

На правах рукописи

Маслов Александр Русланович

**МЕТОД АНАЛИЗА РЕСУРСНОЙ МОДЕЛИ С СИГНАЛАМИ И
ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К РАСЧЕТУ ПОКАЗАТЕЛЕЙ
ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ МОБИЛЬНОЙ
СЕТИ**

Специальность 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2025

Работа выполнена на кафедре теории вероятностей и кибербезопасности Российского университета дружбы народов имени Патриса Лумумбы.

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теории вероятностей и кибербезопасности Российского университета дружбы народов имени Патриса Лумумбы
Сопин Эдуард Сергеевич

Официальные оппоненты: **Семёнова Ольга Валерьевна**, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт проблем управления» им. В.А. Трапезникова РАН
Пауль Светлана Владимировна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет»
Степанов Михаил Сергеевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры сетей связи и систем коммутации Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский технический университет связи и информатики»

Защита диссертации состоится 24 октября 2025 г. 14:00 на заседании диссертационного совета ПДС 0200.006 при Российском университете дружбы народов имени Патриса Лумумбы по адресу: г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 214.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов имени Патриса Лумумбы по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6 (Отзывы на автореферат просьба направлять по указанному адресу.)

Автореферат разослан «__» _____ 2025 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
канд. физ-мат. наук, доц.



М.Н. Геворкян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Ресурсные системы представляют собой системы массового обслуживания, в которых заявкам для обслуживания требуется прибор и случайный объём ресурса, который определяется заданным вероятностным распределением. В последние несколько лет они стали широко применяться при анализе показателей эффективности систем мобильной связи пятого и шестого поколений, в которых частотно-временные ресурсы системы ограничены, а требования к ним со стороны сессий передачи данных имеют стохастическую природу. Для современных высокочастотных сотовых систем связи, использующих миллиметровые или терагерцовые диапазоны частот, характерны резкие колебания качества радиоканала, вызванные блокировками пути прямого распространения сигнала, которые могут приводить к резкому изменению в несколько раз требований к ресурсам и даже к прерыванию сессии. Для принятия во внимание этой особенности высокочастотных сетей ресурсные системы массового обслуживания (РеСМО) были дополнены так называемыми сигналами. Поступление сигнала в модели инициирует изменение требования заявки к ресурсу. Другими словами, заявка освобождает занятый ранее объём ресурса и пытается занять новый объём согласно изменившемуся требованию для продолжения обслуживания.

При этом для РеСМО с сигналами, в отличие от классической РеСМО без сигналов, не было предложено никакого аналитического решения. В результате, распределение стационарных вероятностей приходится получать путём численного решения системы уравнений равновесия. Но из-за того, что пространство состояний системы, как правило, довольно большое, возникает проблема вычислительной сложности подобных решений. Поэтому разработка методов приближенного расчета стационарных характеристик РеСМО с сигналами является актуальной задачей.

Применяя модели РеСМО для анализа показателей эффективности высокочастотных сетей, необходимо также учитывать реалистичное поведение

пользователей в случае отказа соединения или прерывания сессии. В таких случаях нередко пользователи совершают новую попытку установить соединение, что приводит к возникновению эффекта повторных вызовов. Таким образом, разработка и анализ модели РеСМО с сигналами и повторными вызовами также является актуальной задачей.

Степень разработанности темы. Анализ вероятностных характеристик систем массового обслуживания с сигналами и орбитой проведён с помощью аппарата теории вероятностей, теории массового обслуживания, теории случайных процессов, теории телетрафика. К российским учёным, исследователям, внёсшим большой вклад в эти области, относятся Г.П. Башарин, П.П. Бочаров, В.М. Вишневский, Ю.В. Гайдамака, А.Н. Дудин, А.И. Зейфман, Гольдштейн Б.С., А.Е. Кучерявый, Е.А. Кучерявый, А.Н. Моисеев, С.П. Моисеева, Д.А. Молчанов, А.А. Назаров, В.А. Наумов, А.П. Пшеничников, В.В. Рыков, К.Е. Самуйлов, С.Н. Степанов, М.С. Степанов, И.И. Цитович, С.Я. Шоргин и др., а к зарубежным – M. Dohler, J.G. Andrews, F.P. Kelly, V.B. Iversen, L. Kleinrock, E. Gelenbe, Luis M Correia, K.W. Ross, J. R. Artalejo, T. Phung Duc и др.

Цели и задачи исследования

Целью диссертационной работы является разработка и анализ ресурсной модели с сигналами и повторными вызовами для расчёта вероятностных характеристик высокочастотной мобильной сети.

Для достижения цели в диссертационной работе решаются следующие **задачи**:

1. Разработка марковской модели ресурсной системы массового обслуживания с дискретными требованиями к ресурсу и повторными вызовами.
2. Разработка метода приближённого расчета вероятностных характеристик ресурсной системы массового обслуживания с сигналами.
3. Разработка модели обслуживания сессий в высокочастотной мобильной сети с учётом повторных вызовов из-за нехватки ресурсов.

Научная новизна диссертационной работы:

1. В РеСМО с повторными вызовами, в отличие от известных, было учтено снижение требований к ресурсам при повторной попытке поступления на обслуживание. Случайные величины требований заявок, поступающих с орбиты, определяются отличным от исходного распределением с меньшим математическим ожиданием.
2. В аналитическом виде получено стационарное распределение экспоненциальной РеСМО с дискретными требованиями к ресурсу по цепи Маркова, вложенной по моментам окончания обслуживания. Показано, что распределение по цепи отличается от распределения по времени не только нормирующей константой, но также дополнительным множителем, зависящим от состояния системы.
3. Проведён анализ вероятностно-временных характеристик РеСМО с дискретными требованиями к ограниченному ресурсу и повторными вызовами. Ранее подобные системы не рассматривались. Получены формулы для ряда вероятностных характеристик модели, таких как вероятность обслуживания без ожидания, вероятность прерывания обслуживания и другие.

Теоретическая и практическая значимость работы. Полученные в диссертационной работе результаты могут быть использованы операторами сетей связи и проектными телекоммуникационными компаниями для разработки оборудования для высокочастотных мобильных сетей.

Разработанные математические модели, приближённый анализ которых возможен благодаря разработанному методу, позволяют провести расчёт показателей эффективности высокочастотных мобильных сетей.

Результаты работы включены в исследования по гранту РФФИ №22-79-10128 «Алгоритмы и модели обеспечения показателей качества обслуживания в беспроводных гетерогенных сетях шестого поколения» и по системе грантовой

поддержки научных проектов РУДН 021937-2-000 «Модели математической теории телетрафика для анализа приоритетного обслуживания потокового и эластичного трафика в сетях новых поколений».

Методология и методы исследования. В диссертации применяются методы теории массового обслуживания, теории вероятностей, теории случайных процессов и математической теории телетрафика.

Положения, выносимые на защиту:

1. Для моделирования обслуживания сессий в беспроводной сети с учётом настойчивого поведения пользователей может быть использована ресурсная система массового обслуживания с повторными вызовами. Модель позволяет рассчитывать показатели эффективности обслуживания сессий.
2. Для приближенного анализа вероятностных характеристик ресурсной системы массового обслуживания с сигналами можно использовать модель без сигналов, но с дополнительным входящим потоком, интенсивность которого вычисляется итерационно. Для повышения точности расчета вероятностей потери и прерывания заявок использовано стационарное распределение цепи Маркова, вложенной по моментам окончания обслуживания заявок в ресурсной системе без сигналов.
3. Моделирование обслуживания сессий передачи данных в высокочастотной беспроводной сети с учетом настойчивого поведения пользователей может быть проведено при помощи ресурсной системы массового обслуживания с сигналами и повторными вызовами. Для приближенного расчета вероятностно-временных характеристик может быть использован метод, разработанный для ресурсных систем с сигналами.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность и обоснованность полученных результатов следует из строгих математических доказательств.

Апробация результатов. Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались на научных конференциях и семинарах:

- всероссийская конференция с международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем (ИТТММ)» (Россия, Москва, апрель 2023 г.);
- XIV всероссийское совещание по проблемам управления (Россия, Москва, июнь 2024 г.);
- международная конференция «Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN)» (Россия, Москва, сентябрь 2024 г.);
- научный межвузовский семинар «Современные телекоммуникации и математическая теория телетрафика» (Россия, Москва, апрель 2025 г.).

Основные результаты опубликованы в ведущих научных журналах – IEEE Communications Letters, IEEE Transactions on Wireless Communications, Информатика и её применения, Mathematics, Lecture Notes in Computer Science, а также в трудах всероссийских и международных конференций, индексируемых WoS (Web of Science) и Scopus.

Реализация результатов работы. Основные научные достижения, полученные в диссертации, использованы в совместных исследовательских мероприятиях в рамках сотрудничества РУДН, в исследованиях по грантам РНФ, в системе грантовой поддержки научных проектов РУДН.

Публикации. Основные результаты по теме диссертационного исследования изложены в 7 работах, в том числе в 5 изданиях, входящих в базы данных Scopus и WoS, в 2 свидетельствах о государственной регистрации программ для ЭВМ.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформированы цели и задачи исследований, представлено содержание основных результатов диссертации, дана характеристика результатов по главам, изложена научная новизна и практическая ценность.

В **первой главе** работы рассмотрены модели базовой станции мобильной сети с повторными вызовами, проведен обзор методов анализа РеСМО с сигналами и разработана ресурсная модель с повторными вызовами.

В *разделе 1.1* рассмотрены особенности возникновения неоднородности требований к ресурсам в сетях пятого и последующих поколений, проведен обзор методов вычисления распределения требований сессий передачи данных к частотно-временному ресурсу сети сотовой связи.

В *разделе 1.2* проведен обзор методов анализа РеСМО с сигналами. Приведен вывод системы уравнений равновесия, численное решение которой позволяет получить стационарное распределение. Представлены формулы для расчёта вероятностных характеристик системы с сигналами.

В *разделе 1.3* классическая ресурсная модель дополнена эффектом повторных вызовов. Она позволяет учитывать настойчивое поведение пользователей в случае блокировки доступа на обслуживание из-за нехватки ресурса.

Рассматривается ресурсная система массового обслуживания с N приборами, дискретным ресурсом ограниченной ёмкости в R единиц и орбитой ограниченной ёмкости, на которой помещаются максимум M заявок. В систему поступает пуассоновский поток заявок интенсивностью λ . Времена обслуживания заявок являются независимыми и распределены экспоненциально с параметром μ .

При поступлении новой заявки в систему ей требуется прибор и случайный объём ресурса, который, в свою очередь, также является независимым и имеет

вероятностное распределение $\{p_j\}$, $0 \leq j \leq R$. Если требования заявки к ресурсу могут быть удовлетворены и в системе имеется, по крайней мере, один свободный прибор, то заявка принимается на обслуживание. В ином случае заявка либо отправляется на орбиту с вероятностью θ , если максимальная ёмкость орбиты ещё не достигнута, либо покидает систему с вероятностью $1 - \theta$. По завершении обслуживания заявки освобождают занятый ими объем ресурса.

Интервалы времени, провидимые на орбите, являются независимыми и распределены экспоненциально с параметром α . Затем заявки вновь пытаются попасть на обслуживание. Заявки, поступающие с орбиты, далее будем называть повторными, а остальные заявки – первичными. Повторные заявки проходят через ту же процедуру доступа на обслуживание, что и первичные. При этом они не запоминают информацию об объёме ресурса, запрашиваемого ими на предыдущих итерациях, а каждый раз генерируют новое требование.

Рассматривается процесс $Y(t) = \{\xi(t), \varphi(t), \delta(t)\}$, где $\delta(t)$ является суммой требований к ресурсу всех заявок. Для марковизации процесса предполагается, что объем ресурса, освобождаемого заявкой по завершении обслуживания, не обязательно равен тому объёму, который она заняла в момент поступления, а определяется согласно байесовскому подходу. Т.е. если в системе находится n заявок, которые суммарно занимают r единиц ресурса, то покидающая систему заявка освободит k единиц ресурса с вероятностью $\frac{p_k p_{r-k}^{(n-1)}}{p_r^{(n)}}$, где $\{p_r^{(n)}\}$ является n -кратной сверткой распределения $\{p_j\}$, $0 \leq j \leq R$.

Стационарную вероятность состояния (n, m, r) стохастического процесса $Y(t)$ можно представить в виде

$$q(n, m, r) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = n, \varphi(t) = m, \delta(t) = r\}, \quad (1)$$
$$0 \leq n \leq N, 0 \leq m \leq M, 0 \leq r \leq R.$$

В диссертации получена система уравнений равновесия, численно решая которую вместе с условием нормировки, можно получить стационарное распределение (1).

Ключевой вероятностной характеристикой построенной модели является вероятность потери заявки π_N . Потеря заявки может произойти в случаях, а) если заявка покинет систему сразу после первой процедуры получения доступа на обслуживание, либо б) если заявка покинет систему после некоторого количества периодов ожидания на орбите. Вероятность первого события имеет вид

$$\begin{aligned} \pi_1 = & \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{r=1}^R \left(\sum_{m=0}^{M-1} (1-\theta)q(n, m, r) + q(n, M, r) \right) \sum_{j=R-r+1}^R p_j \\ & + \sum_{r=0}^R \left(\sum_{m=0}^{M-1} (1-\theta)q(N, m, r) + q(N, M, r) \right). \end{aligned} \quad (2)$$

В диссертации показано, что вероятность второго события может быть представлена в виде $\frac{\pi_2 \pi_3}{1-\pi_4}$, где π_2 – вероятность попадания на орбиту первичной заявки,

$$\pi_2 = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{r=1}^R \theta q(n, m, r) \sum_{j=R-r+1}^R p_j + \sum_{r=0}^R \sum_{m=0}^{M-1} \theta q(N, m, r), \quad (3)$$

а вероятности π_3 и π_4 – вероятности после попытки попасть на обслуживание покинуть систему или еще раз уйти орбиту соответственно. Эти вероятности могут быть вычислены как отношения соответствующих средних интенсивностей:

$$\pi_3 = \frac{(1-\theta)}{\bar{M}} \left(\sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^R m q(n, m, r) \sum_{j=R-r+1}^R p_j + \sum_{m=1}^M \sum_{r=0}^R m q(N, m, r) \right), \quad (4)$$

$$\pi_4 = \frac{\theta}{\bar{M}} \left(\sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^R m q(n, m, r) \sum_{j=R-r+1}^R p_j + \sum_{m=1}^M \sum_{r=0}^R m q(N, m, r) \right), \quad (5)$$

где $\bar{M}$ – среднее количество заявок на орбите. Таким образом доказано следующее утверждение.

Утверждение 1. Вероятность потери по времени π_N можно представить в виде:

$$\pi_N = \pi_1 + \frac{\pi_2 \pi_3}{1 - \pi_4}. \quad (6)$$

В разделе 1.4 сформулирована задача исследования.

Во второй главе разработан метод приближённого расчёта вероятностных характеристик РеСМО с сигналами. Особенностью метода является использование аналитического решения для стационарного распределения РеСМО без сигналов.

В разделе 2.1 получено стационарное распределение РеСМО без сигналов в моменты окончания обслуживания, получена формула вероятности потери при поступлении в момент ухода другой заявки и разработан сверточный алгоритм для быстрого вычисления этой вероятности.

Рассматривается марковский процесс $Y(t) = \{\xi(t), \delta(t)\}$, где $\xi(t)$ – количество заявок на обслуживании, а $\delta(t)$ – их суммарный объём, сохраняя предположения из раздела 1.3 об объеме ресурса, освобождаемого по окончании обслуживания. Пусть $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, \dots$ – моменты окончания обслуживания заявок. Тогда процесс $Y_n = \{\xi(\tau_n + 0), \delta(\tau_n + 0)\}$ является цепью Маркова, вложенной по моментам окончания обслуживания заявок. Пространство состояний Y_n имеет вид

$$\hat{S} = \bigcup_{n=0}^{N-1} \hat{S}_n; \quad \hat{S}_n = \{(n, r): 0 \leq r \leq R, p_r^{(n)} > 0; \exists j: r \leq j \leq R, p_j^{(n+1)} > 0\}. \quad (7)$$

Пусть $\beta_{n,r}(k, i)$ – вероятность того, что если в системе находятся n заявок на обслуживании с суммарным объёмом r единиц ресурса, за время до первого

обслуживания любой из заявок, в систему будут приняты ровно k новых заявок с суммарным объёмом i единиц ресурса. Вероятности $\beta_{n,r}(k, i)$ имеют вид:

$$\beta_{n,r}(k, i) = \sum_{i_1+i_2+\dots+i_k=i} \frac{\lambda p_{i_1}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-r} p_s + n\mu} \prod_{m=1}^{k-1} \left(\frac{\lambda p_{i_{m+1}}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-r-\sum_{t=1}^m i_t} p_s + (n+m)\mu} \right) \cdot \frac{(n+k)\mu}{\lambda \sum_{s=0}^{R-r-i} p_s + (n+k)\mu}, \quad 1 \leq k+n \leq N-1; \quad (8)$$

$$\beta_{n,r}(k, i) = \sum_{i_1+i_2+\dots+i_k=i} \frac{\lambda p_{i_1}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-r} p_s + n\mu} \prod_{m=1}^{k-1} \left(\frac{\lambda p_{i_{m+1}}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-r-\sum_{t=1}^m i_t} p_s + (n+m)\mu} \right), \quad k+n = N. \quad (9)$$

С использованием вероятностей $\beta_{n,r}(k, i)$ выводится система уравнений равновесия:

$$\hat{q}_0 = \hat{q}_0 \sum_{j=0}^R p_j \beta_{1,j}(0,0) + \sum_{j=0}^R \hat{q}_1(j) \beta_{1,j}(0,0); \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \hat{q}_n(r) = & \hat{q}_0 \sum_{j=0}^R p_j \sum_{i=0}^{R-j} \beta_{1,j}(n, i) \frac{p_{j+i-r} p_r^{(n)}}{p_{j+i}^{(n+1)}} + \sum_{j=0}^R \hat{q}_{n+1}(j) \beta_{n+1,j}(0,0) \frac{p_{j-r} p_r^{(n)}}{p_j^{(n+1)}} + \\ & + \sum_{k=1}^n \sum_{j=0}^R \hat{q}_k(j) \sum_{i=0}^{R-j} \beta_{k,j}(n-k+1, i) \frac{p_{j+i-r} p_r^{(n)}}{p_{j+i}^{(n+1)}}, \quad 1 \leq n \leq N-2, 0 \leq r \leq R; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \hat{q}_{N-1}(r) = & \hat{q}_0 \sum_{j=0}^R p_j \sum_{i=0}^{R-j} \beta_{1,j}(N-1, i) \frac{p_{j+i-r} p_r^{(N-1)}}{p_{j+i}^{(N)}} \\ & + \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{j=0}^R \hat{q}_k(j) \sum_{i=0}^{R-j} \beta_{k,j}(N-k, i) \frac{p_{j+i-r} p_r^{(N-1)}}{p_{j+i}^{(N)}}, \quad 0 \leq r \leq R. \end{aligned} \quad (12)$$

Теорема 1. Стационарное распределение вложенной цепи Маркова Y_n , которое является решением системы уравнений равновесия (10) – (12), имеет вид

$$\hat{q}_n(r) = \hat{q}_0 \frac{\rho^n}{n!} p_r^{(n)} \sum_{s=0}^{R-r} p_s, \quad 1 \leq n \leq N-1, 0 \leq r \leq R; \quad (13)$$

$$\hat{q}_0 = \left(1 + \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{r=0}^R \frac{\rho^n}{n!} p_r^{(n)} \sum_{s=0}^{R-r} p_s \right)^{-1}. \quad (14)$$

С помощью стационарного распределения в моменты ухода заявок можно получить вероятность $\hat{\pi}_N$ того, что заявка, поступившая сразу после ухода другой, будет потеряна. Далее будем называть её вероятностью потери в момент ухода.

$$\hat{\pi}_N = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{r=1}^R \hat{q}_n(r) \sum_{j=R-r+1}^R p_j. \quad (15)$$

Для эффективного вычисления вероятности $\hat{\pi}_N$ разработан сверточный алгоритм, сформулированный в следующем утверждении.

Утверждение 2. Вероятность потери в момент ухода $\hat{\pi}_N$ может быть вычислена по формуле

$$\hat{\pi}_N = \frac{\sum_{s=0}^R p_s \sum_{i=0}^s p_i (G(N-1, R-i) - G(N-1, R-s))}{\sum_{i=0}^R p_i G(N-1, R-i)}, \quad (16)$$

где функции $G(n, r)$ рассчитываются рекуррентно согласно соотношению

$$G(n, r) = G(n-1, r) + \frac{\rho}{n} \sum_{j=0}^r p_j (G(n-1, r-j) - G(n-2, r-j)), \quad (17)$$

$$0 \leq n \leq N, \quad (n, r) \in X_n;$$

с начальными условиями:

$$G(0, r) = 1, \quad G(1, r) = 1 + \rho \sum_{j=0}^r p_j, \quad 0 \leq r \leq R. \quad (18)$$

В разделе 2.2 разработан метод приближённого расчёта вероятности потери по времени и вероятности прерывания ресурсной системы массового обслуживания с сигналами. В отличие от системы в разделе 2.1, каждая заявка, находящаяся на обслуживании, генерирует пуассоновский поток сигналов интенсивностью γ , при поступлении которого заявка сбрасывает занятый объем ресурса и пытается продолжить обслуживание с новыми требованиями.

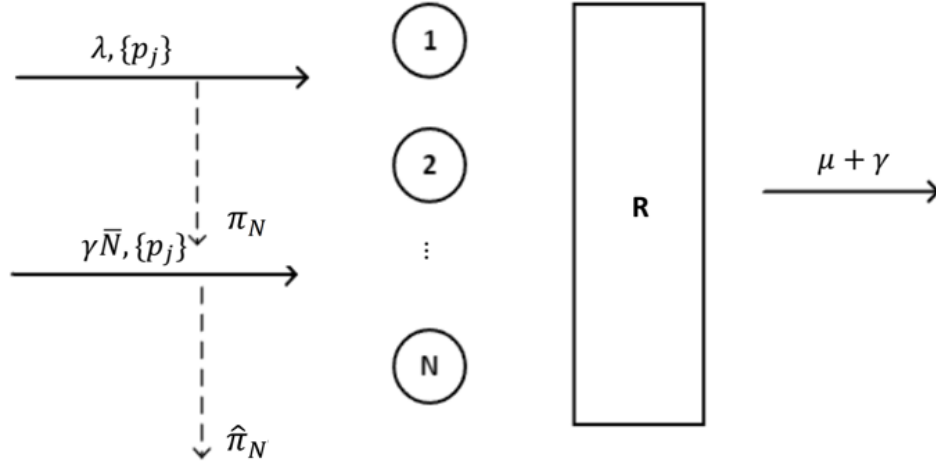


Рис. 1. Схема аппроксимирующей РеСМО

Поведение РеСМО с сигналами приближенно описывается РеСМО без сигналов, в которой заявки покидают систему с интенсивностью $\mu + \gamma$, однако часть из них возвращается обратно с вероятностью $\frac{\gamma}{\mu + \gamma}$ и вновь проходят процедуру доступа на обслуживание с новыми требованиями (рис. 1). Таким образом, возвращающиеся заявки формируют дополнительный поток со средней интенсивностью $\bar{N}\gamma$, где $\bar{N}$ – среднее количество заявок на обслуживании, однако поступают они не в произвольные моменты времени, а только в моменты сразу после окончания обслуживания других заявок.

Вероятностные характеристики описанной модели можно вычислить при помощи известных результатов для РеСМО без сигналов, итерационно пересчитывая интенсивность поступления возвращающихся заявок.

Вначале интенсивность потока возвращающихся заявок считается нулевой. Вычисляются вероятность потери в момент ухода $\hat{\pi}_N$ по формуле (16) и вероятность потери по времени π_N по формуле

$$\pi_N = 1 - \frac{1}{G(N, R)} \sum_{j=0}^R p_j G(N - 1, R - j). \quad (19)$$

Новое значение для среднего числа заявок на обслуживании пересчитывается из закона сохранения:

$$\bar{N} = \frac{\lambda(1 - \pi_N)}{\mu + \gamma\hat{\pi}_N}. \quad (20)$$

После чего запускается следующая итерация вычисления $\hat{\pi}_N$ и π_N . Цикл расчётов повторяется до тех пор, пока модуль разности между следующим и предыдущим значением $\bar{N}$ не снижается до некоторого уровня точности ε , $|\bar{N}_1 - \bar{N}_2| < \varepsilon$. Наконец, вычисляется вероятность прерывания π_T по формуле

$$\pi_T = \frac{\bar{N}\gamma\hat{\pi}_N}{\lambda(1 - \pi_N)}. \quad (21)$$

В разделе 2.3 приведены результаты численного анализа погрешности приближённого расчёта, значения сравнивались с результатами, полученными путем численного решения уравнения равновесия для РеСМО с сигналами.

Расчеты проводились при параметрах $N = R = 100$, а интенсивности обслуживания – $\mu = 1$. При этом на рис. 2 интенсивность поступления сигналов принята $\gamma = 2$, а на рис. 3 интенсивность поступления $\lambda = 20$.

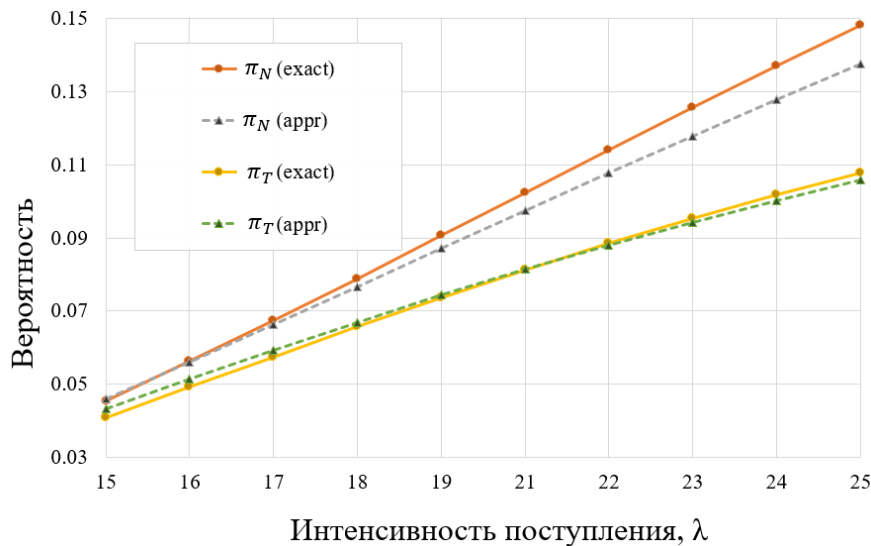


Рис. 2. Вероятности потери и прерывания при различных λ .

На рисунках 2 и 3 видно, что погрешность приближённого метода в исследуемых диапазонах не превосходит 8%, а в среднем составляет около 3%.

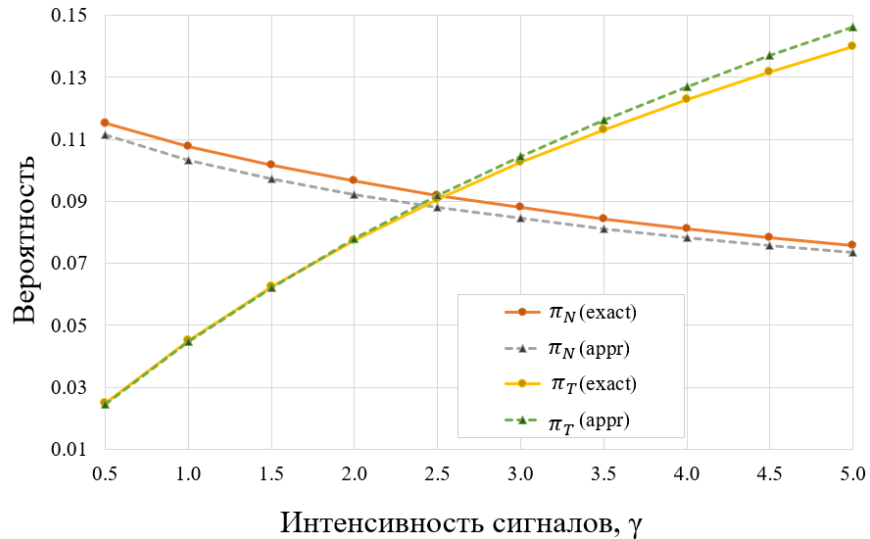


Рис. 3. Вероятности потери и прерывания при различных γ

В третьей главе построена и проанализирована РеСМО с сигналами и орбитой, которая используется для анализа вероятностных характеристик высокочастотных беспроводных сетей.

В разделе 3.1 разработана ресурсная модель с сигналами и повторными вызовами.

Рассматривается система из главы 1.3, в которой каждая заявка на обслуживании генерирует пуассоновский поток сигналов с интенсивностью γ . Когда заявке поступает сигнал, она освобождает занятый объём ресурса и запрашивает новый объём в соответствии с тем же вероятностным распределением, что и при получении доступа на обслуживание. Если в этот момент в системе нет достаточного количества свободного ресурса, заявка либо покидает систему с вероятностью $1 - \theta$, либо отправляется на орбиту с вероятностью θ при условии, что на орбите есть хотя бы одно свободное место.

В данной системе рассматриваются различные вероятностные распределения для различных типов заявок. При попытке встать на обслуживание первичных заявок требования к ресурсу распределены в соответствии с рядом $\{p_{1,j}\}, 0 \leq j \leq R$, а у повторных – в соответствии с $\{p_{2,j}\}, 0 \leq j \leq R$ с меньшим математическим ожиданием, что отражает адаптацию сети связи к условиям

повышенной нагрузки. Таким образом, требования заявок, находящихся на обслуживании в системе, задаются смесью двух распределений:

$$p_{3,j} = \bar{N}_1 p_{1,j} + \bar{N}_2 p_{2,j}, \quad 0 \leq j \leq R, \quad \bar{N}_1 + \bar{N}_2 = 1; \quad (22)$$

где $\bar{N}_1$ и $\bar{N}_2$ – доли соответствующих типов заявок на обслуживании.

Поведение системы можно описать случайным процессом $Y(t) = \{\xi(t), \varphi(t), \delta(t)\}$, как и в разделе 1.3, с тем же пространством состояний. Далее составлены система уравнений равновесия, численное решение которой позволяет получить стационарное распределение.

В разделе 3.2 разработан метод анализа вероятностных характеристик данной модели.

Вероятность потери по времени π_N можно получить по формуле (6) из раздела 1.3. Прерыванием заявки будем называть уход из системы заявки, которая хотя бы раз была на обслуживании, но завершить обслуживание ей не удалось. Для расчета вероятности прерывания π_T вводятся вспомогательные вероятности.

Пусть π_7 и π_8 обозначают вероятности того, что заявки при поступлении сигнала заявка покидает систему либо уходит на орбиту соответственно. Эти вероятности можно вычислить как отношение соответствующих средних интенсивностей:

$$\pi_7 = \frac{1}{\bar{N}} \sum_{n=2}^N \sum_{r=1}^R \left((1 - \theta) \sum_{m=0}^{M-1} nq(n, m, r) \sum_{j=0}^{r-1} \frac{p_{3,j} p_{3,r-j}^{(n-1)}}{p_{3,r}^{(n)}} \sum_{i=R-r+j+1}^R p_i + \right. \\ \left. + nq(n, M, r) \sum_{j=0}^{r-1} \frac{p_{3,j} p_{3,r-j}^{(n-1)}}{p_{3,r}^{(n)}} \sum_{i=R-r+j+1}^R p_i \right); \quad (23)$$

$$\pi_8 = \frac{\theta}{\bar{N}} \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{r=1}^R \theta nq(n, m, r) \sum_{j=0}^{r-1} \frac{p_{3,j} p_{3,r-j}^{(n-1)}}{p_{3,r}^{(n)}} \sum_{i=R-r+j+1}^R p_i. \quad (24)$$

Утверждение 3. Вероятность прерывания π_T имеет вид:

$$\pi_T = (1 - \pi_N) \left(\frac{\pi_9}{1 - \frac{\pi_{10}\pi_6}{1 - \pi_4}} + \frac{\pi_{10}\pi_3}{1 - \frac{\pi_6\pi_{10}}{1 - \pi_4}} \right); \quad (25)$$

где π_9 – это вероятность того, что обслуживание принятой заявки не сможет завершиться, а сама заявка покинет систему:

$$\pi_9 = \frac{\bar{N}\gamma\pi_7}{\lambda\pi_5 + \alpha\bar{M}\pi_6}; \quad (26)$$

π_{10} – это вероятность того, что обслуживание принятой заявки не сможет завершиться, а сама заявка уйдёт на орбиту:

$$\pi_{10} = \frac{\bar{N}\gamma\pi_8}{\lambda\pi_5 + \alpha\bar{M}\pi_6}; \quad (27)$$

вероятности π_3, π_4 вычисляются по формулам (4), (5) из раздела 1.3, $\pi_5 = 1 - \pi_1 - \pi_2, \pi_6 = 1 - \pi_3 - \pi_4$.

В разделе 3.3 приведены результаты численного анализа РеСМО с сигналами и повторными вызовами.

Численный анализ проводился на исходных данных, полученных из спецификаций 3GPP (3rd Generation Partnership Project) для сетей пятого поколения «Новое радио» (5G NR, New Radio). Параметры сценария были приведены к параметрам исследуемой РеСМО с сигналами и повторными вызовами. Расчеты проводились при структурных параметрах $N = M = 35$, $R = 70$. Средняя длительность сессии составляет $\mu^{-1} = 30$ с, а среднее время ожидания на орбите $\alpha^{-1} = 2$ с. Интенсивность поступления сигналов определяется параметром λ_B плотности блокаторов. Так, при $\lambda_B = 0.01, \gamma = 0.0932763$, а при $\lambda_B = 0.1, \gamma = 0.4356817$.

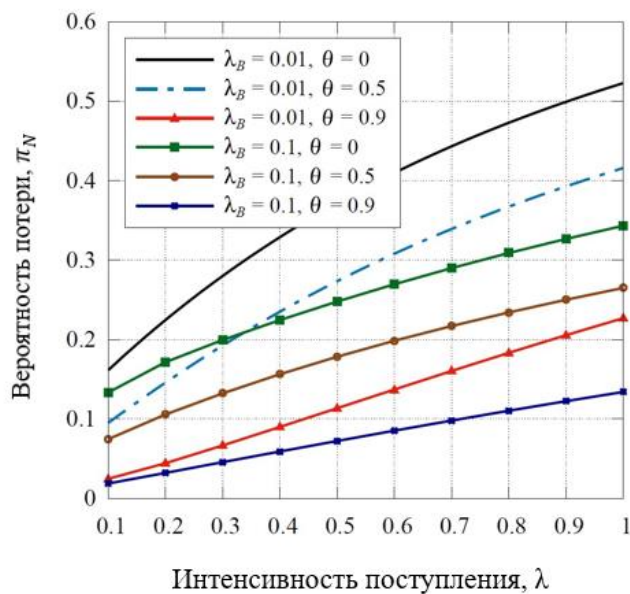


Рис. 3. Результаты расчёта вероятности потери по времени

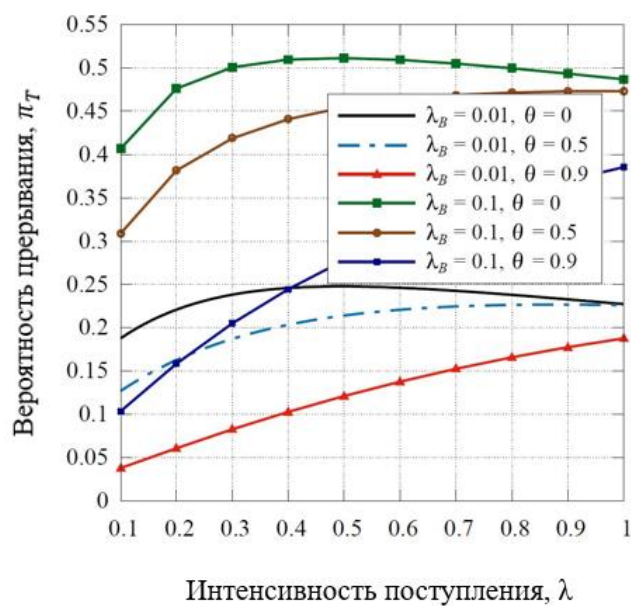


Рис. 4. Результаты расчёта вероятности прерывания

На рисунках 4 и 5 видно, что настойчивое поведение пользователей кардинально влияет на показатели вероятностных характеристик системы. Даже если каждый 2-ой пользователь в случае нехватки ресурса будет пытаться возобновить свою сессию, показатели значительно улучшаются.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В заключении диссертационной работы сформулируем основные результаты и выводы диссертации.

1. Разработана марковская модель ресурсной системы массового обслуживания с дискретными требованиями к ресурсу и повторными вызовами. Предложен алгоритм расчета стационарного распределения, а также получены формулы для вычисления вероятностных характеристик.
2. Разработан метод приближённого анализа вероятностных характеристик ресурсной системы массового обслуживания с сигналами. Численный анализ показал, что разработанный метод дает относительную погрешность 5-10% при расчёте вероятностей потери и прерывания обслуживания заявки.
3. Разработана модель обслуживания сессий в высокочастотной мобильной сети с учётом повторных вызовов из-за нехватки ресурсов. Модель построена в виде ресурсной системы с сигналами и орбитой, получены формулы для расчёта вероятностно-временных характеристик.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Работы в изданиях, входящих в базы данных Scopus/Web of Science

1. *Sopin Eduard, Maslov Alexander, Begishev Vyacheslav, Samuylov Konstantin*, The impact of rate adaptation on user performance in 5G/6G mmWave/Sub-THz systems // *IEEE Communications Letters*. – 2023. – Vol. 27(11): 3 137-3 141. DOI: 10.1109/LCOMM.2023.3314269.
2. *Сопин Э. С., Маслов А. Р., Шоргин В. С., Бегисhev В. О.*, Моделирование настойчивого поведения пользователей в сетях 5G NR с адаптацией скорости и блокировками, *Информатика и ее применения*. – 2023. – Т. 17. – Вып. 3. – С. 25-32. DOI: 10.14357/19922264230304.
3. *Alexander Maslov, Eduard Sopin, Konstantin Samouylov*, Accurate approximation for resource queuing systems with losses and signals // *Mathematics*. – 2025. – Vol. 13(4), 619. – DOI: <https://doi.org/10.3390/math13040619>.
4. *A. R. Maslov, E. S. Sopin, S. Ya. Shorgin*, Convolution algorithm for evaluation of probabilistic characteristics of resource loss systems with signals // *Lecture Notes in Computer Science*. – 2025. – Pp. 289-299. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-80853-1_21.
5. *Eduard Sopin, Dmitri Moltchanov, Alexander Maslov, Vyacheslav Begishev, Andrey Samuylov, Konstantin Samouylov, and Yevgeni Koucheryavy*, User Persistence in 5G/6G mmWave/Sub-THz Systems With Blockage: Does It Pay Off? // *IEEE Transactions on Wireless Communications*. – 2024. – Vol. 23(10). – Pp. 14864-14878. DOI: <https://doi.org/10.1109/TWC.2024.3419918>.

Патенты

6. *Маслов А.Р., Сопин Э.С.*, Приближённое вычисление вероятностных характеристик ресурсной системы массового обслуживания с сигналами // Свидетельство РФ на программу для ЭВМ № RU2024687151/ 14.11.2024.
7. *Маслов А.Р., Сопин Э.С.*, Программа для оптимизированного вычисления вероятности блокировки во вложенной цепи Маркова // Свидетельство РФ на программу для ЭВМ № RU2024690584/ 16.12.2024.

Конференции

8. *Маслов А. Р., Сопин Э. С.*, Анализ ресурсной модели системы массового обслуживания с орбитой // В сборнике: Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, 2023.
9. *Сопин Э.С., Маслов А.Р.*, Об аппроксимация вероятности прерывания сессии в беспроводных сетях миллиметрового диапазона частот // XIV Всероссийское совещание по проблемам управления, Москва, 17 – 20 июня 2024 года. – Москва: ИПУ РАН, 2024.
10. *Alexander Maslov, Eduard Sopin*, On convolution algorithm for normalization constant evaluation in the analysis of resource loss systems with signals // Международная конференция «Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications». Москва, 2024.

Маслов Александр Русланович (Россия)

Метод анализа ресурсной модели с сигналами и его применение к расчету показателей эффективности высокочастотной мобильной сети

Диссертация посвящена анализу ресурсных моделей. Построена марковская модель ресурсной системы массового обслуживания с дискретными требованиями к ресурсу и повторными вызовами. Разработан алгоритм нахождения стационарного распределения и получены формулы для вычисления вероятностных характеристик. Разработан метод приближённого анализа вероятностных характеристик ресурсной системы массового обслуживания с сигналами. Получено стационарное распределение цепи Маркова, вложенной по моментам окончания обслуживания заявок. Получена формула свёртки требований к ресурсу. Построена модель обслуживания сессий в высокочастотной мобильной сети с учётом повторных вызовов из-за нехватки ресурсов.

Maslov Alexander (Russia)

Method for the analysis of a resource model with signals and its applications to calculating the efficiency metrics of high-frequency mobile network

The thesis studies the analysis of resource models. We study the Markov model of a resource queuing system with discrete resource requirements and repeated calls. We develop an algorithm for finding the stationary distribution and we obtained the formulas for calculating the probability characteristics. We develop a method for the approximate analysis of the probability characteristics of a resource queuing system with signals. We obtained the stationary distribution of the Markov chain nested by departure epochs. We obtained the formula for the convolution algorithm. We study the model of session servicing in a high-frequency mobile network considering repeated calls due to the lack of resources.