

ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Мамонова Антона Алексеевича **«Инволютивные алгоритмы вычисления базисов Грёбнера в приложении к исследованию модели Лотки–Вольтерры»**, представленной к защите в диссертационном совете ПДС 0200.006 при федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертация Мамонова Антона Алексеевича посвящена исследованию нелинейных моделей популяционной динамики. В центре внимания автора находятся вопросы исследования системы нелинейных уравнений, описывающих стационарные точки таких систем; для решения таких систем автор применяет методы компьютерной алгебры и машинного обучения.

Работа тщательно выполнена и производит благоприятное впечатление продуманностью программной реализации. Вместе с тем к автореферату и диссертации есть ряд замечаний по постановке экспериментов и интерпретации численных результатов.

1. В разделе 4.3 автор классифицирует задачи вычисления базиса Грёбнера по времени вычислений, используя «внешние характеристики» (размерность, число мономов, сумму степеней и т.д.). Приводимые коэффициенты корреляции 0,3–0,4 слабы, а для классификации по наличию решения (табл. 9–12) не превышают 0,5. Для содержательных выводов нужна выборка из тысяч тестов, а не из 135, из которых лишь 100 доведены до конца: даже в специализированных работах по машинному обучению для базисов Грёбнера (Kera, Iwami, «Learning to Compute Gröbner Bases», NeurIPS 2023) сопоставимая по скудости признаков регрессия даёт $R^2 \approx 0,4$, тогда как устойчивые предсказания ($R^2 > 0,9$) получены лишь на выборках из многих тысяч примеров. Статистических тестов значимости и доверительных интервалов автор не приводит. Стоило бы применить кросс-валидацию и более выразительные модели – например, из работы «Learning Fast Monomial Orders for Gröbner Basis Computations» – на выборке, расширенной предложенным самим автором в п. 4.4.1 приёмом замены переменных.

2. Задача предсказания времени вычисления базиса Грёбнера давно ставилась в литературе: для алгоритмов F4/F5 разработаны метрики разреженности (sparsity), в криптографии для оценки сложности систем используют степень регулярности (Castelnuovo–Mumford regularity). Автор не сравнивает свои «внешние характеристики» с

этими метриками количественно. Кроме того, используемые им семейства тестов (cyclic, есо, reimer, katsura) входят в куда более широкий общепринятый бенчмарк, на котором строится сравнение таких систем, как msolve, OpenF4, Singular, Maple и Groebner.jl; явное позиционирование работы относительно этой традиции усилило бы её.

3. В разделе 4.2.3 автор утверждает, что перестановки переменных ускоряют вычисления в 2–5 раз, но приводит в качестве примера тест cassou (табл. 5), выполняющийся тысячные доли секунды, – на таком масштабе определяют результат скорее системные шумы, чем алгоритмическая сложность. Гипотезу следовало проверить на «тяжёлых» тестах вроде cyclic6 или есо9 (табл. 1), с усреднением по нескольким запускам.

4. Сравнение GInv/GInvDist ограничено встроенным в Sage алгоритмом buchberger_improved, тогда как сложившийся сегодня круг эталонных реализаций – msolve, OpenF4, Singular, Groebner.jl – тестируется на тех же семействах примеров, что использует и автор. Без такого сопоставления нельзя отделить эффект инволютивного деления от эффекта качества конкретной реализации: GInvDist – преимущественно Python-программа с частичным ядром на C++/Cython, а buchberger_improved – давно оптимизированная процедура. Поэтому вывод раздела 3.3 о двукратном превосходстве GInv «в среднем по всем тестам» нуждается в дополнительном обосновании.

5. Автор сам отмечает (раздел 4.2.1) неустойчивость Sage: время выполнения одного и того же теста без изменения команд может составлять от долей секунды до часов. Тем не менее в большинстве таблиц (1, 3, разделы 4.2–4.3) приводится, по-видимому, единственный запуск, и лишь эксперимент с перестановками явно усреднён по нескольким попыткам. По той же причине вызывает сомнение выбор порогов классификации (300 и 3000 секунд, раздел 4.3.3): они подобраны «эмпирически, как дающие наибольшую корреляцию» – на тех же данных, на которых затем эта корреляция сообщается, что завышает и без того слабый результат. Следовало бы фиксировать порог и обученную модель на одной части выборки, а проверять на отложенной.

6. Ряд выводов опирается на единичные измерения. Сравнение GInv и Sage для нелинейного осциллятора (раздел 3.2.3) – ускорение в 4,73 раза при $N=5$ – не повторено и не исследовано при промежуточных N и шаге дискретизации, однако из него сделан общий вывод о кратном росте эффективности инволютивного алгоритма. Аналогично, аномалия теста hairer2 (табл. 3), где простая размерность (13) резко замедляет вычисления при $<degrevlex$, объясняется «популярным предположением» о роли простоты размерности, но проверена лишь на одном примере внутри одного семейства и остаётся анекдотическим наблюдением.

В целом можно рекомендовать: расширить тестовую базу и сопоставить её с сериями Cyclic-n, Katsura-n, Eco-n, Henrion, Noon, Reimer; сравнить GInv с msolve, OpenF4, Singular или Groebner.jl; перейти от простых корреляций к моделям с кросс-валидацией и отложенной выборкой; систематически усреднять временные измерения с учётом отмеченной автором нестабильности Sage.

Несмотря на эти недостатки, считаю, что автореферат корректно отражает содержание диссертации, а сама диссертационная работа «Инволютивные алгоритмы вычисления базисов Грёбнера в приложении к исследованию модели Лотки–Вольтерры» полностью соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемых к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Кандидат физико-математических наук (специальность 2.3.5 – «Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей»), заведующий лабораторией 74 «Технологии анализа и контролируемого синтеза текстов» ФИЦ ИУ РАН Девяткин Дмитрий Алексеевич.



«8» сентября 2026 г.

Федеральное государственное учреждение Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук

119333, Российская Федерация, г. Москва, ул. Вавилова, д.44, кор.2.

тел. +7 (499) 135-62-60

Email: frccsc@frccsc.ru.

Подпись Д.А. Девяткина удостоверяю.



Отзыв

на автореферат диссертации Мамонова Антона Алексеевича «Инволютивные алгоритмы вычисления базисов Грёбнера в приложении к исследованию модели Лотки–Вольтерры», представленной к защите в диссертационном совете ПДС 0200.006 при федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертация Мамонова Антона Алексеевича посвящена исследованию нелинейных моделей популяционной динамики – нахождения их стационарных и периодических режимов. В центре внимания автора находятся вопросы исследования системы нелинейных уравнений, описывающих стационарные точки таких систем и т.п. При этом теоретические вопросы решения таких систем рассматриваются весьма подробно и в столь общем виде, который кажется несколько излишним для целей рассматриваемой работы. Следует отметить, что в качестве инструмента для решения таких систем автор использует отечественную систему компьютерной алгебры GInv, которую разрабатывают в СГУ.

В разделе 1.2.2 автор демонстрирует нахождение базиса Гребнера для четырехмерной модели и находит 8 точек равновесия, что является прямым применением функции `variety()` в Sage. Эта тривиальная операция не содержит в себе научной новизны, а лишь демонстрирует стандартный функционал СКА. Чтобы работа имела научную ценность, следовало бы:

- Провести исследование устойчивости найденных точек (анализ матрицы Якоби).
- Использовать базис Гребнера не просто для нахождения точек, а для исключения переменных и получения полиномиального уравнения для одной из них, что демонстрирует силу метода.
- Сравнить точность полученных результатов с результатами Васильевой (канд. дисс., РУДН, 2026), показав, что алгебраический метод дает точность, недостижимую для численных методов.

В разделе 1.3.3 автор строит полиномиальный идеал для схемы средней точки, но не анализирует структуру полученного базиса Гребнера. Например, какова размерность полученного базиса? Является ли он нульмерным (то есть имеет конечное число решений)? Автор просто находит время выполнения. Более содержательным было бы:

- Показать, что после построения базиса Гребнера решение для T сводится к нахождению корней одномерного полинома.
- Использовать найденные решения для построения фазовых портретов и сравнения их

с классическими, что подтвердило бы корректность метода.

Несмотря на эти недостатки, считаю, что автореферат корректно отражает содержание диссертации, а сама диссертационная работа «**Инволютивные алгоритмы вычисления базисов Грёбнера в приложении к исследованию модели Лотки–Вольтерры**» полностью соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Кандидат физико-математических наук (специальность 01.01.03 — «Математическая физика»), доцент кафедры математики физического факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова

Могилевский И.Е.

«11» сентября 2026 г.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова»

119991, Российская Федерация, г. Москва, Ленинские горы, д. 1.

тел. +7 (495) 939-10-00

Email: info@rector.msu.ru.

Подпись Могилевского И.Е. заверяю

Ведущий специалист
по кадрам

Корниевская Р.М.



ОТЗЫВ

на автореферат диссертации

Мамонова Антона Алексеевича на тему

«Инволютивные алгоритмы вычисления базисов Грёбнера в приложении к исследованию модели Лотки–Вольтерры», представленной к защите в ПДС 0200.006 при Российском университете дружбы народов им. Патриса Лумумбы на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертационная работа Мамонова Антона Алексеевича посвящена актуальной задаче разработки эффективного метода для исследования нелинейных математических моделей популяционной динамики на основе алгоритма вычисления базиса Грёбнера, реализованного в программном комплексе GInvDist. Этот программный комплекс объединяет систему компьютерной алгебры GInv с системой тестирования, оценки времени работы и подбора оптимальных параметров. Рассмотрено влияние мономиального упорядочения на вычислительную сложность. Показано, что разработанная система эффективна для поиска стационарных и периодических режимов многовидовой модели конкуренции и миграции. Полученные результаты также могут применяться для решения других задач, связанных с вычислением базиса Грёбнера, не ограничиваясь моделями популяционной динамики. В частности, это иллюстрирует возможность быстрого поиска периодических решений динамических систем по методу Кагана, вовлекающего вычисление базиса Грёбнера.

Публикации автора, включая статьи в рецензируемых журналах, вполне освещают полученные результаты и подтверждают высокий уровень исследования.

Автореферат отражает содержание диссертационной работы, цели и задачи, научную новизну и практическую значимость.

К сожалению, в автореферате допущены неточности:

- В нескольких местах непарные кавычки затрудняют чтение.
- На стр. 4 сказано: «от системы уравнений переходят к порожденному ей идеалу». Очевидно, идеал порождается не системой уравнений, а многочленами.

- На стр. 5 сказано о базисе Грёбнера: «однако оценка его вычислительной сложности является экспоненциальной». Увы, в худшем случае время работы может быть больше.

Эти замечания не снижают качества выполненной работы и не влияют на соответствие работы предъявляемым требованиям.

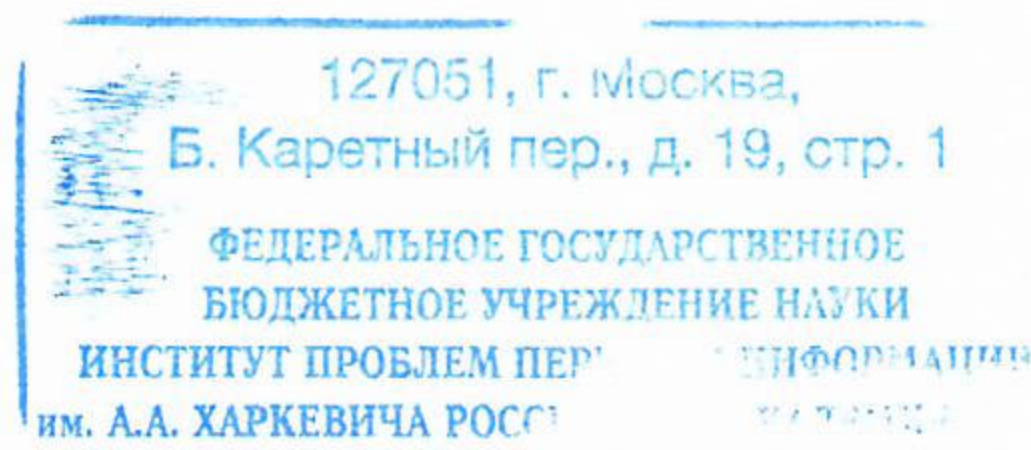
Судя по автореферату, диссертационное исследование Мамонова Антона Алексеевича является законченной научно-квалификационной работой, соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, а его автор, Мамонов Антон Алексеевич, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Селиверстов Александр Владиславович, кандидат физико-математических наук (05.13.17 — Теоретические основы информатики), ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук (ИППИ РАН).

E-mail: SLVSTV@iitp.ru.

13 августа 2026 г. Селиверстов /Селиверстов А. В./

Подпись Селиверстова А.В. удостоверяю



Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича
Российской академии наук (ИППИ РАН)
127051, г. Москва, Большой Каретный переулок, д.19 стр. 1.