h} = 0.6, \quad (10)$$

где  $Q$  – вес сферической оболочки до оптимизации;  $Q_0$  – вес сферической оболочки после оптимизации.

Таким образом, собственный вес уменьшается на 40%, при этом повышается прочность оболочки и уменьшается расход материала.

Также с учетом следующего соотношения определяется коэффициент безопасности конструкции:

$$\frac{n_{\bar{v}}}{n_v} = \sqrt{\frac{W_s^0}{W_s}}, \quad (11)$$

где  $n_{\bar{v}}$  – коэффициент безопасности до оптимизации;  $n_v$  – коэффициент безопасности после оптимизации.

Коэффициент безопасности при оптимизации формы по критерию энергии упругой деформации увеличивается в 1.5 раза.

**В третьей главе** представлено проведение оптимизационных расчетов тремя градиентными методами – IPOPT (метод внутренней точки), SNOPT (метод последовательного квадратичного программирования) и MMA (метод подвижных асимптот) вместе с его глобально сходящейся версией GSMMA по критерию энергии упругой деформации для поверхности вращения – сферы и двух типов линейчатых винтовых поверхностей – прямого и развертывающегося геликоидов.

В таблице 1 представлены результаты минимизации функции энергии упругой деформации для сферической поверхности тремя методами. Исходное значение целевой функции – 727 Дж было уменьшено на 46 % в каждом из трёх методов и составило 337 Дж (метод IPOPT).

При расчете сферического купола методом внутренней точки IPOPT был достигнут наибольший удельный резерв энергии ( $\Delta W = W_s^0 - W_s$ ), что повышает прочность и жесткость конструкции.

Таблица 1. Результаты минимизации функции энергии упругой деформации для сферического купола

Сферический купол			
Метод	IPOPT	SNOPT	MMA
Начальное значение целевой функции, Дж	727		
Значение целевой функции после оптимизации, Дж	337	338	338
Общее число оценок целевой функции	91	35	112
Общее вычислительное время, с	1978	2978	3917
Общее число итераций, $N_{tot}$	58	24	27

При использовании градиентных методов высота сферического купола уменьшилась на 20% по сравнению с исходным вариантом (с 10 до 8 м). Изменение формы образующей оболочки представлено на рисунке 4а.

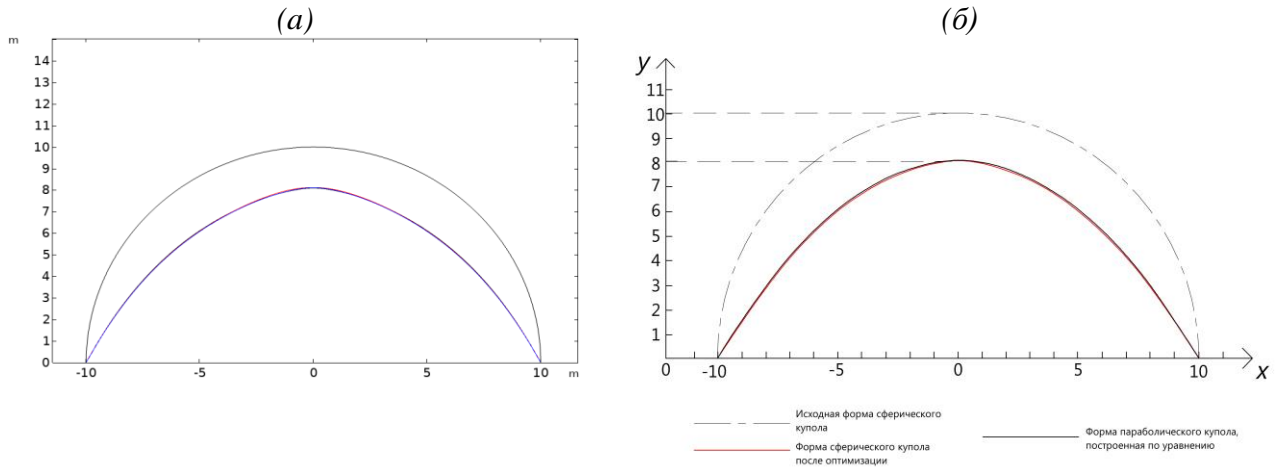


Рисунок 4 – Изменение формы сферической поверхности в результате оптимизации: а) нахождение оптимальной формы в результате оптимизации; б) сравнение формы оболочки, построенной по уравнению и формой, полученной после оптимизации.

После оптимизации градиентными методами форма образующей оболочки стремится от сферического к параболическому очертанию. Для сравнения была построена форма образующей параболического очертания с высотой 8 м и радиусом 10 м. Уравнение параболы с вертикальной осью симметрии имеет вид:

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0, \quad (12)$$

где  $x_0, y_0$  координаты вершины параболы; ветви параболы направлены вниз при  $a < 0$ .

На рисунке 4б показана полученная форма оболочки после оптимизации и при построении по уравнению. Оптимизированная форма купола имеет лишь небольшое расхождение с формой параболического очертания, построенного по уравнению. Таким образом, оптимальная форма оболочки, полученная градиентными методами, представляет собой купол параболического очертания.

Полученная оптимальная форма подтверждает вывод Новожилова В.В. о том, что с точки зрения величины напряжений наиболее выгоден параболический купол, который в вершине имеет наименьший радиус кривизны.

В таблице 2 представлены результаты минимизации функции энергии упругой деформации для прямого и развертывающегося геликоида.

Наименьшее значение функции энергии упругой деформации у прямого геликоида наблюдается при расчёте методом IPOPT, однако по сравнению с другими методами общее число итераций и оценок целевой функции требуется значительно больше.

У развертывающегося геликоида наименьшее значение функции энергии упругой деформации получено при использовании методов SNOPT и MMA. Наименьшее количество итераций для проведения оптимизационного процесса потребовалось методу внутренней точки IPOPT.

При расчете прямого геликоида методом внутренней точки IPOPT был достигнут наибольший удельный резерв энергии ( $\Delta W = W_s^0 - W_s$ ), в то время как при расчете развертывающегося геликоида наибольший резерв энергии был получен методами SNOPT и MMA.

Таблица 2. Результаты минимизации функции энергии упругой деформации для двух типов геликоидов

Метод	Прямой геликоид			Развертывающийся геликоид		
	IPOPT	SNOPT	MMA	IPOPT	SNOPT	MMA
Начальное значение целевой функции, Дж	1050			436		
Значение целевой функции после оптимизации, Дж	222	254	254	100	97	97
Общее число оценок целевой функции	103	26	48	24	27	82
Общее вычислительное время, с	570	808	1375	271	421	895
Общее число итераций, $N_{tot}$	21	41	100	19	21	74

В результате проведения оптимизации форма развертывающегося геликоида показывает более эффективное распределение напряжений по сравнению с прямым геликоидом, что делает его более выгодным с точки зрения восприятия нагрузок.

При расчете сферического купола и прямого геликоида методом внутренней точки IPOPT был достигнут наибольший удельный резерв энергии среди других методов, что повышает прочность и жесткость конструкции.

При усредненном значении результатов в процессе расчета оболочек наименьшее значение оптимизируемой функции было достигнуто методом IPOPT. По сходимости этот метод также можно назвать наиболее эффективным, поскольку в методе внутренней точки целевая функция выбирается из более широкого набора функций.

**В четвертой главе** исследовалось влияние варьируемых параметров: максимального перемещения и радиуса фильтра на геометрию модели и была предложена методика оптимизации формы тонких оболочек градиентным методом в сочетании с параметрическим подходом по критерию энергии упругой деформации.

Параметр максимального перемещения или максимальное нормальное смещение ( $d_{max}$ ) отвечает за управление величиной оптимизационного смещения. По умолчанию в используемом вычислительном комплексе устанавливается значение, которое составляет 5% от ограничивающего параллелепипеда (BBox). Ограничивающий параллелепипед (BBox) выражает максимальные размеры объекта (Рисунок 5).

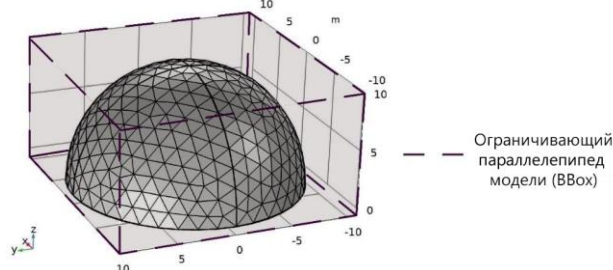


Рисунок 5 – Пример ограничивающего параллелепипеда для модели сферы

На это установленное значение в направлении нормали ( $n$ ) элементы могут свободно перемещаться в тангенциальных направлениях- $k$  (перпендикулярных радиусу оболочки- $R$ ). В качестве примера на рисунке 6а представлена сферическая поверхность с обозначением максимального нормального смещения. Сфера отклоняется на промежутке от 0 до  $d_{\max}$ , где максимальное отклонение сосредоточено в верхней точке.

При проведении вычислительного эксперимента значения напряжений в элементах оказывают большое влияние на процесс оптимизации. Для предотвращения образования непрочных конструкций из-за высоких уровней напряжения, в том числе обусловленных особенностями сетки, в дополнение к максимальному перемещению требуется также настроить специальный фильтр, регулирующий напряжения-радиус фильтра.

Радиус фильтра или радиус сглаживания ( $R_{\min}$ ) управляет гладкостью и одновременно сохранением качества расчетной сетки в модели в ходе оптимизации сплошной формы. Радиус сглаживания измеряется от центра элемента сетки и требуется для того, чтобы разница в перемещениях соседних узлов не сильно отличалась (Рисунок 6б).

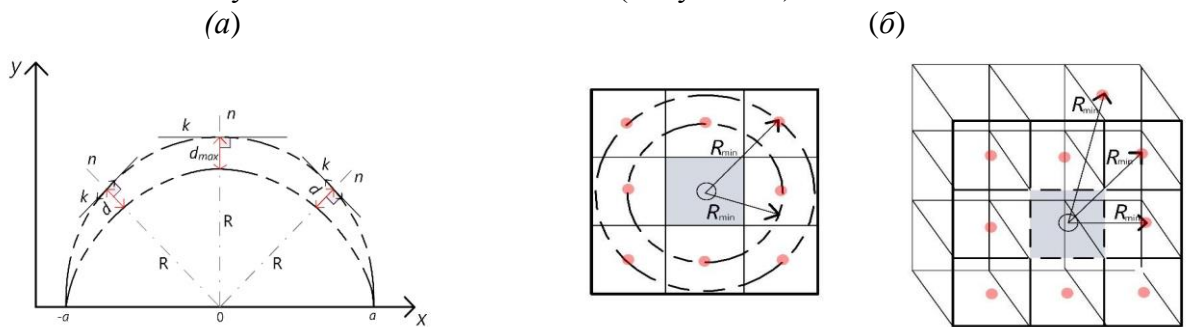


Рисунок 6 – Варьируемые параметры: максимальное перемещение в оболочке (а), радиус фильтра для 2D и 3D-элементов (б)

Значение радиуса фильтра может задаваться вручную пользователем либо автоматически. Значение единицы СИ для переменной задается в метрах. По умолчанию в используемой расчётной программе устанавливается значение, которое составляет 10% от ограничивающего параллелепипеда (ВВох).

Параметр  $d_{\max}$  показывает, насколько геометрия максимально отклоняется от исходной в процессе оптимизации, а  $R_{\min}$  отвечает за значение радиуса изгиба, которое используется при расчете. На рисунке 7 представлены результаты, которые были получены без подробных настроек двух параметров  $d_{\max}$  и  $R_{\min}$ . В иллюстрированных примерах алгоритм оптимизации решал задачу оптимизации, отличную от запланированной, и оптимизированная форма в целом отличается от исследуемого оригинала. Более того, решение, полученное в результате процедуры оптимизации, даже не входит в группу допустимых с инженерной (практической) точки зрения решений.

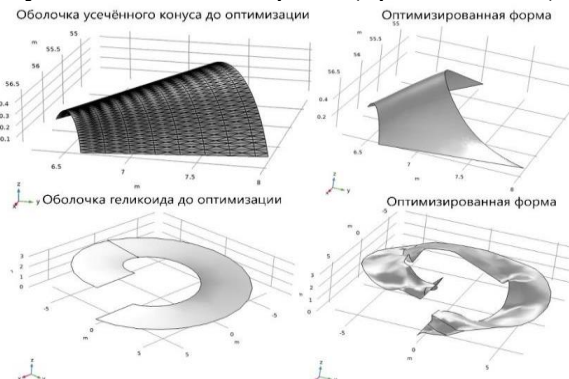


Рисунок 7 – Пример результатов оптимизации без настройки  $d_{\max}$  и  $R_{\min}$

Установка значения максимального перемещения  $d_{\max}$  происходит совместно с радиусом фильтра  $R_{\min}$ . Следовательно, необходимо более подробно изучить совместное влияние максимального перемещения и радиуса фильтра на проведение оптимизации формы оболочки по определенному критерию. Для этого была разработана методика, которая основана на соединении энергетического подхода в оптимизации формы с внедрением дополнительных параметров, регулирующих изменение модели при расчете. Такая взаимосвязь способствует увеличению ресурса сопротивления разрушению конструкции и приводит к повышению технологических характеристик (Рисунок 8).

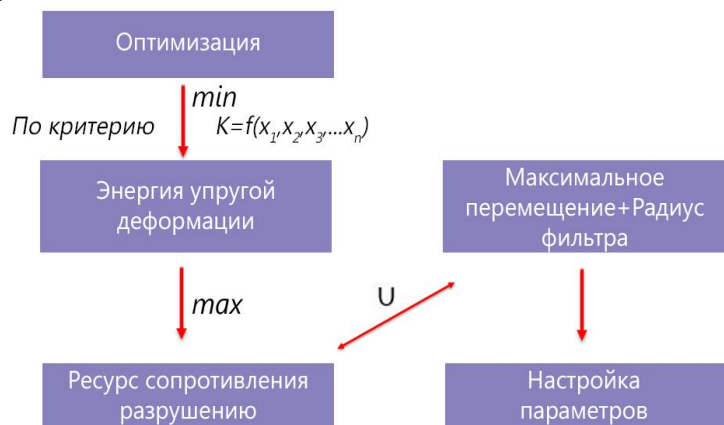


Рисунок 8 – Схема взаимосвязи критерия с параметрами

В общем виде взаимосвязь энергетического критерия оптимальности с варьируемыми параметрами можно представить в виде:

$$K = W \cup [d_{\max}, R_{\min}], \quad (13)$$

где  $U$  означает минимизацию энергии  $W$  при заданных  $d_{\max}$  и  $R_{\min}$ .

Общий предлагаемый алгоритм для оптимизации формы по критерию энергии упругой деформации с использованием дополнительных параметров  $R_{\min}$  и  $d_{\max}$  основан на следующих этапах:

1. Начало подготовительного процесса перед оптимизацией формы.
2. Выбор типа оболочки для оптимизации формы.
3. Переход в настройку границ модели. Настройка параметров  $d_{\max}$  и  $R_{\min}$ .
4. Проверка минимального размера конечного элемента.  $R_{\min} > K\varepsilon_{\min}$ .
5. Выбор метода для расчёта – IPOPT, SNOPT, ММА.
6. Определение цели оптимизации: минимизация функции  $\min f(x)$ . Выбор функции: энергия упругой деформации –  $W$ .
7. Определение удельной потенциальной энергии деформирования  $W_s$  по формуле

$$W_s = \int_0^{\varepsilon_d} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}.$$

8. Интегрирование удельной потенциальной энергии деформирования  $W_s$  по всему объёму конструкции  $V$ .
9. Установка предела невязки  $\varepsilon_{\lim}$ . Запуск расчёта.
10. Если  $\varepsilon_i < \varepsilon_{\lim}$ , то происходит остановка процесса оптимизации и оценка решения. Если  $\varepsilon_i > \varepsilon_{\lim}$  и решение не сходится, то происходит возврат к настройкам и повторный расчёт.
11. Постобработка результатов.

Сочетание градиентной и параметрической методик поиска оптимальной формы по энергетическому критерию приводит к следующему методу решения задачи оптимизации в множестве оболочек  $\Phi(\eta)$ , определяемых параметром формы  $\eta$ :

1. По градиентному методу вариацией сочетаний параметров  $d_{\max}$  и  $R_{\min}$  определяется  $\min_{(d_{\max}, R_{\min})} W(\eta)$ , отвечающий искомому параметру  $\eta = \eta_0$ .

2. По параметрическому подходу определяется зависимость энергии  $W(\eta) = f(\eta, p, a, f, E)$  от параметра  $\eta$ , нагружения  $p$  и величин  $a, f, E$ .

3. Приравнявая значения энергии, выраженные соотношениями  $\min_{(d_{\max}, R_{\min})} W(\eta)$  и  $W(\eta) = f(\eta, p, a, f, E)$ , составляется равенство:

$$\min_{(d_{\max}, R_{\min})} W(\eta) = W(\eta_0) = f(\eta, p, a, f, E). \quad (14)$$

4. Определяются вещественные корни уравнения:

$$f(\eta, p, a, f, E) = W(\eta_0). \quad (15)$$

Структура функции  $W(\eta)$  влечет существование единственного вещественного корня  $\eta = \eta_0$  уравнения (15), обеспечивающего  $\min W(\eta) = W(\eta_0)$  энергии.

5. Искомая форма оптимальной оболочки вращения имеет образующую, определяемую кривой  $r(z) = bz^{\eta_0}$ .

Согласно методике расчёта, изложенной в 4 главе, после выбора типа оболочки и перехода в настройку границ модели происходит настройка параметров  $d_{\max}$  и  $R_{\min}$ .

Для оценки влияния радиуса фильтра и максимального перемещения на геометрию модели была проведена оптимизация формы сферической поверхности и двух геликоидов с установкой значений варьируемых параметров.

С учётом принятого процентного соотношения в вычислительном комплексе и вычислительной сетки модели принимались следующие варианты:

- значения, устанавливаемые по умолчанию вычислительной программой (5% и 10% от ВВох):  $d_{\max}=2$  м;  $R_{\min}=3$  м;

- 5% и 10% от высоты ВВох, равной 10 м, соответственно  $d_{\max}=0.5$  м;  $R_{\min}=1$  м;

- 5% и 10% от ширины и длины ВВох, равной 20 м, соответственно  $d_{\max}=1$  м;  $R_{\min}=2$  м.

Для полусферической оболочки радиуса  $R$  очевидно  $d_{\max} < R$ .

Согласно вариантам при  $R=10$  м для увеличенного диапазона результатов берутся следующие промежуточные значения:

-  $d_{\max}=3$  м;  $R_{\min}=5$  м;

-  $d_{\max}=4$  м;  $R_{\min}=8$  м;

-  $d_{\max}=5$  м;  $R_{\min}=10$  м;

-  $d_{\max}=7$  м;  $R_{\min}=15$  м;

-  $d_{\max}=8$  м;  $R_{\min}=20$  м.

Для двух типов геликоидов программой автоматически устанавливаются значения  $d_{\max}=1$  м и  $R_{\min}=2$  м, которые добавляются в вычислительный процесс. В данной задаче минимальный размер конечного элемента составляет 0,0214 м. Таким образом, радиус фильтра назначается большим  $R_{\min} > 0,0214$  м.

С учётом принятого процентного соотношения в вычислительном комплексе и вычислительной сетки модели, принимаются следующие значения:

- 5% и 10% от высоты ВВох, равной 3 м, соответственно  $d_{\max}=0,15$  м;  $R_{\min}=0,3$  м;

- 5% и 10% от ширины и длины ВВох, которые равны 14,2 м, соответственно  $d_{\max}=0,71$  м;  $R_{\min}=1,42$  м;

- 5% и 10% от радиуса одного витка геликоида, равного 7,1 м, соответственно  $d_{\max}=0,36$  м;  $R_{\min}=0,71$  м.

Для увеличенного диапазона результатов берутся также следующие промежуточные значения:

- $d_{\max}=0,4$  м;  $R_{\min}=2$  м;
- $d_{\max}=0,5$  м;  $R_{\min}=4$  м;
- $d_{\max}=1$  м;  $R_{\min}=8$  м;
- $d_{\max}=2$  м;  $R_{\min}=10$  м.

В сферической оболочке при следующих значениях максимального перемещения  $d_{\max}=0.5$  м и  $d_{\max}=1$  м наибольшее смещение происходит по боковым граням. Высота изменяется незначительно: с 10 до 9 м (максимальное смещение при  $d_{\max}=1$  м,  $R_{\min}=2$ ). Начиная с значений, установленных по умолчанию  $d_{\max}=2$  м,  $R_{\min}=3$  м, происходит уменьшение смещения по бокам и наибольшее изменение формы наблюдается в верхней части. Высота оболочки уменьшается на 2 м и составляет 8 м. Далее максимальное значение уменьшения высоты доходит до 7.5 м при  $d_{\max}=3$  м,  $R_{\min}=5$  м. Начиная с  $d_{\max}=5$  м,  $R_{\min}=10$  м относительное смещение оболочки вдоль нормали в верхней части уменьшается и постепенно возвращается к исходному варианту до оптимизации.

Необходимо отметить, что при  $d_{\max}=1$  м,  $R_{\min}=2$ ;  $d_{\max}=2$  м,  $R_{\min}=3$ ;  $d_{\max}=3$  м,  $R_{\min}=5$  форма сферической поверхности стремится к параболическому типу.

Вариации формы сферической оболочки в зависимости от комбинаций параметров радиуса фильтра и максимального перемещения представлены на рисунке 9.

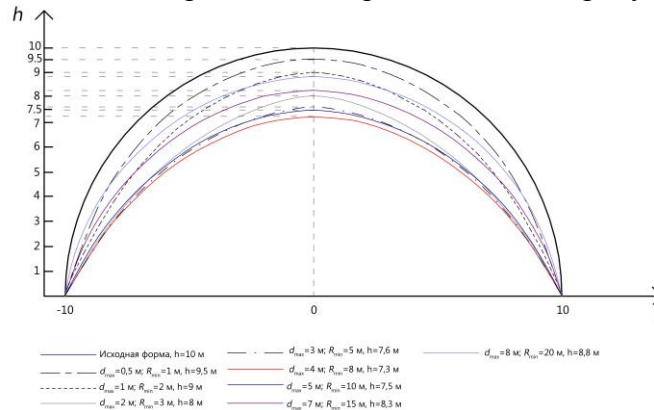


Рисунок 9 – Относительное нормальное граничное смещение оболочки в зависимости от выбора варьируемых параметров

При  $R_{\min}=1$  м и 2 м наблюдается высокий уровень напряжений по всей конструкции, сильная деформация сетки и из-за этого неровности на модели. При  $R_{\min}=3$  м ещё заметны волнообразные участки в боковых частях модели. Только начиная с  $R_{\min}=5$  м наблюдается полное сглаживание сетки и более равномерное распределение напряжений по конструкции (рисунок 10).

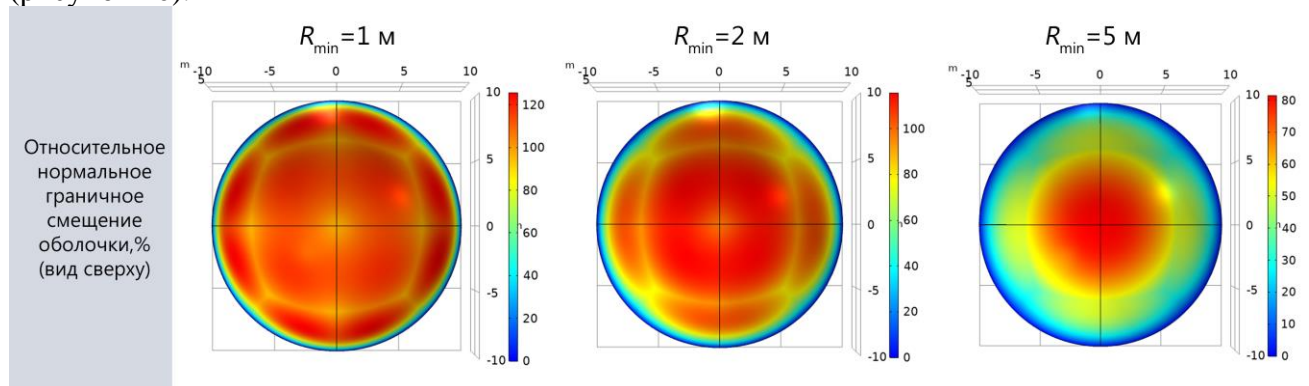


Рисунок 10 – Относительное нормальное граничное смещение оболочки в зависимости от выбора радиуса фильтра (сфера)

Для двух типов геликоидов среди исследованных значений максимального перемещения при  $1 \text{ м} < d_{\max} \leq 5 \text{ м}$  наблюдается сильное отклонение от исходной геометрии. При  $d_{\max} = 5 \text{ м}$  форма геликоидов начинает резко сдвигаться со своей начальной границы вниз. При значениях в пределах  $0,36 \text{ м} \leq d_{\max} \leq 1 \text{ м}$  в модели наблюдается сильный изгиб в центральной части витка.

При  $R_{\min} = 0,3 \text{ м}$ ;  $0,71 \text{ м}$ ;  $1,42 \text{ м}$  наблюдается высокий уровень деформации сетки и неровности на модели (рисунок 11). При автоматической установке значения по умолчанию  $R_{\min} = 2 \text{ м}$  также заметна волнистость сетки. Гладкость сетки достигается при установке значений  $R_{\min} > 2 \text{ м}$ .

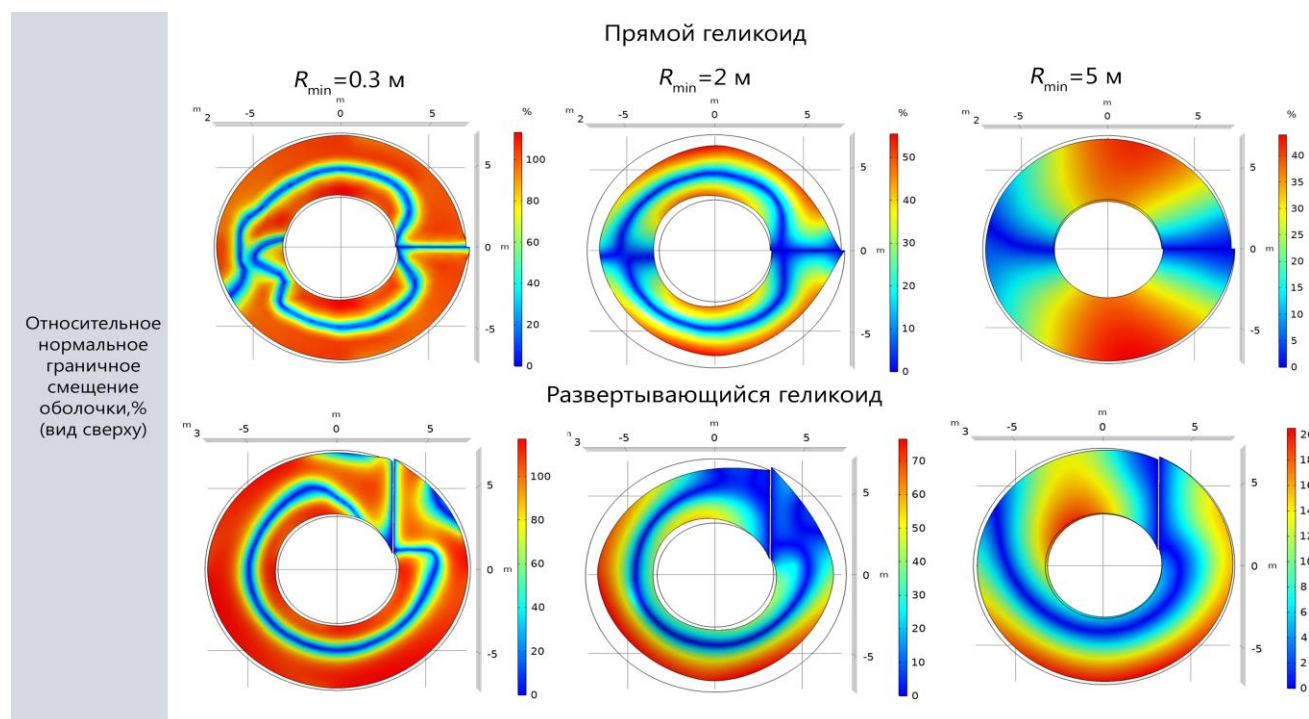


Рисунок 11 – Относительное нормальное граничное смещение оболочки в зависимости от выбора радиуса фильтра (прямой и развертывающийся геликоид)

С учетом полученных значений максимального перемещения и радиуса фильтра дано уточнение по выбору промежутка поиска с учётом процентного соотношения от общего размера модели.

Таким образом, для практических расчетов рекомендуется принимать значения в следующем диапазоне:

### 1. Настройка максимального перемещения $d_{\max}$ .

- Для сферы параметр  $d_{\max}$  рекомендуется принимать в пределах 10% – 15% от ограничивающего параллелепипеда ВВох.

- Для геликоида параметр  $d_{\max}$  рекомендуется принимать в пределах 3% – 5% от ограничивающего параллелепипеда ВВох.

### 2. Настройка параметра $R_{\min}$ .

- Для сферы параметр  $R_{\min}$  рекомендуется принимать в пределах 20% – 35% от ограничивающего параллелепипеда ВВох.

- Для геликоида параметр  $R_{\min}$  рекомендуется принимать в пределах 20% – 50% от ограничивающего параллелепипеда ВВох.

С учетом полученных соотношений для каждого из параметров разработана формула для поиска оптимальных значений  $d_{\max}$  и  $R_{\min}$  исходя из геометрического типа оболочки:

### 1. Определение максимального перемещения $d_{\max}$ .

Для сферической поверхности  $R \leq 10$  м:

$$d_{\max} = \sqrt{2d^2 + R^2} \times \frac{P}{100}, \quad (16)$$

где  $d$  – диаметр оболочки,  $P$  – рекомендуемое процентное соотношение, назначаемое в пределах от 10% до 15%.

Однако:

$$\sqrt{2d^2 + R^2} = \sqrt{2 \times (2R)^2 + R^2} = \sqrt{9R^2} = 3R. \quad (17)$$

Тогда:

$$d_{\max} = 3R \times \frac{P}{100}. \quad (18)$$

Для расчета одного витка геликоида при  $R_{\text{внешний}} \leq 7,1$  м и  $H \leq 3$  м:

$$d_{\max} = \sqrt{2d^2 + H^2} \times \frac{P}{100}, \quad (19)$$

где  $d$  – диаметр оболочки,  $P$  – рекомендуемое процентное соотношение, назначаемое в пределах от 3% до 5%.

### 2. Определение радиуса фильтра $R_{\min}$ .

Поскольку радиус фильтра и максимальное перемещение связаны друг с другом, а также с учетом, что  $R_{\min} > K\varepsilon_{\min}$ , то радиус фильтра определяется через удвоенное значение максимального перемещения:

$$R_{\min} = 2d_{\max} \times \frac{P}{100}, \quad (20)$$

где  $P$  – рекомендуемое процентное соотношение, назначаемое для сферы в пределах от 20% до 35%, а для геликоида от 20% до 50%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрен процесс оптимизации формы оболочек, применяемых для покрытия, а также для связи разных уровней жилых, общественных, промышленных зданий и сооружений. В качестве исследуемых форм были выбраны оболочки, срединные поверхности которых определяются параметром формы и оболочки вращения – сфера, а также линейчатые винтовые поверхности – прямой и развертывающийся геликоид.

При проведении исследований были выявлены закономерности изменения напряженно-деформированного состояния и формы оболочки при различных значениях варьируемых параметров. При больших и малых значениях этих параметров появляются резкие изменения формы срединной поверхности оболочек, которые приводят к потере точности результатов. В связи с этим были разработаны рекомендации по выбору настроек задачи оптимизации формы по энергетическому критерию, которые включают в себя установку параметров границы свободной формы, выбор метода оптимизации в соответствии с поставленной задачей. Применен энергетический подход к решению задачи оптимизации формы, связанный с понятием энергетического запаса прочности элемента сооружения. Показано, что при проведении оптимизации формы по энергетическому критерию возможно значительно увеличить коэффициент безопасности конструкции и уменьшить её вес, что приводит к экономии материальных ресурсов.

На основании проведенного в диссертации исследования можно сформулировать следующие результаты и выводы:

1. В результате проведения оптимизации формы арок и оболочек вращения показано влияние угла раствора на величину энергии упругой деформации. Установлено, что при гидростатическом нагружении угол раствора по энергетическому критерию превышает угол раствора по критерию минимума веса.

2. Предложенная методика на основе параметрического подхода с использованием меридиональных и круговых усилий в цилиндрических координатах упрощает нахождение упругой энергии и позволяет эффективно определить значение критической точки  $\eta_0$  для нахождения оптимальной формы оболочки по критерию энергии упругой деформации.

3. Рассмотрены задачи уменьшения веса сферической оболочки и повышения коэффициента безопасности конструкции при оптимизации формы с использованием критерия энергии упругой деформации. В результате проведенного расчета собственный вес сферической оболочки уменьшен на 40%, а коэффициент безопасности увеличен в 1.5 раза, что способствует повышению прочности оболочки и уменьшению расхода материала.

4. Исследованы три градиентных метода IPOPT, SNOPT и MMA при решении задач оптимизации формы сферической оболочки и двух типов геликоидальной оболочки при действии равномерно-распределенной нагрузки по критерию энергии упругой деформации. Показано, что метод внутренней точки (IPOPT) является наиболее эффективным методом при проведении оптимизации формы сферических и геликоидальных оболочек.

5. Разработана методика решения задачи оптимизации формы с помощью градиентных методов в сочетании с параметрическим подходом по энергетическому критерию с подбором варьируемых параметров, которая включает в себя описание расчётного процесса, блок-схему реализации математической модели в программе. Предложенная методика была использована ООО «ИнтерСтрой Проект» при расчете и проектировании купола православного храма в честь иконы Божьей Матери «Отрада и Утешение».

6. В результате исследования взаимосвязи геометрических размеров оболочки и процентного соотношения от общих размеров модели получена формула для определения

значений максимального перемещения и радиуса фильтра. Разработаны рекомендации по выбору оптимальных значений максимального перемещения и радиуса фильтра, которые могут быть использованы в справочном руководстве программ с оптимизационными модулями, к примеру в COMSOL Multiphysics в части 3 «Интерфейс оптимизации» для уточнения и расширения выбора значений параметров для проведения оптимизационного расчёта.

7. На основе предложенной методики разработан алгоритм оптимизационного расчета формы сферических и геликоидальных оболочек на ЭВМ по критерию энергии упругой деформации с оптимальными границами значений максимального перемещения и радиуса фильтра, который в дальнейшем может быть внедрен в оптимизационный модуль расчетного программного комплекса.

**Перспективы дальнейшей разработки темы.** Дальнейшее развитие исследования может быть направлено на расширение разработанных методик для изучения связи энергетического подхода с варьируемыми параметрами для других типов оболочек.

## **СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Публикации в изданиях, включенных в Перечень РУДН/ВАК:**

1. Ермакова, Е.В. Современные возможности программного обеспечения для оптимизации формы оболочек / Е.В. Ермакова, М.И. Рынковская // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2023. – Т. 19. – № 2. – С. 220-232.

2. Ермакова, Е.В. Влияние радиуса фильтра на оптимизацию формы оболочки / Е.В. Ермакова, М.И. Рынковская // Вестник гражданских инженеров. – 2024. – Т. 4. – № 105. – С. 23-34.

### **Публикации в журналах, индексируемых в международных реферативных базах Scopus, Web of Science:**

3. Ermakova, E.V. The use of shells in the architecture of the concert halls / E.V. Ermakova, M.I. Rynkovskaya // Curved and Layered Structures. – 2021. – Vol.8. – Pp. 61-69.

4. Ermakova, E. Shape Optimization of a Shell in Comsol Multiphysics / E. Ermakova, T. Elberdov, M. Rynkovskaya // Computation. – 2022. – Vol.10. – P. 54.

5. Ermakova, E. Modern software capabilities for shape optimization of shells / M. Rynkovskaya, E. Ermakova // Vietnam Journal of Science and Technology. – 2024. – Vol.62. – Pp. 184-194.

6. Ermakova, E. Shape optimization of the cylindrical shell with three types of directrix curves / E. Ermakova, M. Rynkovskaya // Structures. – 2024. – Vol. 64. – P. 10.

### **Публикации в сборниках трудов конференций (Scopus):**

7. Ermakova, E., Rynkovskaya, M. Using Shape Optimization Settings in Comsol Multiphysics for Efficient Structural Design of Shells / E. Ermakova, M. Rynkovskaya // Shell and Spatial Structures. IWSS 2023. Lecture Notes in Civil Engineering. – 2023. – Pp. 427-435.

8. Ermakova, E.V. Gridshell Structures in Moscow: A Review of Design, Construction, and Applications / L.N. Somarriba Sokolova, E.V. Ermakova // E3S Web of Conferences. – 2023. – Vol. 457. – P. 11.

### **Публикации в сборниках трудов конференций:**

9. Ермакова, Е.В. Оптимизация формы оболочек в Comsol Multiphysics / Е.В. Ермакова, М.И. Рынковская // Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений: Тезисы докладов VIII-го международного симпозиума / ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет». – Тамбов, Изд-во ИП Чеснокова А.В., 2023. – 436 с.

**Публикации, опубликованные ранее пятилетнего периода:**

10. Ермакова, Е.В. Формирование пластики оболочек в концертном зале / Е.В. Ермакова, М.И. Рынковская // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. – 2019. – Т. 3. – № 49. – С. 53-61.

11. Ermakova, E.V. Helical surfaces and their application in engineering design / L.N. Somarriba Sokolova, David Leonardo Rodriguez Infante, Jean Paul Vladimir, E.V. Ermakova // IJAST. – 2020. Vol.29(2). – Pp. 1839-1846.

**Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:**

12. Ермакова, Е.В. Оптимизация формы сферы по критерию энергии упругой деформации с использованием варьируемых параметров / Е.В. Ермакова // Свидетельство о государственной регистрации ЭВМ №2025693323. – 27.11.2025.

## **АННОТАЦИЯ ДИССЕРТАЦИИ**

**Ермакова Евгения Владимировна**

«Оптимизация формы тонких оболочек по критерию упругой энергии деформирования»

Диссертационная работа посвящена исследованию оптимизации формы тонких оболочек по критерию энергии упругой деформации параметрическим и градиентным методами с использованием варьируемых параметров максимального перемещения и радиуса фильтра. В рамках диссертационного исследования получены новые данные по проведению оптимизации формы поверхности вращения – сфера и линейчатых винтовых поверхностей – прямой и развертывающийся геликоид с использованием энергетического подхода. В работе также рассмотрены важные задачи уменьшения веса на примере сферической оболочки и повышения коэффициента безопасности конструкции при оптимизации формы. В результате проведения вычислительных экспериментов показано, что выбор параметров максимального перемещения и радиуса фильтра оказывает значительное влияние на конечный результат оптимизации формы оболочки. Методика, полученная автором диссертации, включает в себя описание расчетного процесса, блок-схему реализации математической модели в программе, а также алгоритм реализации расчета на ЭВМ.

## **ABSTRACT OF THE DISSERTATION**

**Ermakova Evgenia Vladimirovna**

«Shape optimization of thin shells according to the criterion of elastic strain energy minimization»

The thesis is devoted to the shape optimization of thin shells based on the strain energy criterion by the parametric and gradient method, employing maximum displacement and filter radius as variable parameters. As part of this dissertation research, new data were obtained on the shape optimization of rotational surfaces – specifically, spherical and ruled helical surfaces (straight and developable helicoids) – utilizing an energy-based approach. Furthermore, the dissertation addresses crucial weight reduction problems, exemplified by a spherical shell, and enhancement of the structural safety factor via shape optimization. Computational experiments demonstrate that the additional selection of maximum displacement and filter radius values has a significant impact on the final result of shell shape optimization. The author's developed methodology encompasses a description of the computational process, a flowchart illustrating the mathematical model's implementation, and the algorithm for the calculation's execution on a computer.