

ОТЗЫВ О ДИССЕРТАЦИИ ХАМАДЕХ АЛЬХАЛИЛЬ НИСРИН
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ОБОБЩЕННЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ
БЕССЕЛЯ-РИССА»

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – дифференциальные уравнения и математическая физика.

Диссертация посвящена доказательству принципа локализации для спектральных разложений потенциалов в ряды по собственным функциям оператора Лапласа. Эта задача имеет важное значение для спектральной теории дифференциальных операторов. Большое внимание уделено изучению дифференциальных свойств обобщенных потенциалов типа Бесселя-Рисса. В диссертации классические потенциалы Бесселя-Рисса обобщаются как с точки зрения использования более общих радиально симметричных ядер, чем классические ядра потенциалов Бесселя и Рисса, так и за счет рассмотрения более общих базовых пространств для потенциалов, чем классические пространства Лебега. Базовыми пространствами для потенциалов в диссертации являются весовые пространства Лоренца с весовыми функциями общего вида. При выполнении критерия вложения потенциалов в пространство ограниченных равномерно непрерывных функций для описания дифференциальных свойств потенциалов использованы их модули непрерывности в равномерной метрике.

Тема диссертации Хамадех Альхалиль Нисрин актуальна. Она связана с современными исследованиями по теории потенциалов и ее приложениям в теории операторов в функциональных пространствах и в спектральной теории дифференциальных операторов. Этой тематике посвящены исследования ряда известных российских и зарубежных специалистов, таких как Ш. А. Алимов, О. В. Бесов, В. И. Буренков, В. В. Власов, В. А. Ильин, К. Мирзоев, Е. И. Моисеев, С. М. Никольский, И. В. Садовничая, С. М. Ситник, Э. Сойер, Г. Трибель, Д. Эванс, Д. Хароске, Э. Л. Шишкина, А. А. Шкаликов и др. Результаты диссертации находятся в русле исследований М. Л. Гольдмана и Т. А. Гедыф по вопросам суммирования спектральных разложений, в которых обобщаются не-

которые из классических результатов В. А. Ильина и Ш. А. Алимова об условиях локализации и равномерной сходимости средних Рисса разложений по собственным функциям оператора Лапласа

В Главах 1 и 2 диссертации установлены оценки мажорант для модулей непрерывности потенциалов в равномерной метрике (Теоремы 1.2.2 и 2.2.1) и описаны пространства обобщенной гладкости, в которые вложены потенциалы (Теорема 1.4.1). Эти пространства типа Кальдерона обобщают классические пространства О. В. Бесова. С помощью этих результатов получены, в частности, оценки аппроксимативных чисел оператора вложения потенциалов в пространство ограниченных и равномерно непрерывных функций (Теорема 2.3.1).

Приложениям полученных оценок модулей непрерывности потенциалов посвящена Глава 3 диссертации Хамадех Альхалиль Нисрин, которая нам представляется одной из центральных. В ней рассмотрены спектральные разложения потенциалов, а именно – разложения в ряды по собственным функциям оператора Лапласа в произвольной области евклидова пространства.

С помощью оценок модулей непрерывности потенциалов в равномерной метрике, полученных в главах 1 и 2, исследованы обобщенные методы суммирования спектральных разложений. Рассмотренный в диссертации метод суммирования обобщает классический метод Рисса для суммирования спектральных разложений. В нем использована более общая сумматорная функция, чем степенная, лежащая в основе метода Рисса.

Здесь автор опирается на подход, развитый в работах М. Л. Гольдмана и Т. А. Гедыф. Он связан с обобщением классических средних Рисса при изучении спектральных разложений для функций из пространств обобщенной гладкости. В диссертации рассмотрена задача об условиях выполнения принципа локализации спектральных разложений, когда из обращения разлагаемой функции в ноль на открытом множестве следует суммируемость спектрального разложения к нулю равномерно на любом компакте внутри этой области.

Найдены условия взаимосвязи сумматорной функции с мажорантами модулей непрерывности потенциалов, при выполнении которых имеет место свойство локализации спектрального разложения.

Все приведенные в диссертации результаты снабжены подробными обоснованиями и представляют собой новые достоверные факты теории обобщенных пространств Бесселя-Рисса и их приложений.

Результаты диссертации носят теоретический характер. Их научная ценность состоит в том, что они вносят существенный вклад в развитие теории потенциалов и их приложений в спектральной теории дифференциальных операторов.

Основные результаты опубликованы в 12 печатных изданиях, из которых 5 – статьи в международных научных журналах и журналах из списка ВАК, остальные – в сборниках трудов российских и международных научных конференций.

Автореферат диссертации правильно отражает основные положения диссертации.

В качестве замечания отмечу следующее. В тексте диссертации и автореферата имеются отдельные стилистические и языковые погрешности с точки зрения норм русского языка.

Это замечания не снижают положительной общей оценки научного уровня диссертации. Автор проявила себя как вполне сформировавшийся специалист – математик, хорошо владеющий тонкой техникой работы в области теории функций и теории дифференциальных уравнений.

Большой интерес с точки зрения спектральной теории представляло бы дальнейшее развитие полученных в работе результатов о принципе локализации, в связи с вопросами об условиях равномерной сходимости спектральных разложений для потенциалов.

В целом, считаю, что диссертационное исследование Хамадех Альхалиль Нисрин является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи о дифференциальных свойствах обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса в терминах оценок их равномерных модулей непрерывности, и использовании этих оценок в задаче о выполнении принципа локализации спектральных разложений потенциалов в ряды по собственным функциям оператора Лапласа, имеющей важное значение для спектральной теории дифференциальных операторов.

Работа удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № 12 от 23.09.2019 г., а ее автор Хамадех Альхалиль Нисрин заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата наук по специальности 1.1.2.

Официальный оппонент:

заведующий кафедрой общей математики факультета Вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова,

доктор физико-математических наук (специальность 1.1.2),

профессор Ломов Игорь Сергеевич

Подпись Ломова И.С. заверяю:



Подпись удостоверяю
Ведущий специалист по кадрам

Т.Г. Коваленко

119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 52, факультет ВМК,
+7 (495) 939-30-10, smc@cs.msu.ru