

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА ПДС 0200.006  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО АВТОНОМНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ ИМЕНИ П. ЛУМУМБЫ»  
ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_  
решение диссертационного совета от 23 июня 2023, протокол № 11

О присуждении Белову Александру Александровичу, **гражданину Российской Федерации**, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Обобщение метода конечных разностей на задачи с особенностями в решении» по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ в виде рукописи принята к защите 4 апреля 2023 г., протокол № 6 диссертационным советом ПДС 0200.006 Федерального государственного автономного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН) Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6.; приказ от 24 октября 2022 года № 599).

Соискатель, Белов Александр Александрович, 1991 года рождения, в 2013 году окончил с отличием физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова по специальности «Физика». В 2017 году окончил аспирантуру физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова по направлению «Информатика и вычислительная техника».

В 2017 году в диссертационном совете Федерального исследовательского центра Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему «Экономичные методы расчета жестких задач в моделях кинетики, теплопроводности, диффузии» по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» под научным руководством чл.-корр. РАН Н.Н. Калиткина.

В период подготовки диссертации являлся доцентом кафедры прикладной информатики и теории вероятностей факультета физико-математических и естественных наук РУДН, где и работает по настоящее время.

Диссертация выполнена на кафедре Прикладной информатики и теории вероятностей факультета физико-математических и естественных наук Федерального государственного автономного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени П. Лумумбы» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный консультант – доктор физико-математических наук, профессор Севастьянов Леонид Антонович, профессор кафедры прикладной информатики и теории вероятностей факультета физико-математических и естественных наук РУДН. Официальные оппоненты:

– **Алфимов Георгий Леонидович**, гражданин РФ, доктор физико-математических наук (специальность 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессор, профессор кафедры «Высшая математика № 1», ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники».

– **Блинков Юрий Анатольевич**, гражданин РФ, доктор физико-математических наук (специальность 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»), доцент, заведующий кафедрой математического и компьютерного моделирования, ФГАОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского».

– **Цирулев Александр Николаевич**, гражданин РФ, доктор физико-математических наук (специальность 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»), доцент, профессор кафедры общей математики и математической физики, ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет».

– **Чулуунбаатар Очбадрах**, гражданин Монголии, доктор физико-математических наук (специальность 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»), академик Монгольской академии наук, заместитель директора Лаборатории информационных технологий, Объединенный институт ядерных исследований.

дали положительные отзывы о диссертации.

В заключении отзывов оппонентов указано, что диссертационная работа соответствует требованиям п.2.1 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов», утвержденного Ученым советом РУДН 23.09.2019г., протокол №12, а ее автор, Белов Александр Александрович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

Соискатель имеет 32 опубликованных работы по теме диссертации, 9 из которых изданы в журналах, рекомендованных «Перечнем РУДН» и «Перечнем ВАК», 22 — в периодических научных журналах, индексируемых международных базах данных Web of Science и Scopus, 2 свидетельства о государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ за номерами № 2022663076 от 11.07.2022 и № 2022661873 от 28.06.2022. Общий объем публикаций 25 п.л. Авторский вклад — 87 %.

Наиболее значимые публикации:

• в изданиях, входящих в международную базу цитирования Scopus/WoS:

1. А.А. Belov, Zh.O. Dombrovskaya. The Optical Path Method for the Problem of Oblique Incidence of a Plane Electromagnetic Wave on a Plane-Parallel Scatterer // Mathematics. —

2023. Vol. 11. – No. 2. – P. 466.

2. A.A. Belov, N.N. Kalitkin. Numerical Integration of a Cauchy Problem Whose Solution Has Integer-Order Poles on the Real Axis // *Differential equations*. – 2022. – Vol. 58, No. 6. – P. 813-833.

3. A.A. Belov, Zh.O. Dombrovskaya. Bicomact finite-difference scheme for Maxwell equations in layered media // *Doklady Math*. – 2020 – Vol. 101, No. 3. – P. 185-188.

4. A.A. Belov, N.N. Kalitkin. The reciprocal function method for Cauchy problems with first order poles // *Doklady Math*. – 2020 – Vol. 101, No. 2 – P. 165-168.

5. A.A. Belov, N.N. Kalitkin, P.E. Bulatov, E.K. Zholkovskii. Explicit Methods for Integrating Stiff Cauchy Problems // *Doklady Math*. – 2019 – Vol. 99, No. 2. – P. 230-234.

6. A.A. Belov Numerical detection and study of singularities in solutions of differential equations // *Doklady Math* – 2016 – Vol. 93, No. 3 – P. 334-338.

7. A.A. Belov, N.N. Kalitkin, I.P. Poshivaylo. Geometrically adaptive grids for stiff Cauchy problems // *Doklady Math*. – 2016 – Vol. 93, No. 1. – P. 112-116.

• в изданиях из списков РУДН и ВАК РФ:

8. A.A. Belov, N.N. Kalitkin. Numerical solution of Cauchy problems with multiple poles of integer order // *Discrete & Continuous Models & Applied Computational Science*. – 2022. – Vol. 30, no. 2. – P. 127-136.

На диссертацию и автореферат диссертации поступили положительные, не содержащие критических замечаний отзывы, от:

• **Аристовой Елены Николаевны**, гражданки РФ, доктора физико-математических наук (специальность 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), старшего научного сотрудника, заведующей сектором кинетических уравнений ФГУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН». В отзыве дана положительная оценка диссертации. Сформулированы замечания, касающиеся задачи кинетики реакций (целесообразность рассмотрения неизотермической постановки и подробного описания алгоритма составления правых частей соответствующей системы ОДУ) и задач для системы уравнений Максвелла (целесообразность использования преобразования Лапласа, проведение расчетов тестовых задач различными методами в единообразной постановке).

• **Галанина Михаила Павловича**, гражданина РФ, доктора физико-математических наук (специальность 05.13.16 – Применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях), профессора, главного научного сотрудника ФГУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН». В отзыве дана положительная оценка диссертации в целом и даны рекомендации подробнее описать процедуру вычисления среднеквадратичной метрики Хаусдорфа и результаты, относящиеся к кинетике реакций.

• **Земляной Елены Валериевны**, гражданки РФ, доктора физико-математических наук (специальность 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), начальника сектора № 4 Научного

отдела вычислительной физики Лаборатории информационных технологий им. М.Г. Мещерякова Объединенного института ядерных исследований. В отзыве дана положительная оценка диссертации в целом и отмечены некоторые терминологические замечания.

- **Полякова Петра Александровича**, гражданина РФ, доктора физико-математических наук (специальность 01.04.02 — Теоретическая физика), профессора, профессора кафедры общей физики физического факультета МГУ. В отзыве дана положительная оценка диссертации и указана новизна предложенных подходов (метод геометрически-адаптивного выбора шага, метод инверсной функции, бикомпактные схемы для системы уравнений Максвелла). Замечаний нет.

- **Мележика Владимира Степановича**, гражданина РФ, доктора физико-математических наук (специальность 01.04.02 — Теоретическая физика), ведущего научного сотрудника Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований. В отзыве дана положительная оценка диссертации в целом. В качестве замечания отмечена целесообразность привести поясняющую иллюстрацию к постановкам задач для системы уравнений Максвелла, а также наличие опечаток.

- **Яголы Анатолия Григорьевича**, гражданина РФ, доктора физико-математических наук (специальность 01.04.02 — Теоретическая физика), профессора, профессора кафедры математики физического факультета МГУ. В отзыве дана положительная оценка диссертации в целом и отмечена ее ярко выраженная практическая направленность.

Выбор официальных оппонентов обосновывается их высокой квалификацией, наличием научных трудов и публикаций, соответствующих теме оппонируемой диссертации.

Обоснованность выбора оппонентов:

**Алфимов Георгий Леонидович** является крупным специалистом в области дифференциальных уравнений, в сфере его научных интересов находятся задачи для дифференциальных уравнений с сингулярностями, что является одним из важных аспектов диссертационного исследования соискателя. Основные публикации Алфимова Г.Л. по тематике диссертационного исследования:

1. D.A. Zezyulin, A.O. Slobodyanyuk, G.L. Alfimov. On nonexistence of continuous families of stationary nonlinear modes for a class of complex potentials // *Studies in Applied Mathematics*. 2022. Vol. 148, Issue 1, P. 99-12.
2. G. L. Alfimov, P.P. Kizin, and D.A. Zezyulin. Gap solitons for the repulsive Gross-Pitaevskii equation with periodic potential: coding and method for computation // *Discr. Cont. Dynam. Syst. Ser. B*. 2017 Vol. 22, P. 1207-1229.
3. G. L. Alfimov, A. P. Fedotov, D. I. Sinelshchikov. Determination of the blow up point for complex nonautonomous ODE with cubic nonlinearity // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2020. Vol. 402. Art.132245.

**Блинков Юрий Анатольевич** является крупным специалистом в области вычислительной математики и математического моделирования волновых

процессов, в сфере его научных интересов находятся вопросы построения новых консервативных разностных схем для различных задач, что является одним из важных аспектов диссертационного исследования соискателя. Основные публикации Блинкова Ю.А. по тематике диссертационного исследования:

1. Zhang X., Gerdt V.P., Blinkov Y.A. Algebraic construction of a strongly consistent, permutationally symmetric and conservative difference scheme for 3D steady stokes flow. *Symmetry*, 2019, vol. 11, no. 2 # 269. 15 p.

2. Могилевич Л.И., Блинков Ю.А., Иванов С.В. Волны деформации в нелинейных соосных оболочках, заполненных вязкой несжимаемой жидкостью // *Акустический журнал*. 2021. Т. 67. № 5. С. 467-474.

3. Могилевич Л.И., Блинков Ю.А., Иванов С.В., Попов В.С., Кондратов Д.В. Волны деформации в двух соосных, физически нелинейных оболочках с конструкционным демпфированием, взаимодействующих с окружающей средой и заполненных жидкостью // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение»*. 2022. № 3(140). С. 34-60.

**Цирулев Александр Николаевич** является крупным специалистом в области математического моделирования и математической физики, в сфере его научных интересов находятся алгоритмы численного интегрирования плохо обусловленных задач Коши, что является одним из важных аспектов диссертационного исследования соискателя. Основные публикации Цирулева А.Н. по тематике диссертационного исследования:

1. Ju.V. Tchemarina, E.G. Alekseeva, A.N. Tsirulev and N.K. Nuraliev. Nonstationary self-gravitating configurations of scalar and electromagnetic fields//*Journal of Physics* 2019, V. 1390, No 1, 012099, 7pp

2. I.M. Potashov, Ju.V. Tchemarina and A.N. Tsirulev. Geodesic motion near self-gravitating scalar field configurations//*Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science*, 2019, V. 27. No 3, pp. 231-241.

3. I.M. Potashov, Ju.V. Tchemarina, A.N. Tsirulev. Null and Timelike Geodesics near the Throats of Phantom Scalar Field Wormholes // *Universe*, 2020, V. 6, No 10, 183

**Чулуунбаатар Очбадрах** является крупным специалистом в области вычислительной математики и математического моделирования, в сфере его научных интересов находятся вопросы построения новых разностных схем повышенной точности для различных задач, что является одним из важных аспектов диссертационного исследования соискателя. Основные публикации Чулуунбаатара О. по тематике диссертационного исследования:

1. O. Chuluunbaatar, S. Houamer, Yu.V. Popov, I.P. Volobuev, M. Kircher, R. Dörner, Compton double ionization of the helium atom: Can it be a method of dynamical spectroscopy of ground state electron correlation? *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, V. 278, 2022, P. 108020, DOI: 10.1016/j.jqsrt.2021.108020.

2. Chuluunbaatar G., Gusev A., Vinitzky S., Chuluunbaatar O., Gerdt V., Derbov V., Hai L.L. A MAPLE implementation of the finite element method for solving boundary-value problems for systems of second-order ordinary differential equations //

Communications in Computer and Information Science. 2021. V. 1414. pp. 152-166. DOI: 10.1007/978-3-030-81698-8\_11

3. Жанлав Т., Отгондорж Х., Чулуунбаатар О. Семейства оптимальных двух- и трехточечных итераций, не содержащих производные для решения нелинейных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2019. – Т. 59, № 6. – С. 920-936.

**Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:**

*Предложены:*

- Метод построения квазиравномерных сеток – геометрически-адаптивных сеток – на основе оригинального подхода к выбору шага по кривизне интегральной кривой.
- Специальная явная схема второго порядка точности для расчетов кинетики реакций, обеспечивающая положительность решения.
- Метод обнаружения и исследования алгебраических особых точек и логарифмических полюсов для систем ОДУ, который позволяет рассчитывать параметры особенности с апостериорной асимптотически точной оценкой погрешности.
- Метод обобщенной инверсной функции для решения задачи Коши для систем ОДУ с последовательностью алгебраических особых точек целого порядка.
- Бикompактная схема для системы стационарных и нестационарных одномерных уравнений Максвелла.
- Метод интегрирования уравнений Максвелла вдоль оптического луча, позволяющий решать по одномерным бикompактным схемам двумерную задачу о наклонном падении плоской волны на систему плоскопараллельных пластин.

*Построены:*

- Процедура сгущения геометрически-адаптивных сеток, позволяющая применять метод Ричардсона и находить апостериорную оценку погрешности полученного решения.
- Экономичные методы вычисления кривизны для расчетов по явным схемам на геометрически-адаптивных сетках.
- Тестовые задачи с обобщенными точными решениями для системы одномерных уравнений Максвелла.

*Доказаны:*

- Теорема об оптимальности геометрически адаптивных сеток для схемы Эйлера в смысле среднеквадратичной метрики Хаусдорфа.
- Теоремы, обосновывающие метод инверсной функции.
- Теоремы, обосновывающие метод исследования подвижных особых точек в решениях ОДУ.
- Теоремы о сходимости стационарной и нестационарной бикompактных схем

для системы одномерных уравнений Максвелла.

*Реализованы:*

- Проблемно-ориентированные пакеты программ на основе предложенных методов.

*Исследованы:*

- Границы применимости сеточных методов и методов разложения по малому параметру для решения жестких задач Коши для ОДУ.
- Динамика поверхностной волны Блоха в одномерном диэлектрическом фотонном кристалле в зависимости от толщин слоев фотонного кристалла.
- Точность метода оптических путей в случае прозрачных и поглощающих сред.

*Проведены*

- Апробация предложенных методов на представительных тестовых задачах с известным точным решением.
- Расчеты спектров отражения реальных одномерных фотонных кристаллов; выполнено сравнение результатов расчета с известными экспериментальными спектрами.
- Расчеты реальной задачи о формировании поверхностной волны Блоха при наклонном падении импульса на одномерный диэлектрический фотонный кристалл.
- Сравнение геометрически адаптивных сеток и традиционных алгоритмов выбора шага, основанных на локальном сгущении и вложенных схемах.
- Сравнение бикомпактных схем для системы уравнений Максвелла с методом конечных элементов в частотной области для стационарных задач и схемой «с перешагиванием» для нестационарных задач.

**Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:**

- Предложенные математические методы качественно превосходят по точности, надежности и экономичности ранее известные алгоритмы.
- Результаты, полученные в работе, расширяют область приложения метода конечных разностей.
- Геометрически адаптивные сетки являются первым алгоритмом адаптивного выбора шага, который одновременно с решением дает асимптотически точную оценку его погрешности.
- Метод спектрального разложения является принципиально новым алгоритмом составления разностных схем для гиперболических задач в линейных диспергирующих средах.

**Значение полученных соискателем результатов исследования для практики подтверждается тем, что:**

- Геометрически-адаптивные сетки являются надежным методом расчета жестких задач Коши для ОДУ.
- Методы диагностики сингулярностей и расчета задач со множественными

полюсами являются надежным инструментом для исследования задач с разрушением решения.

- Построенные методы решения уравнений Максвелла применимы к широкому кругу задач электродинамики слоистых сред.
- Полученные в диссертации результаты уже используются в ведущих российских научных организациях (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, РУДН).

**Оценка достоверности результатов исследования выявила:**

- Предложенные методы проверялись на представительных тестовых задачах с известным точным решением. В ходе расчетов непосредственно проверялась сходимость численного решения к точному, а также контролировалось соответствие фактического порядка точности теоретическому.
- Расчеты по предложенным алгоритмам сравнивались с расчетами по другим широко известным методам либо с доступными результатами натурального эксперимента.
- Результаты работы достаточно полно представлены в публикациях в авторитетных рецензируемых изданиях. Также они достаточно полно докладывались на профильных конференциях и на научных семинарах.

**Личный вклад соискателя** состоит в следующем. Все результаты диссертации, выносимые на защиту, получены автором лично. В работах, опубликованных в соавторстве, вклад соискателя является определяющим.

Диссертационное исследование Белова Александра Александровича является законченной научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований решена важная проблема создания новых подходов к исследованию моделей с вычислительными особенностями и обобщения метода конечных разностей для них: моделей кинетики реакций, описываемых жёсткими задачами Коши для ОДУ, моделей, описываемых задачами Коши с сингулярностями в решении (включая модели, описываемые уравнениями в частных производных), задач для системы одномерных уравнений Максвелла в слоистых средах с частотной дисперсией.

Заключение диссертационного совета подготовлено доктором физико-математических наук, профессором, профессором Института физических исследований и технологий факультета физико-математических и естественных наук федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени П. Лумумбы» Ю.П. Рыбаковым, доктором физико-математических наук, профессором, главным научным сотрудником федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН О.В. Дружининой, доктором физико-математических наук, доцентом, профессором кафедры квантовой статистики и теории поля федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Е.Е. Перепелкиным.



На заседании 23 июня 2023 г. диссертационный совет принял решение присудить Белову Александру Александровичу ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 12 человек, из них 7 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 15 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 12, против – 0, недействительных бюллетеней – 0.

Председательствующий на заседании:  
заместитель председателя диссертационного  
совета ПДС 0200.006, доктор  
физико-математических наук, профессор

  
Кулябов Д. С.

Учёный секретарь диссертационного совета  
ПДС 0200.006, кандидат физико-  
математических наук, доцент

  
Демидова А. В.

«23» июня 2023 г.

