

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

На правах рукописи

Полуэктов Дмитрий Сергеевич

**ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ
ГРАНИЧНЫХ МНОГОПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ СИСТЕМ И
РАЗДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ**

Специальность 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор,
Самуйлов Константин Евгеньевич

Москва – 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| ГЛАВА 1 ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СЕТЕВЫХ РЕСУРСОВ | 12 |
| 1.1. Особенности моделирования в исследовании сетевых технологий | 12 |
| 1.2. Системная модель для измерений качества услуг с применением БПЛА | 17 |
| 1.3. Модель массового обслуживания для анализа задержек в узле программно-конфигурируемой сети | 28 |
| ГЛАВА 2 МОДЕЛЬ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАДИОЧАСТОТНОГО СПЕКТРА | 39 |
| 2.1. Описание схем управления доступом к радиоресурсам | 43 |
| 2.2. Марковская модель схемы управления доступом | 45 |
| 2.3. Численный анализ вероятностных характеристик | 56 |
| ГЛАВА 3 ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МОДЕЛИ ГИСТЕРЕЗИСНОГО УПРАВЛЕНИЯ МИГРАЦИИ УСЛУГ В СЕТИ ДОСТУПА | 60 |
| 3.1. Системная модель порогового управления | 62 |
| 3.2. Математическая модель | 66 |
| 3.3. Численный анализ вероятностных характеристик модели порогового управления | 75 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 85 |
| СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ | 87 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... | 89 |

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. В современном мире наблюдается отчетливая тенденция к глубокой цифровизации общества. Развитие Интернет и различных электронных устройств способствует проникновению цифровых сервисов во все сферы деятельности. Онлайн сервисы, мессенджеры, электронные помощники и пр. – все эти возможности позволяют упростить жизнь и усиливают тенденции в развитии технологий. Использование роботов, выполняющих работу за человека, возможность погружения в другую реальность или виртуальное присутствие в любой точке земного шара уже стали реальностью. Все это способствует бурному всплеску числа электронных устройств, подключенных к Интернет, или взаимодействующих между собой внутри отдельной сети.

Согласно аналитическим обзорам компании Cisco [1, 2], число устройств подключенных к глобальной телекоммуникационной сети общего пользования достигнет более чем 30 млрд. штук к 2024 году. С каждым годом растут требования к ширине полосы пропускания канала и качеству предоставляемых услуг, что порождает колоссальную нагрузку практически на все участки сетей связи. Следует также учесть, что основными устройствами, на которые приходится большая часть трафика, являются мобильные устройства, такие как смартфоны, планшеты, ноутбуки, различные сенсоры. Все это требует от современных телекоммуникационных сетей новых возможностей с точки зрения запросов и местоположения пользователей.

Чтобы соответствовать новым реалиям, сети 5/6-го поколений (англ. Fifth/Six Generation Network, 5/6G) стремятся стать полностью гетерогенными относительно способов доступа и передачи данных, т.е. осуществляющими подключение по технологиям различных стандартов. Сети образуют единую интегрированную среду с бесшовным хэндовером (переходом от сети одного стандарта к сети другого стандарта), а также могут масштабироваться по различным параметрам в сравнении с предыдущими поколениями проводных и беспроводных сетей. Такие изменения возможны при оптимизации функциональных возможностей

существующей инфраструктуры и внедрении новых технологий предоставления услуг и передачи данных.

Любой беспроводной технологии связи необходим радиоканал, который в большинстве случаев требует от оператора сети получения от регулятора лицензии на использования радиочастот. Но даже выделенного в соответствии с лицензией радиочастотного спектра может оказаться недостаточно для увеличения пропускной способности сети, сопоставимой росту числа подключаемых устройств. Эту проблему решает только выделение дополнительного диапазона частот или более эффективное использование уже имеющегося спектра. Второе возможно с применением подхода совместного использования радиочастот (англ. Licensed Shared Access, LSA) двумя или несколькими операторами.

Для достижения ультрамалых задержек (менее 0.1 мс) и уровня надежности, сопоставимого с проводными сетями, особенно в условиях чрезвычайных ситуаций (ЧС) или невозможности покрытия наземными базовыми станциями (БС) из-за условий местности, рассматривается вариант развития не наземных сетей (англ., Non-Terrestrial Networks, NTN). К ним относятся, например, воздушные сети на базе различного рода летательных аппаратов, в том числе и беспилотных. Такие сети позволяют обеспечить покрытием те участки, где невозможно или экономически нецелесообразно размещать наземные базовые станции. Так же при возникновении чрезвычайных ситуаций, стихийных бедствий или просто перегрузки (во время концертов, праздников или других мероприятий) не наземные сети дают возможность в кратчайшие сроки обеспечить высокий уровень покрытия и связность пользователей.

Изменений требуют не только беспроводные составляющие сети, но и более незаметная для обычного пользователя наземная транспортная сетевая инфраструктура. Данная часть сети является, пожалуй, самой главной, т.к. она должна быть гибкой для мгновенной реакции на изменения и устойчивой к высоким нагрузкам. Разделение функций управления сетью и потоками трафика меняет традиционное понимание сетевой архитектуры, применяя термины программируемых сетей и абстрагируясь от физической сетевой инфраструктуры.

Такие решения осуществляются за счет технологий программно-конфигурируемых сетей (ПКС), которые позволяют избежать перегрузок на отдельных участках сети, выбирать оптимальный маршрут и быстро перестраивать его в зависимости от типа передаваемого трафика. Даже если при таком подходе возникает возможность перегрузки сети, предлагается перенести повторяющиеся (дублирующие друг друга) потоки трафика пользователей путем размещения востребованного контента как можно ближе к конечному пользователю. Это возможно реализовать на базе технологий серверов граничных вычислений с множественным доступом (англ., Multi-access Edge Computing, MEC) путем их размещения на граничных элементах, например, на БС, как можно ближе к пользователям.

По отдельности все перечисленные подходы позволяют частично улучшить сетевую инфраструктуру, но только комплексное применение связки технологий и методов решения проблем позволяет приблизиться к полноценному применению преимуществ сетей 5G. Именно такие задачи решаются в диссертационной работе, что и говорит об актуальности ее тематики.

Степень разработанности темы. Анализ вероятностно-временных характеристик, исследуемых в диссертационной работе моделей проведен с помощью аппарата теории вероятностей, теории массового обслуживания, теории случайных процессов и математической теории телетрафика. Существенный вклад в эти области внесли российские и зарубежные ученые и специалисты – Г.П. Башарин [82, 83, 85, 88], П.П. Бочаров [108, 84], В.М. Вишневецкий [89, 90, 91, 92], Ю.В. Гайдамака [88, 123], Б.С. Гольдштейн [93], А.И. Зейфман [121, 122], А.Е. Кучерявый [93, 96], Е.А. Кучерявый [96], Д.А. Молчанов [116, 117], А.А. Назаров [97], В.А. Наумов [88, 98, 118, 123], А.Н. Моисеев [115, 101], С.П. Моисеева [99], А.П. Пшеничников [95], В.В. Рыков [100], К.Е. Самуйлов [119, 118, 123], О.В. Семенова [92], С.Н. Степанов [102, 103, 104], М.С. Степанов [103, 104], И.И. Цитович [124, 125], С.Я. Шоргин [120], L. Kleinrock [94], J.G. Andrews [105], M. Dohler [109], F.P. Kelly [112], Luis M Correia [106, 107], V.B. Iversen [111], E. Gelenbe [110], K.W. Ross [48], I. Malanchini [113, 114] и др.

Обзор конкретных работ также содержится в главах диссертационной работы по мере необходимости раскрытия тематики соответствующей главы и решаемых в ней задач.

Целью диссертационной работы является разработка и анализ вероятностных моделей для расчета вероятностно-временных характеристик распределенных граничных многопользовательских систем и решение задач разделения ресурсов беспроводных сетей.

Для достижения цели в диссертационной работе решаются следующие **задачи**:

1. Разработка модели для анализа узла программно-конфигурируемой сети с учетом ограниченного времени хранения правил маршрутизации в памяти узла.
2. Анализ модели марковского процесса, описывающего функционирование системы управления доступом к радиоспектру в нелицензируемом и лицензируемом диапазонах частот для оценки эффективности схем разделения спектра.
3. Построение и анализ модели порогового управления миграцией приложения услуг сервис-провайдера на сервер граничных вычислений оператора мобильной сети, разработка подхода к определению порогового значения числа пользователей для миграции приложения.

Объем и структура работы. Структура диссертации построена из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 126 источников. Научная работа изложена на 101 страницах текста, содержит 31 рисунок и 6 таблиц.

Краткое изложение диссертации. Диссертация состоит из трех глав. В **первой главе** диссертационной работы исследованы основные принципы построения моделей для анализа показателей эффективности сетевых ресурсов, разработан обзор технологий и методов построения и анализа моделей соответствующих сетевых технологий. В разделе 1.1 изложены основные особенности применения сетевых технологий на всех уровнях телекоммуникационной сети. В разделе 1.2 рассмотрена модель для оценки

качества восприятия услуг для беспроводных сетей на базе беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), приведен краткий обзор литературы по тематике исследования. В разделе 1.3 построена модель для анализа задержек в узле хранения правил маршрутизации в программно-конфигурируемой сети, приведен краткий обзор литературы в данном направлении исследования.

Во второй главе построена и проанализирована модель в виде системы массового обслуживания (СМО) для анализа показателей эффективности схем разделения спектра для совместного доступа к радиоресурсам беспроводной сети. В разделе 2.1 рассмотрены схемы управления совместным доступом к радиоресурсу, приведен краткий обзор литературы в данном направлении исследования. В разделе 2.2 построена марковская модель в виде СМО для управления доступом радиоресурсу. Предложены два режима распределения радиочастотного ресурса между пользователями. Получен рекуррентный алгоритм для расчета вероятностных характеристик функционирования системы. В разделе 2.3 проведен сравнительный анализ показателей эффективности распределения радиочастотного спектра для предложенных в разделе 2.2 двух режимов.

Третья глава посвящена построению и анализу модели порогового управления миграцией услуг в сеть радиодоступа. В разделе 3.1 исследована системная модель миграции услуг на серверы граничных вычислений с множественным доступом. В разделе 3.2 построена марковская модель предоставления видео-контента сервис-провайдером с использованием порогового управления миграцией услуги на сервер МЕС. В разделе 3.3 приведены результаты численного анализа и расчеты параметров порогового управления миграцией услуг.

Положения, выносимые на защиту.

1. Разработанная в виде системы массового обслуживания модель узла программно-конфигурируемой сети позволяет учитывать значения таймера хранения правил маршрутизации в памяти узла и рассчитывать характеристики времени задержки пакетов в узле.

2. Модель управления совместного доступа к ресурсам радиочастотного спектра, построенная в виде трехкомпонентного марковского процесса, учитывает число пользователей как на полосе индивидуального использования, так и на полосе совместного использования, и состояние занятости, что позволяет анализировать различные схемы доступа к радиоспектру. Модель позволяет получать формулы для расчёта стационарных характеристик схем разделения спектра и проводить анализ выгрузки трафика в нелицензируемый диапазон частот.
3. Анализ показателей качества процесса миграции приложений услуг с сервера сервис-провайдера на граничный сервер мобильной сети осуществляется с помощью модели двухкомпонентного марковского процесса, учитывающей порог выгрузки приложения на граничный сервер и порог окончания обслуживания на нем пользователей. Модель позволяет проводить анализ вероятностно-временных характеристик в переходном режиме.

Научная новизна диссертационной работы:

1. В модели узла программно-конфигурируемой сети, в отличие от известных ранее, учтены правила маршрутизации пакетов, время на проверку соответствия правилам и таймер хранения правил в памяти узла сети. Численный эксперимент проведен для качественного анализа вероятностно-временных характеристик модели системы массового обслуживания и показал необходимость учета в модели времени хранения правил.
2. В модели схемы управления совместным доступом к радиочастотному спектру, помимо ее представления в виде трехкомпонентного марковского процесса, получен рекуррентный алгоритм для расчета стационарного распределения и вероятности смены ресурсов индивидуального и совместного диапазона частот.
3. Для модели миграции приложения услуги на сервер граничных вычислений, в отличие от известных результатов, получен метод расчета временных характеристик в переходном режиме. Предложена формулировка задачи оптимизации с ограничениями для определения порога миграции

приложения на граничный сервер в зависимости от предложенной нагрузки на систему, соответствующей числу пользователей услуги.

Методы исследования. В диссертации применяются методы теории массового обслуживания, теории вероятностей, теории случайных процессов, математической теории телетрафика, численного измерения на основе аппаратно-программного комплекса, имитационного моделирования и проведение натурального эксперимента.

Теоретическая и практическая значимость работы. Результаты исследований и построенные в работе модели могут быть использованы операторами сетей беспроводной связи и магистральными интернет провайдера для проектирования и оптимизации сетей беспроводной/проводной передачи данных.

Полученные характеристики показатели эффективности могут быть применены для оценки качества функционирования сети с точки зрения пользовательского восприятия.

Результаты работы включены в исследования по гранту РФФИ Аспиранты № 20-37-90131 «Разработка моделей предоставления услуг в сетях пятого поколения с подвижными базовыми станции на БПЛА, с использованием подвижных узконаправленных антенн».

Реализация результатов работы. Основные научные достижения, полученные в диссертации, использованы в совместных исследовательских мероприятиях в рамках сотрудничества РУДН с российскими и зарубежными университетами, в исследованиях по грантам РФФИ и РФФИ, в реализованном в РУДН проекте «5-100» повышения конкурентоспособности ведущих российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров. Результаты были получены и применены на базе программно-аппаратных средств лаборатории Опережающих исследований сетей пятого поколения кафедры Института прикладной математики и телекоммуникаций РУДН.

Степень достоверности и апробация результатов. Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались на научных конференциях и семинарах:

22-я международная конференция «Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN)» (Москва, сентябрь 2019 г.); 19-я международная конференция «Next Generation Wired/Wireless Networks and Systems (NEW2AN)» (Санкт-Петербург, август 2019 г.); международная конференция «The 3-th International Science and Technology Conference Modern Network Technologies (MoNeTec)» (Москва, октябрь 2020 г.); 20-я международная конференция «Next Generation Wired/Wireless Networks and Systems (NEW2AN)» (Санкт-Петербург, август 2020 г.); международная конференция «The 7th International Conference on Future Networks and Distributed Systems» (Санкт-Петербург, ноябрь 2020 г.).

По материалам исследований в федеральной службе по интеллектуальной собственности зарегистрирована программа ЭВМ №2020664864, 18.11.2020, Бюл. № 11 «Имитационная модель сети SDN с памятью правил маршрутизации на коммутаторе».

Основные результаты опубликованы в ведущих научных журналах – Lecture Notes in Computer Science, MDPI Drones, MDPI Sensors, Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science, а также в трудах международных конференций, индексируемых WoS (Web of Science) и Scopus.

Соответствие паспорту специальности. Диссертация выполнена в соответствии с паспортом специальности 1.2.3 – «Теоретическая информатика, кибернетика» и включает оригинальные результаты, направленные на развитие методов оценки и расчета вероятностных характеристик телекоммуникационных сетей. В соответствии с п. 9 «Математическая теория исследования операций» паспорта разработана и исследована системы массового обслуживания для анализа узла программно-конфигурируемой сети. В соответствии с п. 11 «Распределенные многопользовательские системы» паспорта специальности в диссертации разработана марковская модель схемы управления доступом к радиоресурсам сети. В соответствии с п. 12 «Модели информационных процессов и структур» исследован процесс передачи трафика в беспроводной сет и представлен процесс порогового управления миграцией услуг видеоконтента на сервер МЕС.

Личный вклад. Личное участие автора в получении результатов, изложенных в диссертации, состоит в проведении теоретических исследований, разработке и реализации алгоритмов, проведении вычислительных экспериментов, а также подготовке публикаций по результатам исследований. Все результаты диссертации, выносимые на защиту, получены автором лично, в работах, опубликованных в соавторстве, вклад автора является определяющим. Программные средства, используемые для численного анализа разработаны при непосредственном участии автора.

Публикации. Основные результаты по теме диссертационного исследования изложены в 10 печатных изданиях [70, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81], из которых издание [81] из списка ВАК/РУДН, издания [70, 74, 76, 77, 78, 79, 80] входят в базы данных Scopus/WoS, а так же [126] свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

ГЛАВА 1 ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СЕТЕВЫХ РЕСУРСОВ

1.1. Особенности моделирования в исследовании сетевых технологий

Большинство подходов исследований можно классифицировать по применению соответствующих технологий на 3-х основных уровнях телекоммуникационной сети, как показано на рис. 1.1.

- Ядро сети – «мозг», операционный центр, в котором происходит управление сетью, предоставлением услуг пользователям, производство расчетов и др.
- Транспортная сеть – совокупность всех ресурсов, передающих и коммутирующих трафик как внутри сети, так и за ее границами.
- Сеть доступа – представляет собой среду для подключения абонентских устройств.

На рис 1.1 схематично показаны исследованные в диссертации технологии 5/6G и расположение по главам решаемых в работе задач анализа показателей эффективности сетевых компонентов.

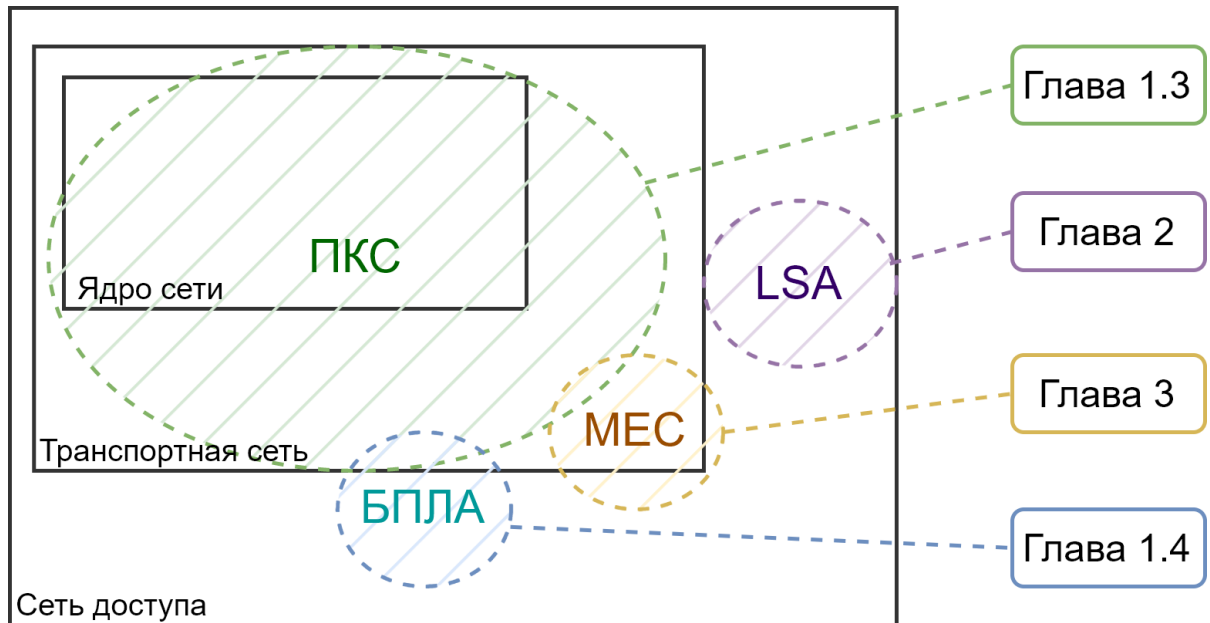


Рисунок 1.1 – Исследуемые в диссертационной работе технологии сетей 5/6G

Не все технологии или комбинации технологий используются на конкретном уровне, некоторые подходы позволяют произвести оптимизацию сети на нескольких уровнях одновременно. Рассмотрим в качестве примера зону, выделенную на рисунке 1.1 зеленым пунктиром, то при внедрении концепции программно-конфигурируемых сетей (ПКС), основной особенностью которой является разделение уровней управления и передачи данных, такая сущность как «Контроллер» находится на уровне ядра сети и выполняет функции управления и маршрутизацией потоков данных. В свою очередь «Коммутатор» ПКС лишь выполняет команды по передаче и работает на транспортном уровне. Поэтому на рисунке 1.1 ПКС показана на транспортном уровне и уровне ядра сети.

Для беспроводных сетей основным ресурсом является радиочастотный спектр. Известно [14], что этот ресурс возможно эффективно использовать многими способами, и в т.ч. применяя технологии нарезки сетевых ресурсов (англ., Network Slicing), совместного использования радиочастотного спектра (англ., Licensed Shared Access, LSA) и использование не лицензируемого спектра (англ., Licensed-Assisted Access, LAA). В диссертационной работе исследована технология LSA, которая позволяет реализовать межоператорский обмен сетевыми ресурсами. Радиочастотный спектр, выделенный всем игрокам рынка беспроводных услуг, не все время используется в полном объеме, что позволяет предоставлять в аренду по требованию как весь, так и часть частотного спектра в некоторой географической зоне. Такой подход позволяет максимально эффективно использовать радиочастотный ресурс, не прибегая к выделению дополнительных спектральных единиц. Хотя для корректного функционирования LSA используется контроллер и геолокационная база данных, для простоты исследования зона применения LSA, показанная фиолетовым пунктиром на рисунке 1.1, находится на уровне сети доступа. Это возможно за счет того, что элементы управления находятся за пределами сети оператора. Поэтому основные подходы исследования LSA, рассмотренные в разделе 1.4, направлены исключительно на анализ и оптимизацию сети доступа, которые в Главе 2 дополняются математической моделью и ее качественным и численным анализом.

Кроме того большой интерес вызывает применение уже полноценной трехмерной гетерогенной сетевой архитектуры, в которой в дополнение к наземным станциям используются беспилотные летательные аппараты (БПЛА), аэростаты и спутники [53]. «Летающие» базовые станции в виде аэростатов и спутников являются трудоемкой задачей для внедрения в мобильные сети из-за высокой стоимости и сложности реализации. Поэтому основной фокус в разделе 1.2 направлен на исследование применения исключительно приемо-передающих устройств на БПЛА. Если вернуться к рисунку 1.1, то можно заметить, что зона, относящаяся к БПЛА и показанная синим пунктиром, находится на границе двух уровней сети со смещением в сторону сети доступа. Это означает, что приемо-передающие устройства на БПЛА могут выступать как в качестве беспроводного реле или радиомоста и функционировать на транспортном уровне, так и использоваться в большинстве случаев в статусе дополнительных базовых 5G станций (БС) для подключения конечных устройств.

Для улучшения транспортной архитектуры и повышения качества доставки услуг применяются сетевые и виртуализационные методы, такие как ПКС (англ., Software-Defined Networking SDN), сетевые функции виртуализации (англ., Network Function Virtualization, NFV) и граничные вычисления с множественным доступом (англ., Multi-access Edge Computing, MEC). В отличие от SDN и NFV, подход с внедрением MEC позволяет произвести оптимизацию сети без глобальной реорганизации и изменений за счет улучшения функционирования локальных участков сети, что позволяет снизить загрузку транспортной сети. При этом на рисунке 1.1 зона MEC выходит за рамки транспортного уровня на сеть доступа (оранжевый пунктир), поскольку зона сети с применением MEC-серверов может функционировать обособленно от первых двух уровней. Но при расположении в непосредственной близости к конечным устройствам, например, на БС или коммутационном узле последней мили, MEC может выступать в роли самостоятельного «игрока» среды сети доступа. Возможность применения технологии граничных вычислений для разгрузки отдельных участков сети за счет миграции услуг на границу сети рассмотрена в разделе 1.4., а в Главе 3 построена

математическая модель для анализа эффективности миграции услуг сервис-провайдера видео контента.

Для всех рассмотренных в диссертационном исследовании технологий сетей 5/6G построены модели для анализа следующих показателей эффективности:

- Для ПКС построена математическая модель, в которой коммутатор представлен в виде двух сущностей: узла передачи и узла хранения правил маршрутизации, что позволяет оценить важнейший показатель – задержку в сети в зависимости от времени хранения правила и объема запоминаемых правил (Раздел 1.2);
- Для анализа применения БПЛА* исследована системная лабораторная модель сети мобильного оператора связи с применением «летающей» базовой станции в качестве ретранслятора, которая позволяет оценить изменение пропускной способности сети и показателя качества восприятия услуг пользователем (англ., Quality of Experience, QoE) (Раздел 1.3);
- Для LSA построена математическая модель, позволяющая провести оценку беспроводной сети доступа оператора с временно арендованным радиочастотным ресурсом по двум ключевым показателям: вероятность блокировки пользователей, вероятность прерывания обслуживания (Глава 2);
- Для МЕС разработана математическая модель с применением порогового (говорят также «гистерезисного») управления миграцией услуги видео по запросу с серверов видеосервиса на граничные серверы сети доступа, позволяющая провести оценку снижения нагрузки на сеть и изменения качества предоставляемых услуг (Глава 3).

Таким образом, исследования диссертационной работы покрывают основные технологические компоненты как наземной части, так и беспроводной части сети 5/6G.

* Схема рассматриваемых в диссертации технологий сети 5/6G соответствует модельной сети в лаборатории Опережающих исследований беспроводных 5G сетей и интернета вещей РУДН.

Далее разделы Главы 1 организованы следующим образом. В разделе 1.2 представлены результаты статистически обработанных данных измерений на лабораторном стенде в лаборатории Опережающих исследований беспроводных 5G сетей и интернета вещей РУДН. Это является важной частью исследований, поскольку в отсутствии измерений функционирования реальной системы сложно показать адекватность исследуемых системных моделей. По этой причине данной задаче посвящен достаточно объемный раздел 1.2, хотя в нем практически отсутствуют теоретические результаты.

В разделе 1.3 представлен способ построения модели фрагмента ПКС с использованием теории массового обслуживания (ТМО). Этот результат является предварительным по отношению к результатам Главы 2 и Главы 3. Здесь показана новая модель фрагмента ПКС и ее применение к анализу показателей эффективности модели теории Марковских процессов.

1.2. Системная модель для измерений качества услуг с применением БПЛА

Применение Воздушной платформы на БПЛА открывает новые возможности организации мобильных беспроводных каналов связи для бедующих беспроводных сетей. Это позволяет повысить производительность сети за счет создания беспроводных каналов связи в линии прямой видимости с большинством наземных объектов. Это становится возможным за счет возможности динамического выбора оптимальной высоты и положения воздушной БС относительно требуемой задачи, что является недоступным для классических наземных БС. Но стоит заметить, что такие воздушные платформы на БПЛА не лишены недостатков в сравнении с стационарными БС. В условиях высокой мобильности воздушные БС невозможно обеспечить постоянной бортовой энергией, которая стремительно расходуется на поддержание необходимого положения в воздушном пространстве.

Применение БПЛА в беспроводных сетях для построения сетей экстренной связи, бесперебойного покрытия сети и снижение нагрузки на участки сети [54, 55] давно привлекает большое внимание как в научных кругах, так и в промышленности. Благодаря высокой мобильности и гибкости развертывания, БПЛА находят широкое применение в сетях 5G.

В работах [56, 57] показано, что БПЛА могут быть рентабельно использованы в качестве воздушных платформ с целью предоставления или улучшения услуг связи для наземных устройств. Примером таких платформ могут выступать воздушные БС или ретрансляторы в тех случаях, когда наземная сотовая сеть не обеспечивает должного качества покрытия. В исследовании [58] рассмотрены возможные сценарии использования дронов для улучшения производительности сети с выделением двух основных типов использования: мобильные дроны (англ., mobile-enabled drones, MEDs) и дроны для беспроводной инфраструктуры (англ., wireless infrastructure drones, WIDs).

Для повышения показателя качества обслуживания (англ., Quality of Service, QoS) в источнике [64] построена схема конфигурации пространственной сети для

дополнительного покрытия базовой станцией на БПЛА. Авторы, разделив зону покрытия на три сектора относительно уровня сигнала и, предлагая «поощрения», мотивируют пользователей смещаться к зоне более высокого уровня сигнала. Частично данный метод рассмотрен и в диссертационной работе, но при этом применен подход, при котором БПЛА движется за пользователем, а не наоборот.

Для таких пользователе-центричных систем огромную роль играет показатель качества восприятия (англ., Quality of Experience, QoE). В работе [65] предлагают метод оптимизации этого показателя за счет предсказания с помощью нейронной сети и заблаговременного кэширования на БПЛА контента, который запросит пользователь. Но данный подход является эффективным для участка сети со схожими предпочтениями пользователями в контенте. А предоставление контента с БПЛА в свою очередь является неоптимальным с точки зрения энергопотребления, что весьма немаловажно для БПЛА. В исследовании рассмотрен подход к анализу и оптимизации QoE, основанный на повышении надежности и скорости доставки контента пользователю.

1.1.1 Построение системной модели

Рассматривается сценарий, когда БС недостаточно для обслуживания пользователя с требуемыми QoS/QoE, и возникает необходимость использования БС на БПЛА для улучшения задержки и скорости передачи данных. Связь между базовой станцией и БПЛА осуществляется по технологии «новое радио» (англ., New Radio, NR) с использованием направленной антенны. БПЛА также оснащен всенаправленной антенной для подключения к мобильному пользовательскому оборудованию (англ., User Equipment, UE) через LTE/NR. Между БС и БПЛА, а также между БПЛА и UE нет блокираторов, ограничивающих «прямую видимость». По этой причине рассматривается модель распространения сигнала с потерями на свободном пространстве (англ., Free Space Path Loss, FSPL). Предполагается что БС всегда имеет полную информацию о местоположении БПЛА, а БПЛА всегда имеет полную информацию о местоположении как БС, так и UE. Зона покрытия антенны БС имеет пороговую зону по краям. Когда БПЛА

входит в этот порог, антенна поворачивается в сторону текущего положения БПЛА. Порог зависит от угловой скорости вращения антенны и расстояния между БС и БПЛА.

Когда пользователь перемещается из своего исходного положения, расположенного непосредственно под БПЛА, то сигнал, который он получает от БПЛА, уменьшается. Когда уровень сигнала падает ниже определенного заданного порогового значения, БПЛА начинает двигаться в направлении местоположения пользователя.

Зона покрытия может быть разделена на несколько областей, как это показано на рисунке 1.2, где внутренняя область R_0 , покрытие БС R_1 , средняя область R_2 и внешняя область R_3 .

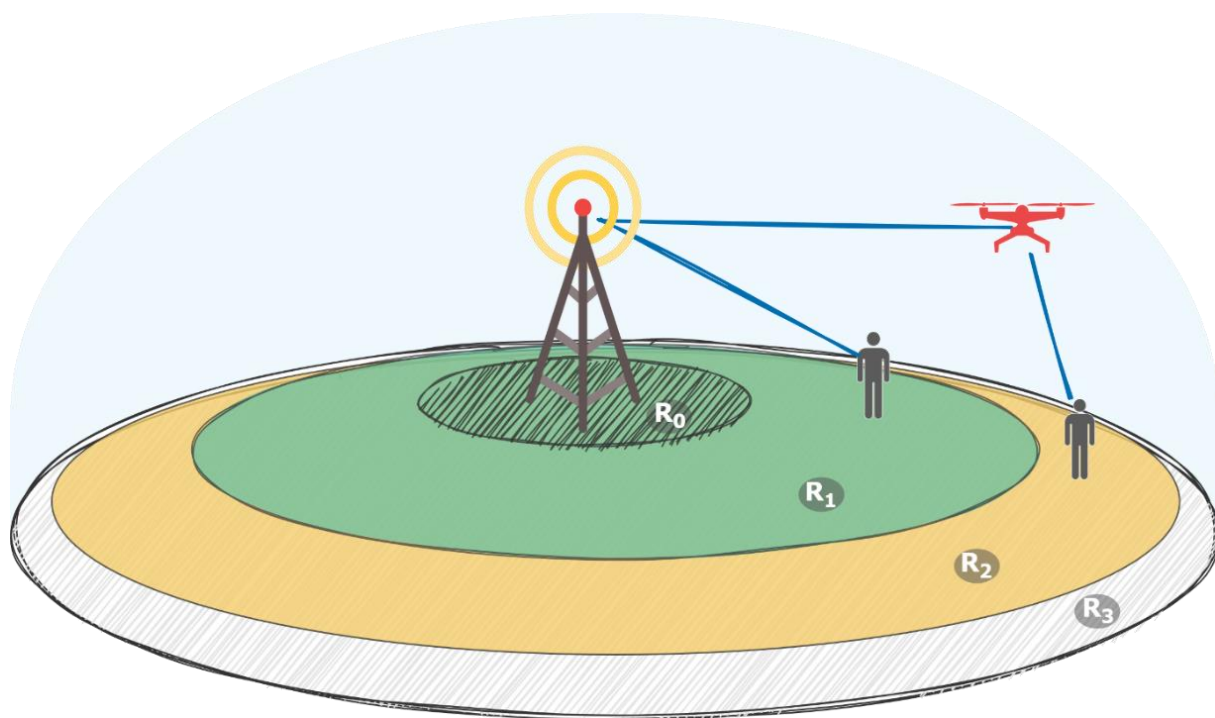


Рисунок 1.2 – Области зоны покрытия БС

Во внутренней области R_0 не рекомендуется использовать БПЛА для обслуживания UE. Поскольку пользователь может быть подключен напрямую к БС с отличным качеством связи и угловой скорости антенны может быть недостаточно для организации покрытия через БС на БПЛА.

Зона R_1 – это зона покрытия всенаправленной антенны БС, используемая для обслуживания клиентов. В этой области пользователь может быть подключен через

БПЛА, а также напрямую через всенаправленную антенну БС. Решение относительно типа соединения можно рассматривать как проблему оптимизации нескольких параметров, таких как качество канала, количество подключенных UE, схема распределения ресурсов и др.

Средняя зона R_2 соответствует зоне покрытия только направленной антенны БС через БПЛА. В этой области БПЛА используется в качестве ретранслятора для подключения к UE. Таким образом, внедрение БПЛА расширяет зону покрытия БС.

Внешняя зона R_3 – это зона, в которой направленный канал от наземной БС к БПЛА становится нестабильным, но БПЛА, находясь на границе зоны R_2 , может обеспечивать высокий уровень сигнала во внешней зоне R_3 . Таким образом, в качестве посредника целесообразно использовать БПЛА, расположенный в средней зоне, что существенно расширяет зону покрытия БС даже при наличии направленной антенны. Эта конфигурация не только обеспечивает более стабильное покрытие беспроводной сети, поскольку на пути между БС и БПЛА нет препятствий, но и позволяет расширить зону покрытия БС.

Рассматриваемый показатель QoE – характеристика сигнала согласно работе [66]. Считаем, что передаваемый трафик использует голосовой кодек iLBC (internet Low Bitrate Codec), и для правильного сбора данных от эмулятора БС отправляет постоянный поток данных на UE. Чтобы произвести анализ влияния на QoE предложенного в работе подхода использования БПЛА для расширения покрытия стационарной сети оператора связи, был реализован эмулятор тестовой сети на основе программно-конфигурируемой радиосистемы (англ., Software-defined radio, SDR) устройств. Он позволил воспроизвести характеристики канала всех взаимодействующих элементов для сценариев, описанных в системной модели.

В качестве платформы для построения эмулятора был взят инструмент для прототипирования радиосетей USRP 2954R от компании National Instruments [73]. Данное устройство имеет встроенную программируемую логическую интегральную схему (ПЛИС) и два радиочастотных канала, позволяющих моделировать сети в диапазоне до 6 ГГц с полосой до 160 МГц.

В рамках реализации система разработана так, чтобы иметь полосу пропускания 40 МГц, что соответствует 80 Мбит/с и времени дискретизации 25 нс. Тестовая установка состоит из трех USRP устройств в связке с ПК: два эмулируют приёмно-передающие устройства, а одно – условия среды распространения радиосигнала. ПК, полученные с помощью интерфейсной карты к USRP, отвечают за загрузку скомпилированных битовых файлов конфигурации ПЛИС и динамического изменения параметров SDR устройств. Схема организации взаимодействия всех элементов представлена на рисунках 1.3 и 1.4. Каждый объект моделирования (БПЛА, БС, UE, канал распространения сигнала) представлен как отдельный SDR. Из-за ограничений стенд разделен на две части:

1. канал распространения сигнала между БПЛА и наземной БС (Рисунок 1.3);
2. канал распространения сигнала между БПЛА и пользователем (Рисунок 1.4).

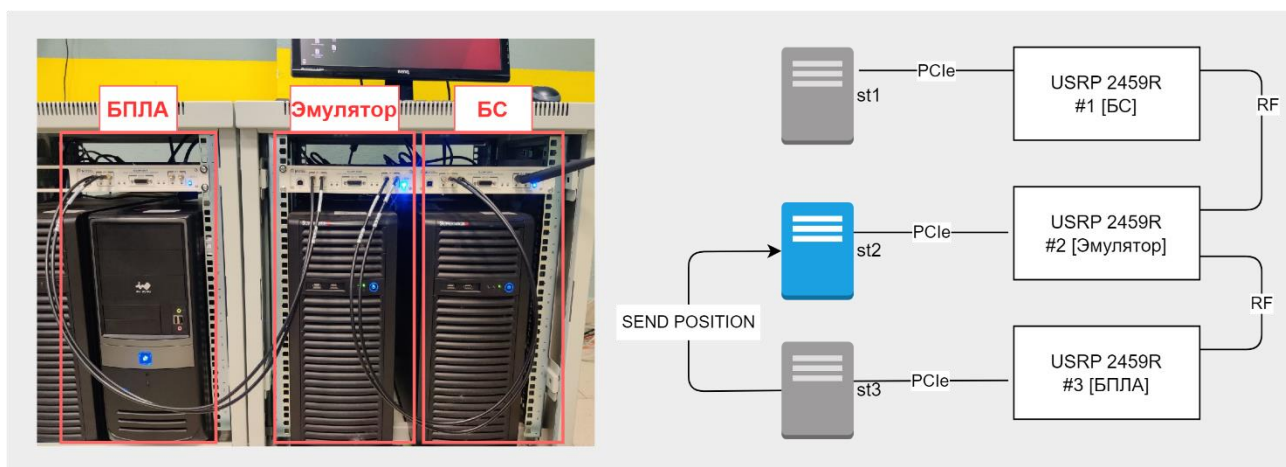


Рисунок 1.3 – Схема эмуляции канала между БПЛА и наземной БС

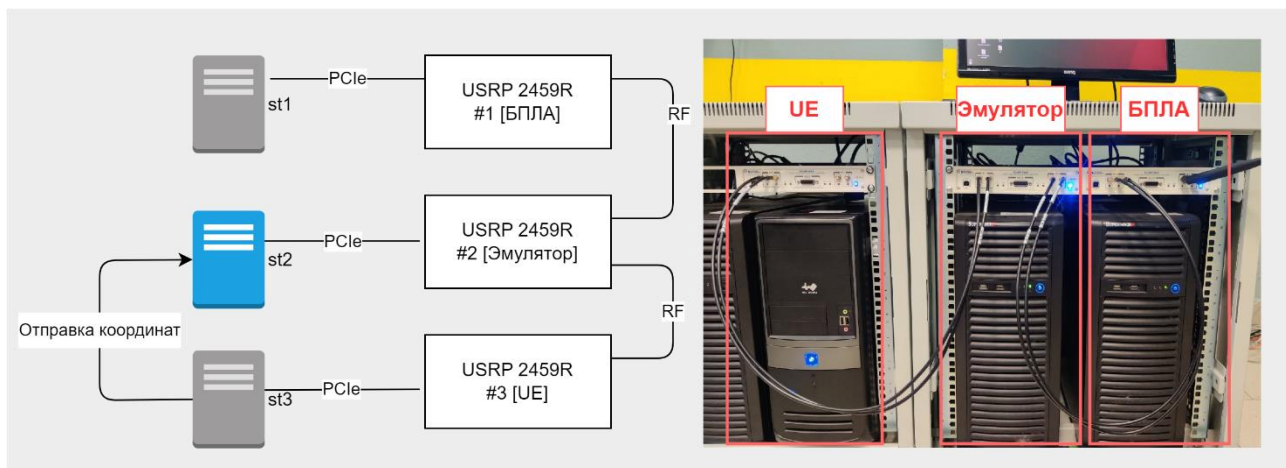


Рисунок 1.4 – Схема эмуляции канала между БПЛА и пользователем

1.1.2 Проведение измерений и анализ полученных результатов

В таблице 1.1 представлены исходные данные, использованные при испытании.

Таблица 1.1 – Исходные данные

| <i>Обозначение</i> | <i>Значение</i> | <i>Описание</i> |
|--------------------|-----------------|--|
| $\Delta\nu$ | 40 МГц | Ширина полосы радиочастоты |
| f_1 | 3300 МГц | Радиочастота БС, расположенной на БПЛА |
| | QAM 256 | Модуляция сигнала |
| P_{BS} | 21 дБм | Мощность передатчика наземной БС |
| P_{UAV} | 21 дБм | Мощность передатчика БС, расположенной на БПЛА |
| φ_{BS} | 15° | Угловая характеристика антенны БС-БПЛА |
| $\varphi_{UAV,BS}$ | 15° | Угловая характеристика антенны БПЛА-БС |
| $\varphi_{UAV,UE}$ | 90° | Угловая характеристика антенны БПЛА-UE |
| $f(x)$ | cos(x) | Диаграмма направленности антенны |
| ω | 1 рад/с | Скорость вращения поворотной антенны |
| N | -100 дБ | Мощность шума |
| G_{UE} | 10 дБм | Усиление антенны UE |
| h_{BS} | 20 м | Высота расположения наземной БС |
| h | 55 м | Высота полета БПЛА |
| $RSSI^*$ | -60dbm | Порог по мощности входного сигнала |
| f_2 | 3500 МГц | Радиочастота канала БПЛА-UE |

| | | |
|-----------|----------|-------------------------------|
| v_{UAV} | 100 км/ч | Скорость полета БПЛА |
| v_1 | 4 км/ч | Скорость перемещения пешехода |
| v_2 | 50 км/ч | Скорость движения автобуса |
| v_3 | 100 км/ч | Скорость движения автомобиля |

В качестве сценария рассматривается обслуживание отдельного движущегося в пределах сети пользователя, как показано на рисунке 1.2. Вся сеть разбита на две зоны. Первая зона ограничена окружностью с радиусом 650м с центром в точке размещения БС. В пределах этой зоны обслуживание пользователя происходит через наземную БС, т.к. качество канала достаточно для удовлетворения требования QoS/QoE. При пересечении границы первой окружности обслуживание пользователя передается на БПЛА. Для организации его соединения с наземной БС используются направленные антенны с поворотным механизмом, что позволяет обеспечивать точное направление сигнала между приемо-передающими устройствами независимо от местоположения. Радиус зоны, до которой мы наблюдаем движение пользователя, ограничен 2 километра и соответствует зоне R_3 . Ввиду того, что рассматривается сценарий с одним пользователем, оптимальное расположение БПЛА относительно пользователя будет «строго над ним». Заметим, что такое положение может оказаться не оптимальным при движении пользователя вдоль границы сети, что может привести к возникновению потерь и снижению качества обслуживания.

В эксперименте пользователь перемещался по заданной траектории. Когда пользователь перемещается по внутренней зоне и зоне действия БС, он напрямую подключается к БС. Однако, когда он выходит из зоны действия БС и входит в среднюю зону, UE переключается на БПЛА, находящийся в точке выхода траектории UE из зоны действия БС. На рисунке 1.5 показана траектория движения пользователя, зона покрытия БС, траектория пользователя и точки измерения. Зона действия БС показана зеленым кружком; средняя область - желтым. Спиральная траектория была выбрана для воспроизведения наихудшего сценария для направленной антенны БС. При рассматриваемом смещении пользователя она

должна совершать поворот в сторону БПЛА, который изменяет свое положение в след за пользователем.

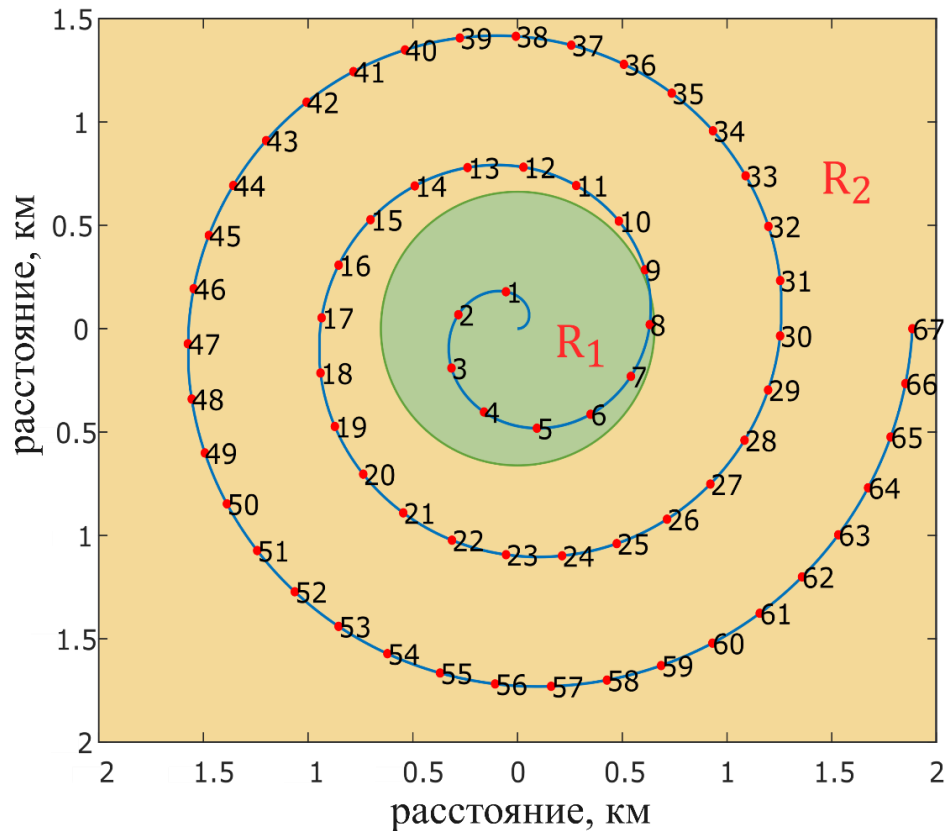


Рисунок 1.5 – Траектория движения пользователя

На рис. 1.6 и 1.7 показаны результаты эмуляции потери пакетов для различных значений скорости движения пользователя. Следует отметить, что графики не значительно увеличиваются до точки 9, а потом уменьшаются практически до значения нуля. Это происходит потому, что первые 9 точек расположены в зоне покрытия R_1 , где пользователь напрямую подключено к БС, а дальше происходит обслуживание через БПЛА. Таким образом, небольшое увеличение потерь пакетов и падение пропускной способности можно объяснить тем, что UE отдаляется от центра соты, двигаясь к ее краю. Более резкий рост потери пакетов и падение пропускной способности для случая скорости UE 100 км/ч связано с тем, что UE подключается к БС через многосекторную антенну и переключение между секторами происходит довольно часто для быстро движущегося UE с заданной траекторией. Таким образом, на переключение между секторами тратится больше времени.

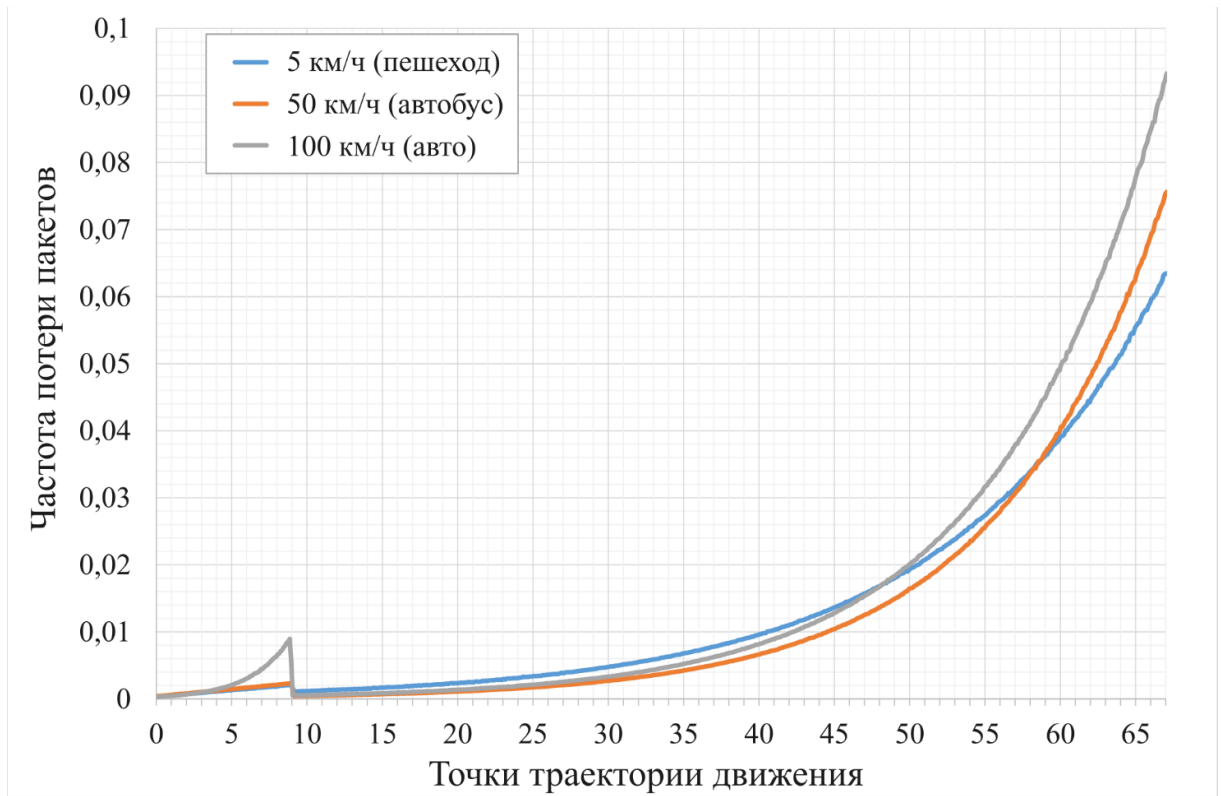


Рисунок 1.6 – Частота потери пакетов для разных скоростей движения пользователя

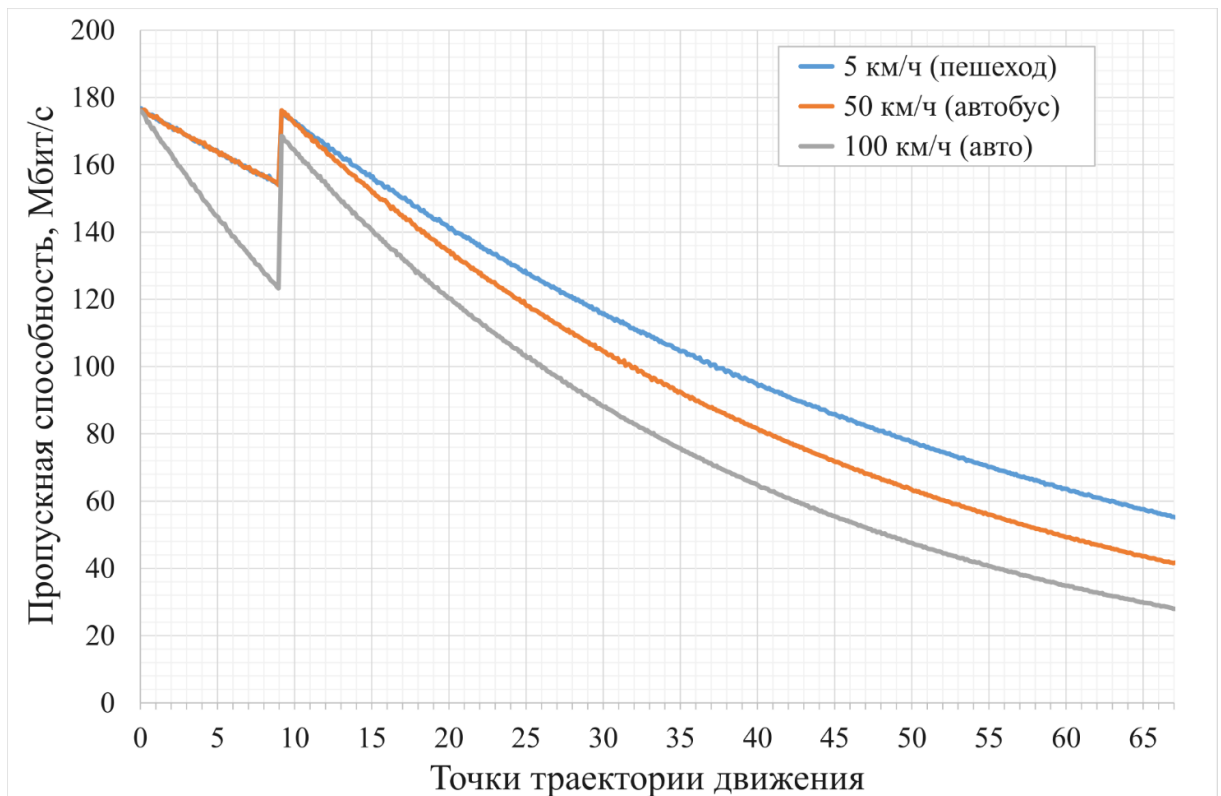


Рисунок 1.7 – Пропускная способность для разной скорости UE

Видно, что после выхода из зеленой зоны потеря пакетов сначала падает до минимального значения, а затем увеличивается с расстоянием. Первоначальное падение связано с тем, что после выхода UE в среднюю зону он подключается к БС через БПЛА. Поскольку для его подключения к БС используется направленная антенна, то сигнал становится более стабильным, а затем падает от увеличения расстояния. То же самое объяснение верно и для пропускной способности.

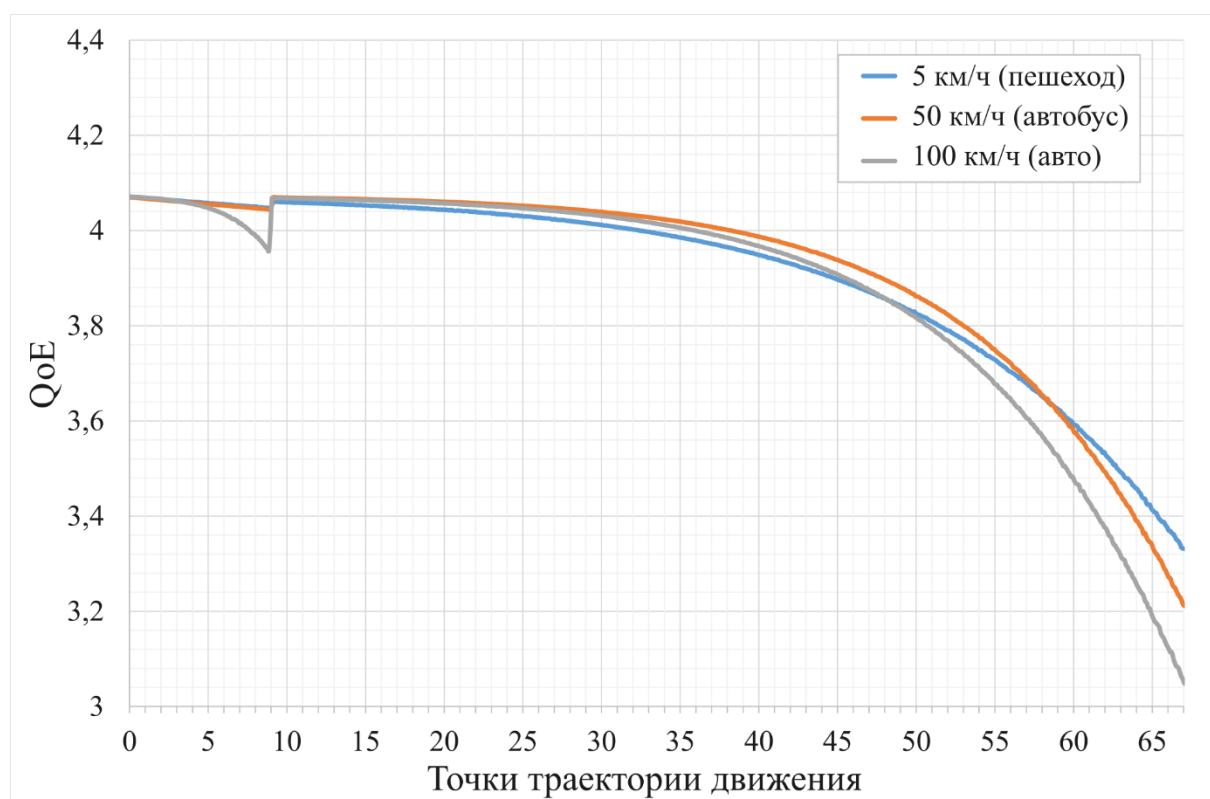


Рисунок 1.8 – Полученная характеристика QoE в зависимости от скорости пользователя

На рис. 1.8 представлены результаты характеристики QoE согласно методологии [71]. Поведение графика похоже на поведение графиков потери пакетов и пропускной способности и может быть описано аналогичным образом. Видно, что для рассматриваемого сценария наилучшее возможное значение QoE равно 4,1. Это значение достигается внутри зоны действия БС вблизи центра соты. Также можно отметить, что использование БПЛА в качестве ретранслятора для увеличения покрытия удерживает QoE выше значения равного 3. Это означает, что в рассматриваемом сценарии при увеличении покрытия соты с 650 м до 2 км общая потеря QoE составила всего один пункт на краю нового покрытия. Даже если

добавить дополнительное условие, обеспечивающее качество не ниже четырех едениц, охват соты все равно можно удвоить, так как даже для UE, движущегося с той же скоростью, что и БПЛА, качество восприятия падает ниже четырех баллов только после точки 30 на траектории движения. Если рассматривать «3» как адекватный уровень QoE, зону покрытия можно увеличить более 2 км.

Полученные результаты показывают, что использование БПЛА в качестве ретрансляторов могут потенциально удвоить зону покрытия сотовой связи при сохранении приемлемого уровня QoE. Более того, покрытие может быть еще больше увеличено при сохранении удовлетворительного уровня QoE со снижением на одну еденицу. Проведенный эксперимент показал, что построение аналитической модели практически невозможно из-за ряда технических особенностей, усложняющих архитектуру модели.

1.3. Модель массового обслуживания для анализа задержек в узле программно-конфигурируемой сети

Преимущество программно-конфигурируемых сетей (ПКС) заключается в физическом разнесении сетевых уровней, отвечающих за управление сетью (Control Plane) и потоками данных (Data Plane). Сетевой контроллер, находящийся на отдельном устройстве, выполняет задачи по построению топологии сети и формированию таблиц маршрутизации и представляет собой интеллектуальный центр управления сетью. С другой стороны, сетевое оборудование, такое как коммутаторы, отвечает за передачу фактических данных, получая инструкции от основного сетевого контроллера, в большинстве случаев, посредством протокола OpenFlow. Этот подход позволяет эффективно масштабировать ресурсы, необходимые для управления трафиком, независимо от объема передаваемых данных, а также обеспечивает оптимальную производительность сетевого оборудования.

Централизация функций управления сетью, характерная для ПКС, способствует расширению области применения этой технологии. Она включает в себя разработку стандартных протоколов и моделей данных, которые упрощают управление многоуровневыми и мультивендорными сетями. Сетевые контроллеры ПКС предоставляют высокоуровневым системам абстрактную модель сети, упрощая процессы обслуживания и способствуя разработке новых сетевых приложений.

Чтобы показать актуальность применения ПКС на транспортном уровне в сетях 5/6G, а также обоснованность использованных подходов для построения представленной в данном разделе модели отдельного сегмента сети рассмотрим проводимые в данной области исследования.

Для аналитического анализа и моделирования ПКС на основе протокола OpenFlow в [35,40] был применен подход, основанный на построении модели в виде сети массового обслуживания (SeMO), которая реализует взаимодействие между уровнями сети. В этих исследованиях коммутаторы были представлены в

виде систем массового обслуживания (СМО) типа $M/M/1$, а контроллеры – $M/M/1/S$. В [39] авторы первыми попытались учесть в модели взаимодействие между двумя сетевыми сущностями ПКС. Дополнив в своей новой работе [41] модель применением сети Джексона на уровне передачи информации. При этом управление сетью было представлено в виде «классической» СМО $M/M/1$ с ограниченным и неограниченным размером буфера.

Согласно стандарту протокола OpenFlow [46], при заданных таблицах маршрутизации данные не могут быть повторно отправлены для обработки на контроллер. Это ограничение является существенным для правильного моделирования взаимодействия в ПКС и было опущено в обеих моделях [35, 40], что не позволяет различить пакеты прошедшие через контроллер и другой поступающий в систему трафик. На основании этого было принято решение использовать в модели процесс анализа трафика для определения коммутатором типа поступающего трафика и его дальнейшей передачи по сети, без возможности повторной обработки на контроллере.

В [47] для моделирования запросов, направленных от коммутаторов к контроллеру для анализа потопающего трафика и последующей маршрутизации, было рассмотрено поступления группы запросов в виде СМО $M^K/M/1$. Это позволило оценить среднее время обработки запросов контроллером, что дало возможность получить оптимальное число коммутаторов, подключённых к одному управляющему устройству. В исследованиях [39, 42, 43] был предложен более правильный подход, основанный на разделении пакетов на две категории: первоначально поступившие в систему и уже обработанные контроллером, что позволяет точнее моделировать процесс передачи данных в ПКС.

Однако, эти исследования недостаточно точно описывают работу ПКС и не позволяют оценить аналитически все параметры производительности. Взяв за основу методы, используемые в [39, 41, 47], было проведено исследование ПКС с обязательным учетом уже верифицированных пакетов и декомпозированием коммутатор на две сущности: узла передачи данных и узла хранения таблицы

правил потоков (англ., flow table) для возможности оптимизации большего числа параметров сети.

1.1.3 Построение модели

Рассмотрим представленную на рисунке 1.9 сеть ПКС, состоящую из одного управляющего элемента (контроллера) и нескольких соединенных между собой передающих устройств (программируемые коммутаторы). Для запроса и получения конфигурационной информации для передачи данных каждое устройство имеет независимый маршрут до контроллера. В этой сети передаются пакеты различных видов услуг по уникальным маршрутам в зависимости от типа данных. Контроллер играет роль центра управления и хранит таблицу всех правил для пересылки пакетов в соответствии с типами услуг. Однако каждый коммутатор имеет ограниченную память и может хранить информацию только о наиболее часто встречающихся типах пакетов, проходящих через него. Если коммутатор не обнаруживает правило маршрутизации для поступившего пакета, он запрашивает его по выделенному сигнальному каналу у контроллера. В таком случае контроллер определяет оптимальное правило для данного пакета и отправляет обновленную таблицу маршрутизации обратно на коммутатор.

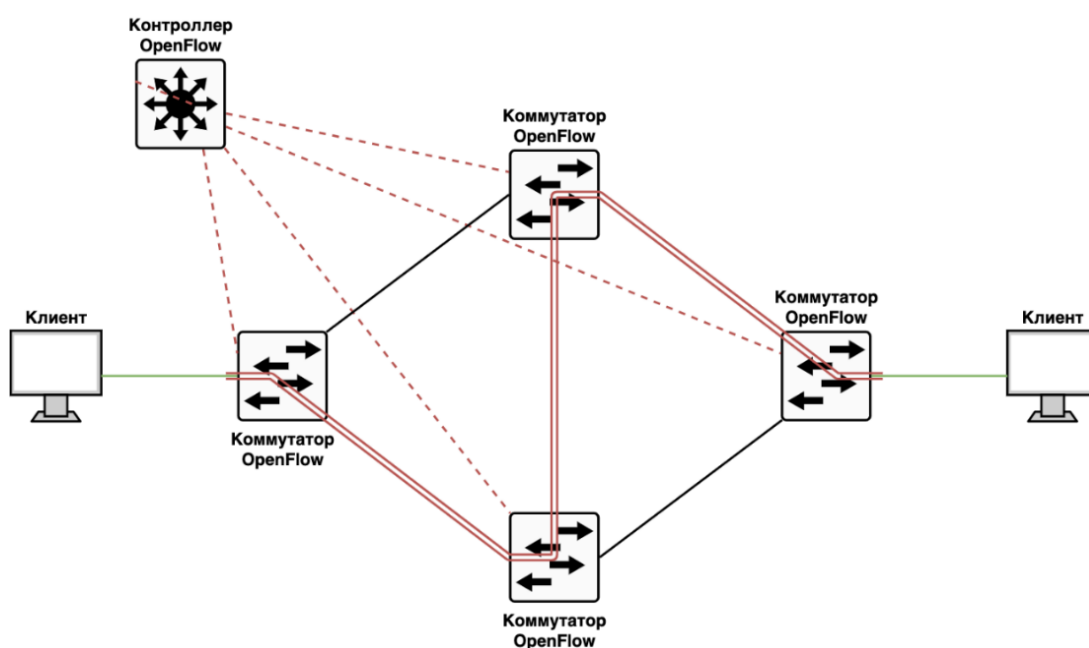


Рисунок 1.9 – Архитектура исследуемой ПКС

Данная системная модель сети ПКС с числом сетевых коммутаторов L может быть представлена в виде сети СеМО, состоящей из $L + 1$ узлов. Число входящих потоков K соответствует количеству различных типов услуг, которые поступают в систему с постоянной интенсивностью в соответствии с пуассоновским распределением. Коммутирующие узлы имеют свою таблицу маршрутизации, способную хранить до $M \leq K$ правил и обрабатывать данные в течение времени T_s , которое может зависеть от размера заданной таблицы маршрутизации. Время «жизни» правил (длительность хранения) задается с помощью параметра T_m , а на обработку новых потоков контроллеру требуется T_c единиц времени.

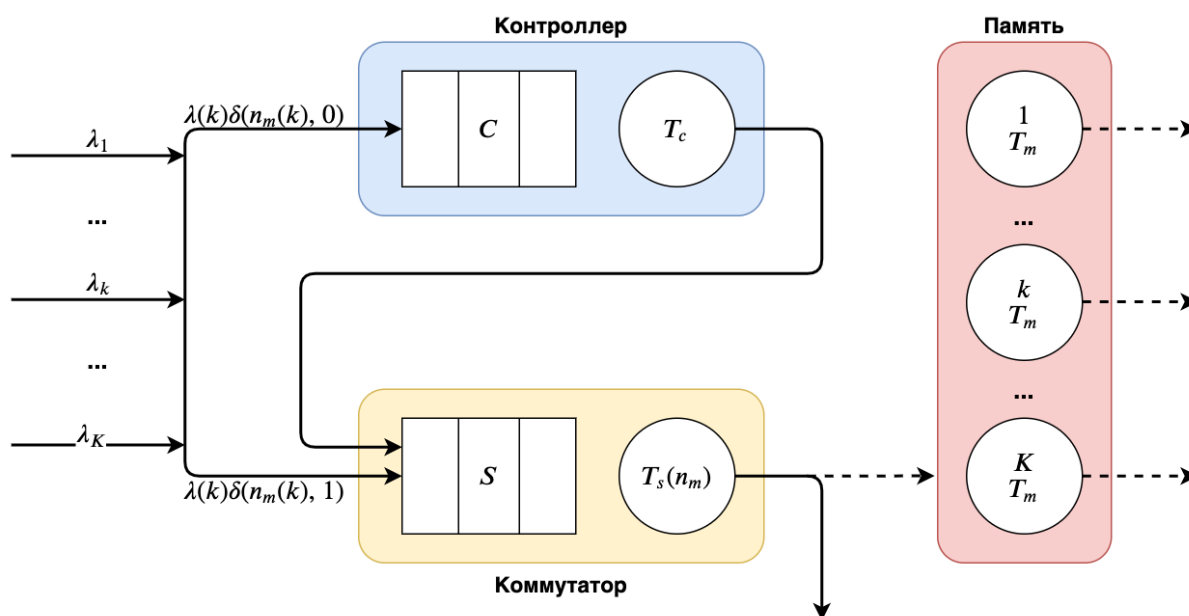


Рисунок 1.10 – Модель системы массового обслуживания

Из-за ограничений, связанных с отправкой сигнальной информации от контроллера ко всем коммутаторам, участвующим в маршрутизации пакетов поступившего потока, можно предположить, что задержки при передаче могут возникать только в первом узле сети. Поэтому на рисунке 1.10 представлена модель, которая включает контроллер и один сетевой коммутатор. Для того, чтобы учесть обработку данных и поиск правила маршрутизации, в виде отдельного узла сети представлена сущность «Память», которая хранит правила передачи.

Будем считать, все типы услуг не имеют приоритетного обслуживания и последовательно обрабатываются, но за каждым новым типом закрепляется отдельный обслуживающий прибор в узле «Память».

Пусть в систему поступают K пуассоновских потоков с интенсивностью $\lambda(k)$, $k = 1, \dots, K$ согласно дельта-функции:

$$\delta(n_m(k), j) = \begin{cases} 1, & n_m(k) = j, \\ 0, & n_m(k) \neq j, \end{cases} \quad (1.1)$$

В данной системе модель узла «Коммутатор» соответствует СМО $G/G/1/S$. Входящие пакеты следуют в узел «Коммутатор» или в узел «Контроллер» в зависимости от наличия правила в узле «Память». При поступлении пакета на «Коммутатор» он обслуживается по соответствующему правилу, и, следовательно, за соответствующее правилу время.

Если правила отсутствуют в узле «Память», то пакет сначала отправляется на «Контроллер». Однако предполагается, что в системе нет потерь из-за удаления правила пока пакет находится в очереди обслуживания в узле «Коммутатор». Это означает, что если пакет уже находится в «Коммутаторе», то он гарантированно будет обслужен. Это позволяет достаточно адекватно описать соответствие технической модели [34].

Продолжительность обслуживания на коммутаторе является случайной величиной T_s , которая обычно зависит от количества правил в памяти коммутатора. Чем больше правил, тем больше времени требуется для поиска соответствующего правила. После завершения обслуживания на коммутаторе запрос отправляется на узел «Память», где обновляется таймер хранения правил.

Введем упрощающие предположения для возможности описания системы в виде марковского случайного процесса. Допустим, что время обслуживания во всех узлах модели случайно и распределено по экспоненциальному закону. Значения параметров считаются одинаковыми для всех потоков пакетов, поступающих на систему.

В таблицу 1.2 сведены основные параметры рассматриваемой системы.

Таблица 1.2 – Описание параметров модели

| <i>Обозначение</i> | <i>Описание</i> |
|-------------------------------|---|
| K | Число потоков, поступающих на систему |
| $\lambda_k : k = 1, \dots, K$ | Интенсивность поступления k -го потока |
| S | Количество мест очереди в узле Коммутатор |
| C | Количество мест очереди в узле Контроллер |
| M | Число обслуживающих приборов в узле Память |
| $n_m(k) \in 0,1$ | Индикатор состояния k -го прибора, мкс |
| μ_s^{-1} , | Среднее время обслуживания в узле Коммутатор, мкс |
| μ_c^{-1} , | Среднее время обслуживания в узле Контроллер, мкс |
| μ_m^{-1} , | Среднее время обслуживания в узле Память, мкс |

Введем марковский случайный процесс $X(t) = \{n_c(t), n_s(t), n_m(t)\}$, описывающий поведение системы в момент времени t с пространством состояний

$$X = \{(n_c, n_s, n_m)\}: n_c = (n_c(1), \dots, n_c(K)), \sum_{k=1}^K n_c(k) \leq C,$$

$$n_s = (n_s(1), \dots, n_s(K)), \sum_{k=1}^K n_s(k) \leq S, \tag{1.2}$$

$$n_m = (n_m(1), \dots, n_m(K)), n_m(k) \in \{0,1\}, \sum_{k=1}^K n_m(k) \leq M\}$$

Запишем систему уравнений равновесия (СУР) в следующем виде:

$$p(n_c, n_s, n_m) \sum_{k=1}^K (\lambda(k) + p_c(k)\mu_c(k) + p_s(k)\mu_s(k) + p_m(k)\mu_m) = \tag{1.3}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{k=1}^K (p(n_c, n_s - e(k), n_m)\lambda(k) + \delta(n_m(k), 1) + p(n_c - e(k), n_s, n_m) \cdot \\
 &\cdot \lambda(k)\delta(n_m(k), 0) + p(n_c + e(k), n_s - e(k), n_m)p_c(k)\mu_c(k) + \\
 &+ p(n_c, n_s + e(k), n_m)p_s(k)\delta(n_m(k), 1)\mu_s(k) + \\
 &+ p(n_c, n_s + e(k), n_m - e(k))p_s(k)\delta(n_m(k), 1)\mu_s(k) + \\
 &+ p(n_c, n_s, n_m + e(k))\delta(n_m(k), 0)p_m(k)\mu_m, (n_c, n_s, n_m) \in X
 \end{aligned}$$

где

$$p_i(k) = \frac{n_i(k)}{\sum_{j=1}^K n_i(j)}, i \in c, s, m. \quad (1.4)$$

Для анализа модели введем следующие вероятностные характеристики.

Среднее число пакетов в узлах «Контроллер» и «Коммутатор»

$$N_i(k) = \sum_{(n_c, n_s, n_m) \in X} n_i(k)p(n_c, n_s, n_m), i \in \{c, s\}. \quad (1.5)$$

Среднее число пакетов системе в целом

$$N(k) = N_c(k) + N_s(k). \quad (1.6)$$

Среднее время обслуживания в узле «Контроллер»

$$W_c(k) = \frac{N_c(k)}{\lambda(k)\hat{p}_c(k)}, \quad (1.7)$$

и, в системе в целом

$$W(k) = \frac{N(k)}{\lambda(k)}, \quad (1.8)$$

В узле «Коммутатор»

$$W_s(k) = W(k) - \hat{p}_c(k)W_c(k), \quad (1.9)$$

где $\hat{p}_c(k)$ – вероятность обслуживания пакетов k -го типа в узле «Контроллер»

$$\hat{p}_c(k) = \sum_{(n_c, n_s, n_m) \in X} p(n_c, n_s, n_m) \delta(n_m(k), 0), \quad (1.10)$$

а $\hat{p}_s(k)$ – вероятности обслуживания пакетов k -го типа в узле «Коммутатор»

$$\hat{p}_s(k) = \sum_{(n_c, n_s, n_m) \in X} p(n_c, n_s, n_m) \delta(n_m(k), 1). \quad (1.11)$$

$$\hat{p}_c(k) + \hat{p}_s(k) = 1. \quad (1.12)$$

1.1.4 Численный анализ модели ПКС

Заметим, что при увеличении числа типов пакетов сложность вычислений и пространство состояний системы растут экспоненциально. Поэтому можно рассмотреть поведение системы в условиях одного агрегированного потока трафика, что позволяет существенно сократить сложность вычислений без существенного влияния на качество анализа. Значение параметров анализируемой системы сведены в таблицу 1.3.

Таблица 1.3 – Исходные данные для численного анализа

| <i>Обозначение</i> | <i>Значение</i> |
|--------------------|--------------------------------------|
| K | 1 |
| M | K |
| μ_c | 1000 |
| μ_s | 1000 |
| ρ | 0.8 |
| C | 10 |
| S | 10 |
| ρ | $0 < \frac{\lambda_1}{\mu_s} \leq 1$ |

Для простоты и не ограничивая общность анализа примем равными интенсивности обслуживания пакетов на узле «Контроллер» и «Коммутатор»

одинаковым, т.е. $\mu_c = \mu_s$. Это обосновано тем. Что глубина обработки пакета на обоих узлах аналогична, а время подбора правила и обработки пакета отличаются несущественно.

Немаловажными параметрами функционирования системы являются среднее число пакетов и средняя длительность их обслуживания в узлах «Контроллер» и «Коммутатор», а также во всей системе в целом. Интересно было рассмотреть поведение этих характеристик в зависимости от интенсивности обслуживания (среднего времени хранения) в узле «Память» при высокой, но не предельной нагрузке $\rho = 0.8$, что проиллюстрировано на рисунках 1.11 и 1.12 соответственно.

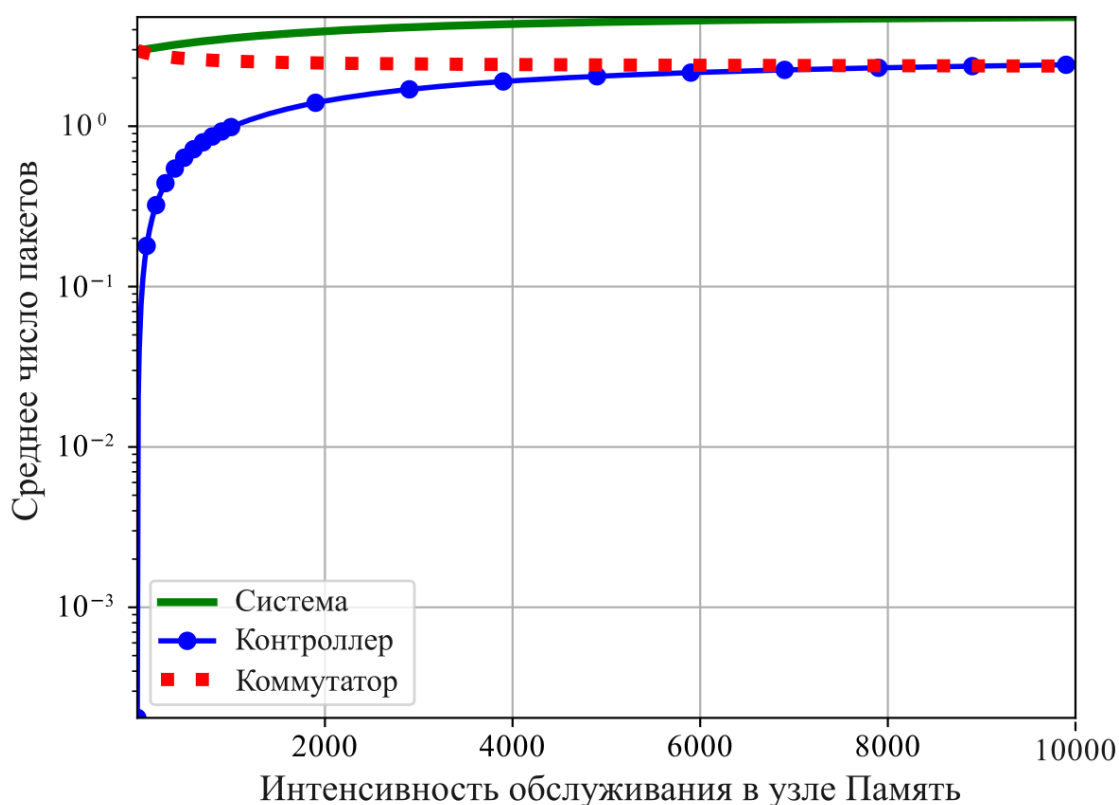


Рисунок 1.11 – Среднее число пакетов в узлах модели

Заметим, что ожидаемо наблюдается похожая динамика кривых на обоих рисунках, поскольку увеличение числа пакетов влечет за собой увеличение времени обслуживания и наоборот, т.к. обработка всех пакетов происходит последовательно. Снижение значений среднего числа пакетов и времени обслуживания (величина обратная интенсивности обслуживания) в узле

«Коммутатор» обусловлено снижением времени «жизни» правила, что в некотором смысле просеивает нагрузку на узле «Коммутатор» и приводит к возрастанию числа запросов к узлу «Контроллер».

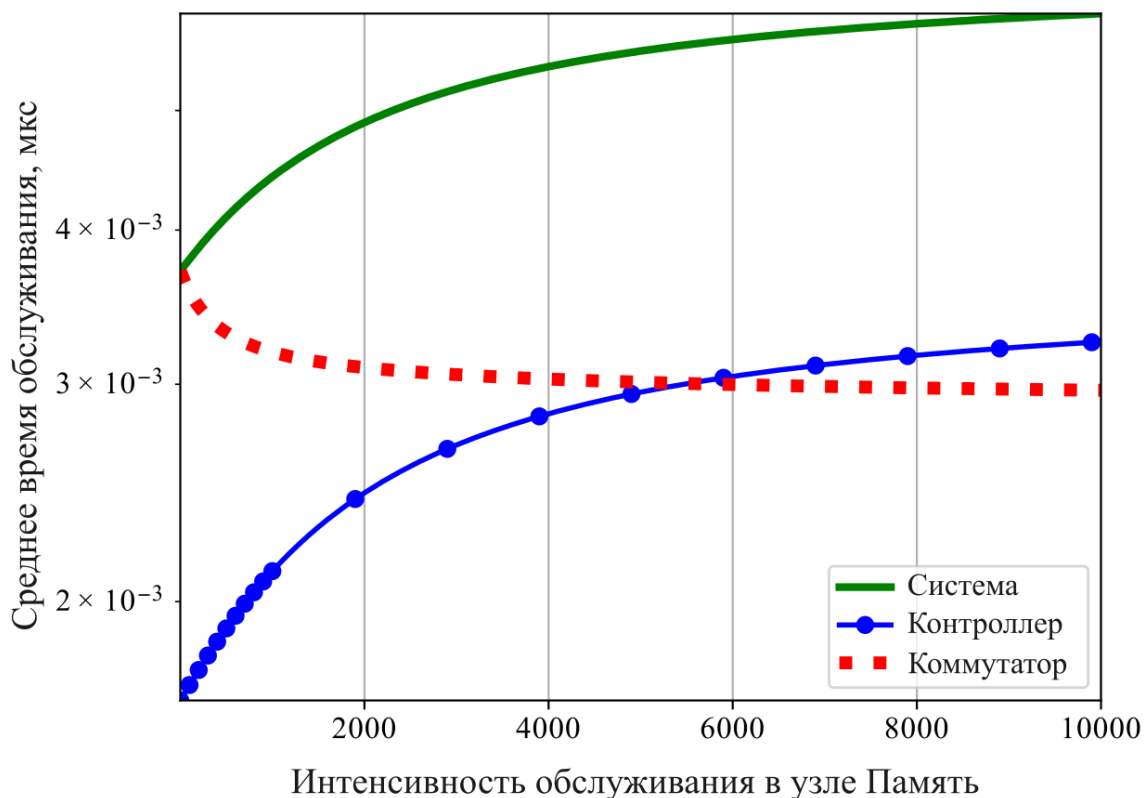


Рисунок 1.12 – Среднее время обслуживания запроса в узлах модели

Так же можно заметить, что на обоих рисунка кривая характеристик всей системы хоть и возрастает при снижении среднего времени хранения правил в узле «Память», но равномерна на всем промежутке. Это позволяет сделать вывод, что уменьшение емкости узла «Память», за счет снижения времени «жизни» правил, не приводит к нестабильной работе всей системы в целом. В зависимости от задачи это может позволить применять упрощенное оборудование, незначительно «пожертвовав» скорость маршрутизации.

Далее диссертационная работа организована следующими образом. Глава 2 посвящена построению и анализу модели МП, описывающего функционирования системы управления доступом к радиоспектру в нелицензируемом и лицензируемом диапазонах частот для оценки эффективности схем разделения спектра. Глава 3 посвящена построению и анализу модели порогового управления

миграцией приложения услуг сервис-провайдера на сервер граничных вычислений МЕС оператора мобильной сети. В этой же главе разрабатывается подход к определению оптимального порога миграции приложения услуги на сервер МЕС.

ГЛАВА 2 МОДЕЛЬ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАДИОЧАСТОТНОГО СПЕКТРА

Для реализации концепции сетей 5G, в силу их гетерогенности, а также с целью минимизации расходов на построение, будут использоваться уже имеющиеся сети, такие как 3GPP LTE. Но имеющего спектра частот будет недостаточно для увеличения пропускной способности сети, так как прогнозируется стремительное возрастание числа устройств, подключаемых к сети. Эту проблему решает только расширение диапазона частот (миллиметрового спектра) и более эффективное использование уже имеющегося спектра.

В настоящее время одним из решений является внедрение технологии совместного использования радиочастот (англ., Licensed Shared Access, LSA). Само понятие LSA представляет собой новый подход к регулированию радиочастот, который обеспечивает более эффективное использование спектра, позволяя дополнительное использование спектра на выделенных полосах. Технология LSA заключается в том, что действующий владелец выделенного спектра может разделять его (сдавать в аренду) с одним или несколькими новыми пользователями (LSA лицензиатами) в соответствии с набором условий, согласованных между владельцем, LSA лицензиатом и регулятором спектра.

Реализация технологии LSA в основном происходит на базе сети 3GPP LTE, в лицензируемом диапазоне частот 2.3–2.4 ГГц (что соответствует полосе 40 3GPP LTE). Ожидается, что операторы сетей LTE будут заключать контракты на использование спектра совместно с его владельцем на несколько лет вперед. В качестве владельца могут выступать: небольшие аэропорты, компании предоставляющие услуги профессионального видеонаблюдения, военные и т.д. Эта долгосрочная уверенность является ключевым требованием для обоснования крупномасштабных инвестиций в инфраструктуру сотовой сети. Тем не менее, действующий владелец спектра имеет приоритет использования лицензированной полосы, то есть в момент времени, когда владелец требует доступ к полосе, оператор связи должен немедленно освободить полосу LSA и предоставить ее в

пользованию владельцу. Подробные условия обсуждаются между двумя сторонами в соглашении о совместном использовании.

Как правило, полоса LSA используется вместе с LTE в выделенном лицензированном спектре с использованием подходящих механизмов агрегирования несущей (англ., Carrier Aggregation, CA). Поскольку существующие LTE-сети, например, в Европе, как правило основаны на технологии двунаправленного сигнала с частотным разделением FDD (англ. Frequency Division Duplex), требуется решение не ниже 3GPP Release-12, использующий FDD/TDD (англ., Time Division Duplex) агрегирования несущей, для работы существующей инфраструктуры с режимами LTE LSA. На рисунке 2.1 показан основной принцип совместного использования лицензированной полосы.

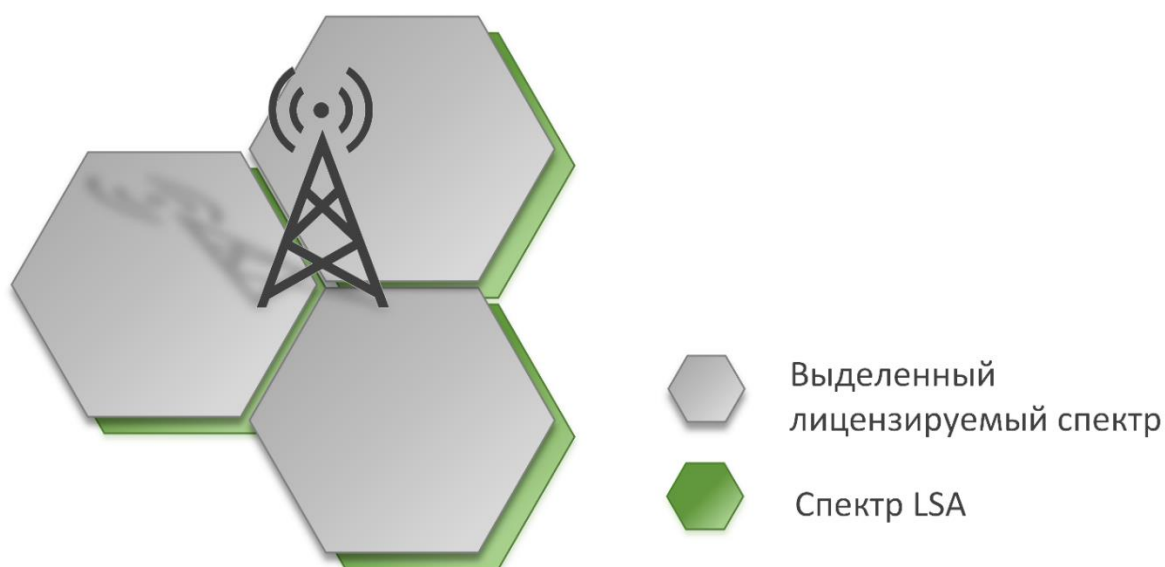


Рисунок 2.1 – Совместное использование спектра

На рисунке 2.2 показана основная архитектура системы LSA, определенная в стандарте ETSI TS 103 235 [19]. В этом контексте управление использованием спектра в основном опирается на централизованную базу данных, известную как LSA репозиторий. Владельцы спектра обязаны предоставлять в базу данных информацию о наличии априорных данных о доступности спектра LSA по географическому пространству и времени. В зависимости от этой информации системе LTE предоставляется доступ или предлагается освободить соответствующие полосы через механизмы управления в LSA контроллере. В этом

оперативном подходе не требуются механизмы обнаружения для идентификации операции владельца.

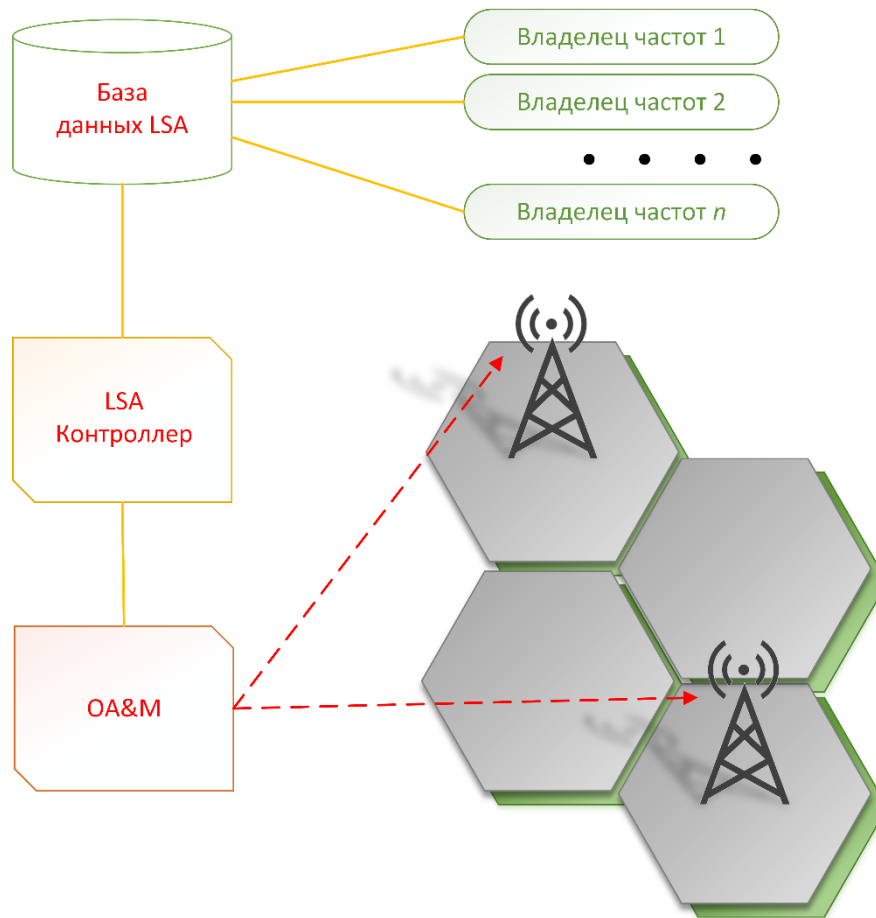


Рисунок 2.2 – Архитектура LSA

Система LSA отвечает потребностям следующих заинтересованных сторон:

- владельцев, то есть первичных пользователей спектра, которые могут сдать его в аренду (сублицензировать) лицензиатам LSA на определенных условиях;
- лицензиатов LSA, использующих беспроводную систему в рамках соглашения о совместном использовании (операторы, предоставляющие услуги 3GPP LTE);
- национальных регуляторов, которые смогут контролировать деятельность.

В частности, схема LSA обеспечивает четкое экономическое обоснование, в котором отношения аренды между операторами и лицензиатами LSA приводят к определенному притоку денег. При этом лицензиаты LSA получают

гарантированные условия качества обслуживания (QoS) в данной географической области, полосе частот и на данный период времени. Заметим, что система связи типа TVWS (англ., TV White Space) не предлагает такой четкой бизнес-модели для всех заинтересованных сторон или гарантированный уровень QoS, что может, по крайней мере частично, объяснить ограниченный коммерческий успех технологии.

Ввиду изложенного, актуальной является задача оптимального распределения нагрузки между ресурсами совместного и индивидуального использования оператора, при котором показатели прерывания обслуживания пользователей были бы минимальны.

В диссертационной работе предложены и исследованы две схемы совместного использования ресурсов оператором-арендатором и владельцем. Арендатор имеет доступ как к полосе индивидуального использования – собственной полосе, доступной ему непрерывно, так и к полосе совместного использования, которую он берет в аренду и использует совместно с владельцем. Обе модели реализованы на основе прерывания обслуживания пользователей арендованной полосы [3] в случае необходимости освобождения ресурсов для владельца. При этом оператор перенаправляет заявки, обслуживаемые на арендованной полосе, на полосу индивидуального использования, если там имеются свободные ресурсы. В случае, если свободных ресурсов нет обслуживание заявок прерывается. Различие моделей заключается в том, что в первой модели заявки непрерывно обслуживаются на той полосе, ресурсы которой изначально заняты, а во второй модели заявки, обслуживаемые на полосе совместного использования, перенаправляются на индивидуальную полосу, если на ней появляются свободные ресурсы.

В построенных моделях рассматривается не чувствительный к задержкам трафик. Модели с таким трафиком ранее исследовались в [8, 9]. В работе [10] рассмотрена политика снижения мощности на LSA полосе для уменьшения интерференции между владельцем и арендатором. Авторы [11] предложили математические модели, объединяющие теорию массового обслуживания и

стохастическую геометрию, для анализа политики снижения мощности в сети LTE LSA.

2.1. Описание схем управления доступом к радиоресурсам

Рассмотрим соту мобильной мультисервисной сети с системой LSA и двумя полосами радиоспектра – индивидуального и совместного использования. Пусть емкость полосы индивидуального использования равна C_1 , а полосы совместного использования C_2 единиц. Полоса совместного использования может работать в двух режимах $s = 1, 2$. Если $s = 1$, то полоса находится в активном режиме, если $s = 0$ то в пассивном. Предположим, что полоса совместного использования переходит в пассивный режим с интенсивностью α , возвращение в активный режим происходит с интенсивностью β , т.е. среднее время доступности или недоступности полосы совместного использования для оператора-арендатора определяется как α^{-1} или β^{-1} соответственно. Предполагается, что соответствующие случайные величины распределены экспоненциально.

Для простоты и не ограничивая общности задачи считаем, что пользователям предоставляется только одна услуга, генерирующая потоковый трафик. Интенсивность пуассоновского потока запросов является постоянной и равна λ . Среднее время распределенного экспоненциально обслуживания одного запроса на полосе индивидуального или совместного использования равно μ_1^{-1} или μ_2^{-1} соответственно. В соответствии с особенностями потокового трафика каждый запрос обслуживается на гарантированной скорости c , которую для простоты положим равной единице ($c = 1$). С учетом этого максимальное число пользователей на полосе индивидуального или совместного использования равно C_1 или C_2 соответственно. Сведем все необходимые обозначения в таблицу 2.1.

Таблица 2.1 – Параметры системы

| <i>Обозначение</i> | <i>Описание</i> |
|--------------------|---|
| C_1 | Максимальное количество пользователей на полосе индивидуального использования |
| C_2 | Максимальное количество пользователей на полосе совместного использования |
| μ_1^{-1} | Среднее время обслуживания одного запроса на полосе индивидуального использования |
| μ_2^{-1} | Среднее время обслуживания одного запроса пользователя на полосе совместного использования |
| $s \in \{0,1\}$ | Состояние полосы совместного использования: $s = 1$, если полоса находится в активном режиме, $s = 0$, если полоса находится в пассивном режиме |
| α | Интенсивность перехода полосы совместного использования в пассивный режим |
| β | Интенсивность перехода полосы совместного использования в активный режим |
| c | Гарантированная скорость передачи данных |
| n_1 | Количество запросов, обслуживаемых на полосе индивидуального использования |
| n_2 | Число запросов, обслуживаемых на полосе совместного использования |

Для ограничения интерференции, создаваемой пользователями мобильного оператора-арендатора на полосе совместного использования, рассмотрим сценарий прерывания обслуживания пользователей на этой полосе. Для большего понимания рассматриваемой политики определим правила приема на обслуживание запросов пользователей. Эти правила являются общими для обеих рассматриваемых далее

моделей схем управления доступом к радиоресурсам сети. При поступлении нового запроса возможны следующие сценарии.

- Запрос будет принят на обслуживание на полосе индивидуального использования, если число пользователей на этой полосе меньше C_1 .
- Запрос будет принят на обслуживание на полосе совместного использования, если число пользователей на полосе индивидуального использования равно C_1 , а полоса совместного использования находится в активном режиме ($s = 1$) и число пользователей на ней меньше C_2 .
- В противном случае запрос будет заблокирован.
- В случае, когда владелец нуждается в ресурсах, полоса совместного использования переходит в пассивный режим, при этом возможны два случая:
 - запрос, обслуживаемый на полосе совместного использования, продолжит свое обслуживание на полосе индивидуального использования, если число пользователей на полосе индивидуального использования меньше C_1 ;
 - в противном случае запрос, обслуживаемый на полосе совместного использования, будет прерван.

Далее перейдем к детальному описанию рассматриваемых в статье моделей схем управления доступом к радиоресурсам беспроводной мультисервисной сети в терминах марковского процесса с дискретным множеством состояний.

2.2. Марковская модель схемы управления доступом

С учетом изложенного выше опишем исследуемые системы МП $\mathbf{X}(t) = (N_1(t), N_2(t), S(t), t \geq 0)$, где $N_1(t)$ – число пользователей на полосе индивидуального использования, $N_2(t)$ – число пользователей на полосе совместного использования, $S(t)$ – состояние полосы совместного использования.

Рассмотрим первую и более простую модель схемы беспроводной сети с системой LSA. В этой модели запрос обслуживается на полосе, на которую он

первоначально поступает. При этом он может изменить полосу обслуживания, а именно полосу совместного использования, только тогда, когда полоса переходит в пассивный режим. Пространство состояний данной системы имеет вид

$$X_1 = \{(n_1, n_2, s) : s = 0, n_1 \in [0, C_1], n_2 = 0 \cup s = 1, n_1 \in [0, C_1], n_2 \in [0, C_2]\} \quad (2.1)$$

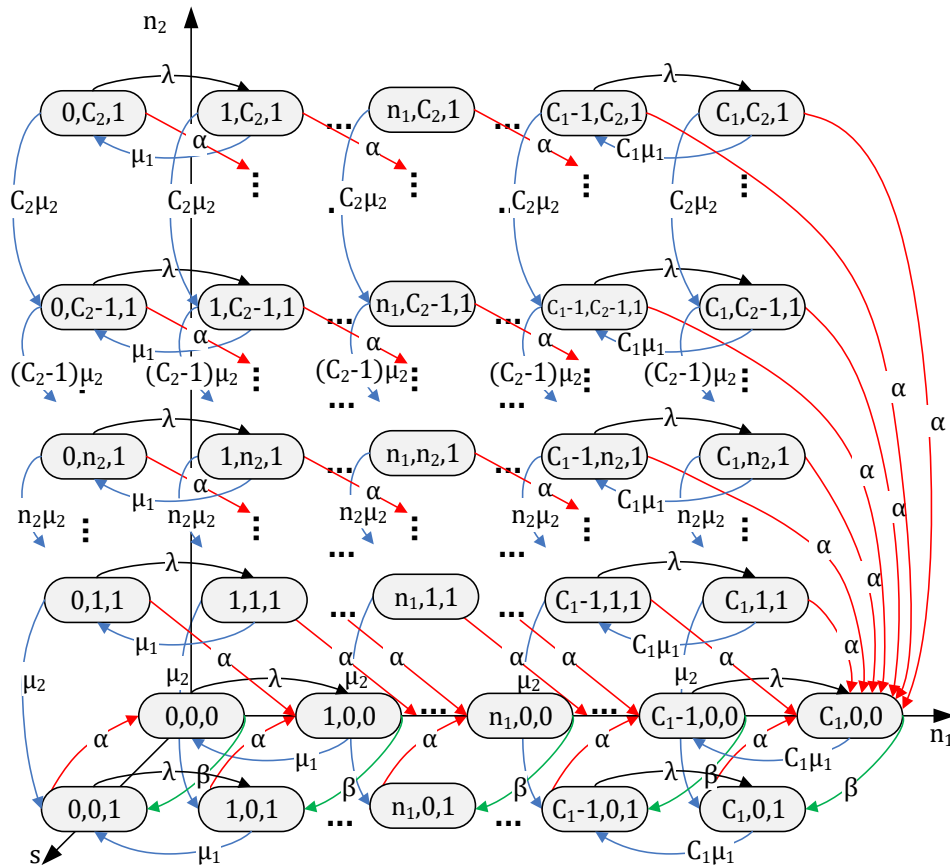


Рисунок 2.3 – Диаграмма интенсивностей переходов для модели с обслуживанием на первоначально выбранной полосе

Перейдем ко второй модели. В отличие от предыдущей модели, запрос обслуживаемый на полосе совместного использования продолжает свое обслуживание на полосе индивидуального использования, как только число пользователей на полосе индивидуального использования становится меньше C_1 . Таким образом, изменение полосы возможно не только в случае когда полоса совместного использования переходит в пассивный режим. Пространство состояний второй модели имеет следующий вид

$$\mathbf{X}_2 = \{(n_1, n_2, s) : s = 0, 1, n_1 \in [0, C_1], n_2 = 0 \cup s = 1, n_1 = C_1, n_2 \in [0, C_2]\} \quad (2.2)$$

Диаграмма интенсивностей переходов для первой модели – с обслуживанием на первоначально выбранной полосе имеет вид как показано на рисунке 2.3 Рисунок 2.3.

Соответствующий марковский процесс, описывающий поведение системы, можно представить в виде следующей системы уравнений равновесия (СУР).

$$\begin{aligned} (\lambda + \beta)p_1(0,0,0) &= \mu_1 p_1(1,0,0) + \alpha p_1(0,0,1); \\ (\lambda + \alpha)p_1(0,0,1) &= \beta p_1(0,0,0) + \mu_1 p_1(1,0,1) + \mu_2 p_1(0,1,1); \\ (\lambda + n_1 \mu_1 + \beta)p_1(n_1, 0, 0) &= \lambda p_1(n_1 - 1, 0, 0) + (n_1 + 1) \mu_1 p_1(n_1 + 1, 0, 0) + \\ &+ \alpha \sum_{m=0}^{n_1} p_1(n_1 - m, m, 1), \quad n_1 = 1, \dots, C_1 - 1; \\ (\lambda + n_1 \mu_1 + \alpha)p_1(n_1, 0, 1) &= \lambda p_1(n_1 - 1, 0, 1) + (n_1 + 1) \mu_1 p_1(n_1 + 1, 0, 1) + \\ &+ \beta p_1(n_1, 0, 0) + \mu_2 p_1(n_1, 1, 1), \quad n_1 = 1, \dots, C_1 - 1; \\ (\lambda + n_2 \mu_2 + \alpha)p_1(0, n_2, 1) &= \mu_1 p_1(1, n_2, 1) + (n_2 + 1) \mu_2 p_1(0, n_2 + 1, 1), \\ n_2 &= 1, \dots, C_2 - 1; \\ (\lambda + n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2 + \alpha)p_1(n_1, n_2, 1) &= \lambda p_1(n_1 - 1, n_2, 1) + \\ &+ (n_1 + 1) \mu_1 p_1(n_1 + 1, n_2, 1) + (n_2 + 1) \mu_2 p_1(n_1, n_2 + 1, 1), \\ n_1 &= 1, \dots, C_1 - 1, n_2 = 1, \dots, C_2 - 1; \\ (C_1 \mu_1 + \beta)p_1(C_1, 0, 0) &= \lambda p_1(C_1 - 1, 0, 0) + \\ &+ \alpha \left(p_1(C_1, 0, 1) + \sum_{m=1}^{C_2} (p_1(C_1, m, 1) + p_1(C_1 - m, m, 1)) \right); \\ (\lambda + C_1 \mu_1 + \alpha)p_1(C_1, 0, 1) &= \lambda p_1(C_1 - 1, 0, 1) + \beta p_1(C_1, 0, 0) + \\ &+ \mu_2 p_1(C_1, 1, 1); \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}
 (\lambda + C_1\mu_1 + n_2\mu_2 + \alpha)p_1(C_1, n_2, 1) &= \lambda(p_1(C_1 - 1, n_2, 1) + p_1(C_1, n_2 - 1, 1)) + \\
 &+ (n_2 + 1)\mu_2 p_1(C_1, n_2 + 1, 1), \quad n_2 = 1, \dots, C_2 - 1; \\
 (C_1\mu_1 + C_2\mu_2 + \alpha)p_1(C_1, C_2, 1) &= \lambda(p_1(C_1 - 1, C_2, 1) + p_1(C_1, C_2 - 1, 1)),
 \end{aligned}$$

где $p_1(n_1, n_2, s), (n_1, n_2, s) \in \mathbf{X}_1$ – стационарное распределение вероятностей.

Обозначим $p_2(n_1, n_2, s), (n_1, n_2, s) \in \mathbf{X}_2$ стационарное распределение вероятностей для второй модели – модели с предпочтительным обслуживанием на полосе индивидуального использования. На основе диаграммы интенсивностей переходов (Рисунок 2.4) выпишем СУР для второй модели.

$$\begin{aligned}
 (\beta + \lambda)p_2(0,0,0) &= \alpha p_2(0,0,1) + \mu_1 p_2(1,0,0); \\
 (\beta + n_1\mu_1 + \lambda)p_2(n_1, 0, 0) &= \lambda p_2(n_1 - 1, 0, 0) + \alpha p_2(n_1, 0, 1) + \\
 &+ (n_1 + 1)\mu_1 p_2(n_1 + 1, 0, 0), \quad n_1 = 1, \dots, C_1 - 1; \\
 (C_1\mu_1 + \beta)p_2(C_1, 0, 0) &= \lambda p_2(C_1 - 1, 0, 0) + \alpha \sum_{m=0}^{C_2} p_2(C_1, m, 1); \\
 (\alpha + \lambda)p_2(0,0,1) &= \beta p_2(0,0,0) + \mu_1 p_2(1,0,1); \\
 (\alpha + n_1\mu_1 + \lambda)p_2(n_1, 0, 1) &= \lambda p_2(n_1 - 1, 0, 1) + \beta p_2(n_1, 0, 0) + \\
 &+ (n_1 + 1)\mu_1 p_2(n_1 + 1, 0, 1), \quad n_1 = 1, \dots, C_1 - 1; \\
 (\alpha + C_1\mu_1 + \lambda)p_2(C_1, 0, 1) &= \lambda p_2(C_1 - 1, 0, 1) + \beta p_2(C_1, 0, 0) + \\
 &+ (C_1\mu_1 + \mu_2)p_2(C_1, 1, 1); \\
 (\alpha + C_1\mu_1 + n_2\mu_2 + \lambda)p_2(C_1, n_2, 1) &= \lambda p_2(C_1, n_2 - 1, 1) + \\
 &+ (C_1\mu_1 + (n_2 + 1)\mu_2)p_2(C_1, n_2 + 1, 1), \quad n_2 = 1, \dots, C_2 - 1; \\
 (\alpha + C_1\mu_1 + C_2\mu_2)p_2(C_1, C_2, 1) &= \lambda p_2(C_1, C_2 - 1, 1).
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

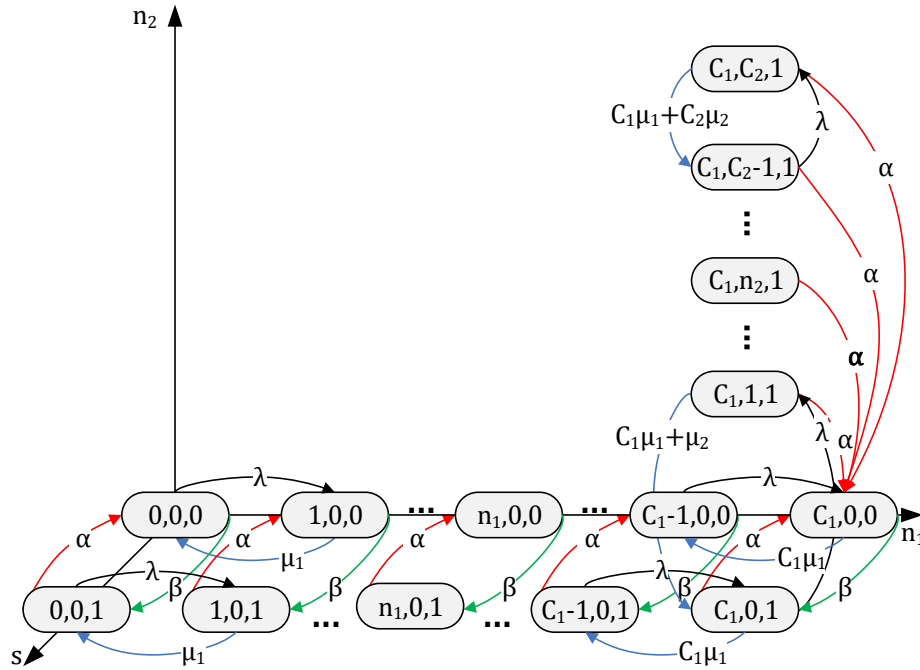


Рисунок 2.4 – Диаграмма интенсивностей переходов для модели с предпочтительным обслуживанием на полосе индивидуального использования

Обозначим стационарное распределение вероятностей как $p_i(n_1, n_2, s), (n_1, n_2, s) \in X_i, i = 1, 2$. Рассмотрим матрицы интенсивностей переходов $A_i = (a_i((n_1, n_2, s)(n'_1, n'_2, s'))), i = 1, 2$ марковского процесса $X(t)$ для первой и второй модели соответственно. В соответствии с диаграммами интенсивностей переходов (Рисунок 2.3 и Рисунок 2.4) и СУР (2.3) и (2.4), которые были представлены выше, элементы $a_i((n_1, n_2, s)(n'_1, n'_2, s'))$ матрицы $A_i, i = 1, 2$ определяются следующим образом:

– для модели с обслуживанием на первоначально выбранной полосе

$$a_1((n_1, n_2, s)(n'_1, n'_2, s')) = \begin{cases} \alpha, & n'_1 = \min(C_1, n_1 + n_2), n'_2 = 0, s' = s - 1, \\ \beta, & n'_1 = n_1, n'_2 = n_2 = 0, s' = s + 1, \\ \lambda, & n'_1 = n_1 + 1, n'_2 = n_2, s' = s \text{ or} \\ & n'_1 = n_1 = C_1, n'_2 = n_2 + 1, s' = s = 1, \\ n_1\mu_1, & n'_1 = n_1 - 1, n'_2 = n_2, s' = s, \\ n_2\mu_2, & n'_1 = n_1, n'_2 = n_2 - 1, s' = s = 1, \\ *, & n'_1 = n_1, n'_2 = n_2, s' = s, \\ 0, & \text{в другом случае,} \end{cases} \quad (2.5)$$

где $*$ = $-(s\alpha + (1 - s)\beta) + \lambda \cdot 1\{n_1 + sn_2 < C_1 + sC_2\} + n_1\mu_1 + n_2\mu_2$;

- для модели с предпочтительным обслуживанием на полосе индивидуального использования

$$a_2((n_1, n_2, s)(n'_1, n'_2, s')) = \begin{cases} \alpha, & n'_1 = n_1, n'_2 = 0, s' = s - 1, \\ \beta, & n'_1 = n_1, n'_2 = n_2 = 0, s' = s + 1, \\ \lambda, & n'_1 = n_1 + 1, n'_2 = n_2 = 0, s' = s \text{ or} \\ & n'_1 = n_1 = C_1, n'_2 = n_2 + 1, s' = s = 1, \\ n_1\mu_1, & n'_1 = n_1 - 1, n'_2 = n_2, s' = s, \\ C_1\mu_1, & n'_1 = n_1 = C_1, n'_2 = n_2 - 1, s' = s = 1, \\ n_2\mu_2, & n'_1 = n_1 = C_1, n'_2 = n_2 - 1, s' = s = 1, \\ *, & n'_1 = n_1, n'_2 = n_2, s' = s, \\ 0, & \text{в другом случае,} \end{cases} \quad (2.6)$$

Где* = $-(s\alpha + (1 - s)\beta + \lambda \cdot 1\{n_1 + sn_2 < C_1 + sC_2\} + n_1\mu_1 + n_2\mu_2)$.

Распределение вероятностей первой или второй системы $p_i(n_1, n_2, s), (n_1, n_2, s) \in X_i$ может быть вычислено как решение СУР

$$\mathbf{p}_i \mathbf{A}_i = \mathbf{0}, \mathbf{p}_i \mathbf{1}^T = \mathbf{1}, i = 1, 2. \quad (2.7)$$

Для модели схемы доступа к радиоресурсам сети с предпочтительным обслуживанием на полосе индивидуального использования (вторая модель) распределение вероятностей состояний системы $p_2(n_1, n_2, s), (n_1, n_2, s) \in X_2$ может быть вычислено не только при помощи решения системы уравнений равновесия. Для сокращения расчетов для этой модели ниже в диссертационной работе рекуррентный алгоритм.

Введем функции (с точностью до нормирующей константы вероятности, т.н. «ненормированные вероятности») $q(n_1, n_2, s), (n_1, n_2, s) \in X_2$.

Утверждение 2.1.

1) Значения функций $q(n_1, n_2, s)$ определяются по формулам

$$q(0,0,0) = 1, q(0,0,1) = x; \quad (2.8)$$

$$q(n_1, n_2, s) = \gamma_{n_1, n_2, s} + \delta_{n_1, n_2, s} x, \quad (n_1, n_2, s) \in X_2 : n_1 > 0; \quad (2.9)$$

$$x = \frac{(C_1\mu_1 + C_2\mu_2 + \alpha)\gamma_{C_1, C_2, 1} - \lambda\gamma_{C_1, C_2 - 1, 1}}{\lambda\delta_{C_1, C_2 - 1, 1} - (C_1\mu_1 + C_2\mu_2 + \alpha)\delta_{C_1, C_2, 1}}. \quad (2.10)$$

2) Коэффициенты $\gamma_{n_1, n_2, s}$ и $\delta_{n_1, n_2, s}$ вычисляются по рекуррентным соотношениям

$$\gamma_{0,0,0} = 1, \delta_{0,0,0} = 0; \quad (2.11)$$

$$\gamma_{0,0,1} = 0, \delta_{0,0,1} = 1; \quad (2.12)$$

$$\gamma_{1,0,0} = \frac{\lambda + \beta}{\mu_1}, \delta_{1,0,0} = -\frac{\alpha}{\mu_1}; \quad (2.13)$$

$$\gamma_{1,0,1} = -\frac{\beta}{\mu_1}, \delta_{1,0,1} = \frac{\lambda + \alpha}{\mu_1}; \quad (2.14)$$

$n_1 = 2, \dots, C_1, n_2 = 0, s = 0:$

$$\gamma_{n_1,0,0} = \frac{(n_1 - 1 + \gamma_{1,0,0})}{n_1} \gamma_{n_1-1,0,0} + \frac{\delta_{1,0,0}}{n_1} \gamma_{n_1-1,0,1} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \gamma_{n_1-2,0,0}, \quad (2.15)$$

$$\delta_{n_1,0,0} = \frac{(n_1 - 1 + \gamma_{1,0,0})}{n_1} \delta_{n_1-1,0,0} + \frac{\delta_{1,0,0}}{n_1} \delta_{n_1-1,0,1} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \delta_{n_1-2,0,0}; \quad (2.16)$$

$n_1 = 2, \dots, C_1, n_2 = 0, s = 1:$

$$\gamma_{n_1,0,1} = \frac{(n_1 - 1 + \delta_{1,0,1})}{n_1} \gamma_{n_1-1,0,1} + \frac{\gamma_{1,0,1}}{n_1} \gamma_{n_1-1,0,0} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \gamma_{n_1-2,0,1}, \quad (2.17)$$

$$\delta_{n_1,0,1} = \frac{(n_1 - 1 + \delta_{1,0,1})}{n_1} \delta_{n_1-1,0,1} + \frac{\gamma_{1,0,1}}{n_1} \delta_{n_1-1,0,0} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \delta_{n_1-2,0,1}; \quad (2.18)$$

$$\gamma_{C_1,1,1} = \frac{\lambda + C_1 \mu_1 + \alpha}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \gamma_{C_1,0,1} - \frac{\lambda}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \gamma_{C_1-1,0,1} + \frac{\beta}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \gamma_{C_1,0,0}, \quad (2.19)$$

$$\delta_{C_1,1,1} = \frac{\lambda + C_1 \mu_1 + \alpha}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \delta_{C_1,0,1} - \frac{\lambda}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \delta_{C_1-1,0,1} + \frac{\beta}{C_1 \mu_1 + \mu_2} \delta_{C_1,0,0}; \quad (2.20)$$

$n_1 = C_1, n_2 = 2, \dots, C_2, s = 1:$

$$\gamma_{C_1, n_2, 1} = \frac{\lambda + C_1 \mu_1 + (n_2 - 1) \mu_2 + \alpha}{C_1 \mu_1 + n_2 \mu_2} \gamma_{C_1, n_2-1, 1} - \frac{\lambda}{C_1 \mu_1 + n_2 \mu_2} \gamma_{C_1, n_2-2, 1}, \quad (2.21)$$

$$\delta_{C_1, n_2, 1} = \frac{\lambda + C_1 \mu_1 + (n_2 - 1) \mu_2 + \alpha}{C_1 \mu_1 + n_2 \mu_2} \delta_{C_1, n_2-1, 1} - \frac{\lambda}{C_1 \mu_1 + n_2 \mu_2} \delta_{C_1, n_2-2, 1} \quad (2.22)$$

Замечание 2.1. Распределение вероятностей $p_2(n_1, n_2, s)$ рассчитывается по формуле

$$p_2(n_1, n_2, s) = \frac{q(n_1, n_2, s)}{\sum_{(i,j,k) \in X_2} q(n_1, n_2, s)}, (n_1, n_2, s) \in X_2. \quad (2.23)$$

Доказательство

I. Для начала разобьем пространство состояний системы X_2 (2.2) по числу пользователей на полосе совместного использования на два подпространства

$$X_2 = \{(n_1, n_2, s) : n_1 = 0\} \cup \{(n_1, n_2, s) : n_1 > 0\}$$

В первом множестве содержатся состояния $(0,0,0), (0,0,1)$ и $(0,1,1)$, через вероятности нахождения которых сможем выразить вероятности второго множества. Возьмем $q(0,0,0) = 1$ (2.8), а также определим $q(0,0,1) = x$ через вспомогательную переменную x . Будем выражать по формуле (2.9) остальные ненормированные вероятности $q(n_1, n_2, s), n_1 > 0$ пошагово через $q(0,0,0), q(0,0,1)$.

Для установления зависимостей между вероятностями воспользуемся СУР (2.4). В множестве состояний $\{(n_1, n_2, s) : n_1 > 0\}$ выделим две группы. Первая группа $\{(n_1, n_2, s) : n_1 > 0\} \setminus \{(C_1, 0, 0), (C_1, 0, 1)\}$ необходима для установления зависимости вероятностей $q(n_1, n_2, s)$ от величин x и y , а вторая $\{(C_1, 0, 0), (C_1, 0, 1)\}$, состоящая всего из двух состояний – для нахождения x . Исходя из изложенной выше схемы, очевидна линейная зависимость $q(n_1, n_2, s), n_1 > 0$ от $q(0,0,0), q(0,0,1)$, а значит формула (2.9) справедлива.

II. Докажем, что вспомогательные коэффициенты $\gamma_{n_1 n_2 s}, \delta_{n_1, n_2, s}$ вычисляются по рекуррентным соотношениям (2.11) – (2.22). Для того, чтобы определить линейную зависимость (2.9) в случае $n_1 = 0$ и получить формулу (2.8), должны выполняться соотношения (2.11), (2.12).

Для доказательства соотношения (2.13) воспользуемся первым уравнением СУР (2.4) для состояния $(0,0,0)$ и найдем $q(1,0,0)$

$$q(1,0,0) = \frac{\lambda + \beta}{\mu_1} q(0,0,0) - \frac{\alpha}{\mu_1} q(0,0,1) = \frac{\lambda + \beta}{\mu_1} - \frac{\alpha}{\mu_1} y = \gamma_{1,0,0} + \delta_{1,0,0} x.$$

Для доказательства соотношения (2.14) воспользуемся 4-ым уравнением СУР (2.4) для состояния (0,0,1) и выразим $q(1,0,1)$

$$q(1,0,1) = -\frac{\beta}{\mu_1} q(0,0,0) + \frac{\lambda + \alpha}{\mu_1} q(0,0,1) = -\frac{\beta}{\mu_1} + \frac{\lambda + \alpha}{\mu_1} x = \gamma_{1,0,1} + \delta_{1,0,1} x$$

Для доказательства соотношений (2.15), (2.16) воспользуемся 2-ым уравнением СУР (2.4) для состояния $(n_1 - 1, 0, 0)$ и выразим $q(n_1, 0, 0)$

$$(\beta + n_1 \mu_1 + \lambda) q(n_1, 0, 0) = \lambda q(n_1 - 1, 0, 0) + \alpha q(n_1, 0, 1) + (n_1 + 1) \mu_1 q(n_1 + 1, 0, 0),$$

$$n_1 = 1, \dots, C_1 - 1;$$

$$\begin{aligned} q(n_1, 0, 0) &= \frac{1}{n_1 \mu_1} \left[\begin{array}{l} (\lambda + (n_1 - 1) \mu_1 + \beta) q((n_1 - 1), 0, 0) - \lambda q(n_1 - 2, 0, 0) - \\ - \alpha q(n_1 - 1, 0, 1) \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{n_1 \mu_1} \left[\begin{array}{l} (\lambda + (n_1 - 1) \mu_1 + \beta) (\gamma_{n_1-1,0,0} + \delta_{n_1-1,0,0} x) - \\ - \lambda (\gamma_{n_1-2,0,0} + \delta_{n_1-2,0,0} x) - \alpha (\gamma_{n_1-1,0,1} + \delta_{n_1-1,0,1} x) \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{n_1 \mu_1} \left[\begin{array}{l} (\lambda + (n_1 - 1) \mu_1 + \beta) \gamma_{n_1-1,0,0} - \\ - \lambda \gamma_{n_1-2,0,0} - \alpha \gamma_{n_1-1,0,1} \end{array} \right] + \frac{1}{n_1 \mu_1} \left[\begin{array}{l} (\lambda + (n_1 - 1) \mu_1 + \beta) \delta_{n_1-1,0,0} - \\ - \lambda \delta_{n_1-2,0,0} - \alpha \delta_{n_1-1,0,1} \end{array} \right] x = \\ &= \frac{1}{n_1} \left[\begin{array}{l} (\gamma_{1,0,0} + (n_1 - 1)) \gamma_{n_1-1,0,0} - \\ - \frac{\lambda}{\mu_1} \gamma_{n_1-2,0,0} - \delta_{1,0,0} \gamma_{n_1-1,0,1} \end{array} \right] + \frac{1}{n_1} \left[\begin{array}{l} (\gamma_{1,0,0} + (n_1 - 1)) \delta_{n_1-1,0,0} - \\ - \frac{\lambda}{\mu_1} \delta_{n_1-2,0,0} - \delta_{1,0,0} \delta_{n_1-1,0,1} \end{array} \right] x = \\ &= \gamma_{n_1,0,0} + \delta_{n_1,0,0} x. \end{aligned}$$

Следовательно

$$\gamma_{n_1,0,0} = \frac{(n_1 - 1 + \gamma_{1,0,0})}{n_1} \gamma_{n_1-1,0,0} + \frac{\delta_{1,0,0}}{n_1} \gamma_{n_1-1,0,1} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \gamma_{n_1-2,0,0},$$

$$\delta_{n_1,0,0} = \frac{(n_1 - 1 + \gamma_{1,0,0})}{n_1} \delta_{n_1-1,0,0} + \frac{\delta_{1,0,0}}{n_1} \delta_{n_1-1,0,1} - \frac{\lambda}{n_1 \mu_1} \delta_{n_1-2,0,0}.$$

Для доказательства соотношений (2.17), (2.18) воспользуемся 5-ым уравнением СУР (2.4) для состояния $(n_1 - 1, 0, 1)$ и найдем $q(n_1, 0, 1)$

$$(\alpha + (n_1 - 1) \mu_1 + \lambda) q(n_1 - 1, 0, 1) = \lambda q(n_1 - 2, 0, 1) + \beta q(n_1 - 1, 0, 0) + n_1 \mu_1 q(n_1, 0, 1),$$

$$n_1 = 1, \dots, C_1 - 1;$$

$$\begin{aligned}
 q(n_1, 0, 1) &= \frac{1}{n_1 \mu_1} [(\lambda + (n_1 - 1)\mu_1 + \alpha)q((n_1 - 1), 0, 1) - \lambda q(n_1 - 2, 0, 1) - \beta q(n_1 - \\
 &- 1, 0, 0)] = \frac{1}{n_1} \left[\left(\frac{\lambda + \alpha}{\mu_1} + (n_1 - 1) \right) (\gamma_{n_1-1,0,1} + \delta_{n_1-1,0,1} x) - \frac{\lambda}{\mu_1} (\gamma_{n_1-2,0,1} + \delta_{n_1-2,0,1} x) - \right. \\
 &- \left. \frac{\beta}{\mu_1} (\gamma_{n_1-1,0,0} + \delta_{n_1-1,0,0} x) \right] = \frac{1}{n_1} \left[(\delta_{1,0,1} + (n_1 - 1)) \gamma_{n_1-1,0,1} - \frac{\lambda}{\mu_1} \gamma_{n_1-2,0,1} + \right. \\
 &+ \left. \gamma_{1,0,1} \gamma_{n_1-1,0,0} \right] + \frac{1}{n_1} \left[(\delta_{1,0,1} + (n_1 - 1)) \delta_{n_1-1,0,1} - \frac{\lambda}{\mu_1} \delta_{n_1-2,0,1} + \gamma_{1,0,1} \delta_{n_1-1,0,0} \right] x
 \end{aligned}$$

Для доказательства соотношений (2.62), (2.63) воспользуемся уравнением (2.49) СУР для состояния $(C_1, 0, 1)$ и найдем $q(C_1, 1, 1)$

$$\begin{aligned}
 q(C_1, 1, 1) &= \frac{1}{(C_1 + 1)\mu} [(\lambda + C_1\mu + \alpha)q(C_1, 0, 1) - \lambda q(C_1 - 1, 0, 1) - \beta q(C_1, 0, 0)] = \\
 &= \frac{1}{C_1 + 1} \left[\left(\frac{\lambda + \alpha}{\mu} + C_1 \right) (\gamma_{C_1,0,1} + \delta_{C_1,0,1} x) - \frac{\lambda}{\mu} (\gamma_{C_1-1,0,1} + \delta_{C_1-1,0,1} x) - \frac{\beta}{\mu} (\gamma_{C_1,0,0} + \right. \\
 &+ \left. \delta_{C_1,0,0} x) \right] = \frac{1}{C_1 + 1} \left[(\delta_{1,0,1} + C_1) \gamma_{C_1,0,1} - \frac{\lambda}{\mu} \gamma_{C_1-1,0,1} - \gamma_{1,0,1} \gamma_{C_1,0,0} \right] + \frac{1}{C_1 + 1} \left[(\delta_{1,0,1} + \right. \\
 &+ \left. C_1) \delta_{C_1,0,1} - \frac{\lambda}{\mu} \delta_{C_1-1,0,1} - \gamma_{1,0,1} \delta_{C_1,0,0} \right] x \square
 \end{aligned}$$

Для доказательства соотношений (2.64), (2.65) воспользуемся уравнением (2.50) СУР для состояния $(C_1, n_2 - 1, 1)$ и найдем $q(C_1, n_2, 1)$

$$\begin{aligned}
 q(C_1, n_2, 1) &= \frac{1}{(C_1 + n_2)\mu} [(\lambda + (C_1 + n_2 - 1)\mu + \alpha)q(C_1, n_2 - 1, 1) - \lambda q(C_1, n_2 - \\
 &2, 1)] = \frac{1}{C_1 + n_2} \left[\left(\frac{\lambda + \alpha}{\mu} + (C_1 + n_2 - 1) \right) (\gamma_{C_1, n_2-1, 1} + \delta_{C_1, n_2-1, 1} x) - \frac{\lambda}{\mu} (\gamma_{C_1, n_2-2, 1} + \right. \\
 &+ \left. \delta_{C_1, n_2-2, 1} x) \right] = \frac{1}{C_1 + n_2} \left[(\delta_{1,0,1} + (C_1 + n_2 - 1)) \gamma_{C_1, n_2-1, 1} - \frac{\lambda}{\mu} \gamma_{C_1, n_2-2, 1} \right] + \\
 &+ \frac{1}{C_1 + n_2} \left[(\delta_{1,0,1} + (C_1 + n_2 - 1)) \delta_{C_1, n_2-1, 1} - \frac{\lambda}{\mu} \delta_{C_1, n_2-2, 1} \right] x
 \end{aligned}$$

III. Для того, чтобы выразить x воспользуемся уравнением (2.51) для состояния $(C_1, C_2, 1)$, которое запишем, используя коэффициенты $\gamma_{n_1 n_2 s}$, $\delta_{n_1, n_2, s}$ и линейную зависимость (2.53), получим

$$((C_1 + C_2)\mu + \alpha) (\gamma_{C_1, C_2, 1} + \delta_{C_1, C_2, 1} x) = \lambda (\gamma_{C_1, C_2-1, 1} + \delta_{C_1, C_2-1, 1} x) *$$

$$\begin{aligned}
 & * \left[\frac{((C_1 + C_2)\mu + \alpha)}{\mu} \delta_{C_1, C_2, 1} - \frac{\lambda}{\mu} \delta_{C_1, C_2 - 1, 1} \right] x = \\
 & = \frac{\lambda}{\mu} \gamma_{C_1, C_2 - 1, 1} - \frac{((C_1 + C_2)\mu + \alpha)}{\mu} \gamma_{C_1, C_2, 1} \\
 x & = \frac{\frac{\lambda}{\mu} \gamma_{C_1, C_2 - 1, 1} + (\delta_{1, 0, 0} - C_1 - C_2) \gamma_{C_1, C_2, 1}}{(C_1 + C_2 - \delta_{1, 0, 0}) \delta_{C_1, C_2, 1} - \frac{\lambda}{\mu} \delta_{C_1, C_2 - 1, 1}} \quad (2.66)
 \end{aligned}$$

Стационарное распределение вероятностей состояний модели схемы доступа к радиоресурсам сети LTE с системой LSA и переходом на обслуживание на надежную полосу определяется по формуле

$$p(n_1, n_2, s) = \frac{q(n_1, n_2, s)}{\sum_{(i, j, k) \in X} q(n_1, n_2, s)}, (n_1, n_2, s) \in X$$

Что и требовалось доказать ■

Вычислив распределение $p_i(n_1, n_2, s), (n_1, n_2, s) \in X_i$, можно рассчитать основные показатели эффективности обеих рассмотренных моделей схем управления доступом – модели схемы с обслуживанием на первоначально выбранной полосе ($i = 1$) и модели схемы с предпочтительным обслуживанием на полосе индивидуального использования ($i = 2$).

- Вероятность $B_i, i = 1, 2$ того, что запрос пользователя на предоставление услуги будет заблокирован

$$B_i = p_i(C_1, C_2, 1) + p_i(C_1, 0, 0); \quad (2.24)$$

- Вероятность $I_i, i = 1, 2$ того, что обслуживание запроса пользователя на полосе совместного использования будет прервано

$$\begin{aligned}
 I_1 & = \sum_{n_2=1}^{C_2} \sum_{n_1=C_1-n_2+1}^{C_1-1} p_1(n_1, n_2, 1) \frac{\alpha}{\alpha + n_1\mu_1 + n_2\mu_2 + \lambda} \cdot \frac{n_2 - C_1 + n_1}{n_2} + \\
 & + \sum_{n_2=1}^{C_2} p_1(C_1, n_2, 1) \frac{\alpha}{\alpha + C_1\mu_1 + n_2\mu_2 + \lambda \cdot 1\{C_2 - n_2 > 0\}}; \quad (2.25)
 \end{aligned}$$

$$I_2 = \sum_{n_2=1}^{C_2} p_2(C_1, n_2, 1) \frac{\alpha}{\alpha + C_1\mu_1 + n_2\mu_2 + \lambda \cdot 1\{C_2 - n_2 > 0\}}; \quad (2.26)$$

- Вероятность P_i , $i = 1, 2$ того, что обслуживание пользовательского запроса, поступившего на полосу совместного использования, будет продолжено на полосе индивидуального использования

$$P_1 = \sum_{n_2=1}^{C_2} \sum_{n_1=0}^{C_1-n_2} p_1(n_1, n_2, 1) \frac{\alpha}{\alpha + n_1\mu_1 + n_2\mu_2 + \lambda} + \sum_{n_2=1}^{C_2} \sum_{n_1=C_1-n_2+1}^{C_1-1} p_1(n_1, n_2, 1) \frac{\alpha}{\alpha + n_1\mu_1 + n_2\mu_2 + \lambda} \cdot \frac{C_1 - n_1}{n_2}, \quad (2.27)$$

в данном случае мобильный оператор не прерывает обслуживание пользователя;

$$P_2 = \sum_{n_2=1}^{C_2} p_2(C_1, n_2, 1) \frac{\mu_2}{\alpha + C_1\mu_1 + n_2\mu_2 + \lambda \cdot 1\{C_2 - n_2 > 0\}}, \quad (2.28)$$

мобильный оператор перенаправляет обслуживание пользователя на полосу индивидуального использования несмотря на то, что полоса совместного использования доступна.

2.3. Численный анализ вероятностных характеристик

Для проведения численного анализа за основу исходных данных был взят сценарий совместного использования частот на примере аэропорта (владельца частот) и арендатора-оператора. Рассмотрим соту с полосами частот индивидуального и совместного использования шириной 10 МГц и 5 МГц соответственно, спектральной эффективностью 4 бит/с/Гц [13]. Пользователи снимают фрагменты видео размером 1 Мбайт и загружают их на облачный сервер со скоростью 1 Мбит/с на полосе индивидуального использования и 2 Мбит/с на полосе совместного использования. При этих исходных данных максимальное число пользователей, занимающих ресурсы индивидуальную использования, равно $C_1 = 40$, а ресурсы совместного использования – $C_2 = 10$. Среднее время загрузки данных на полосе индивидуального использования равно

$\mu_1^{-1} = 1 \text{ Мбайт} / 1 \text{ Мбит/с} = 8\text{с}$, а на полосе совместного использования равно $\mu_2^{-1} = 1 \text{ Мбайт} / 2 \text{ Мбит/с} = 4\text{с}$.

Над сотой каждые $\alpha^{-1} + \beta^{-1} = 3 \text{ мин}$, 4 мин и 5 мин пролетают (взлетают или садятся) самолеты. Во время пролета самолета над сотой в течение $\beta^{-1} = 1 \text{ мин}$ ресурсы совместного использования передаются аэропорту, что может вызвать прерывание обслуживания пользователей оператора.

Представленные ниже графики демонстрируют зависимость вероятностей блокировок B_1 и B_2 , (Рисунок 2.5), вероятностей прерывания обслуживания I_1 и I_2 (Рисунок 2.6) и вероятностей смены полосы обслуживания P_1 (Рисунок 2.7) и P_2 (Рисунок 2.8) – для разных значений α^{-1} (среднее время доступности полосы совместного использования).

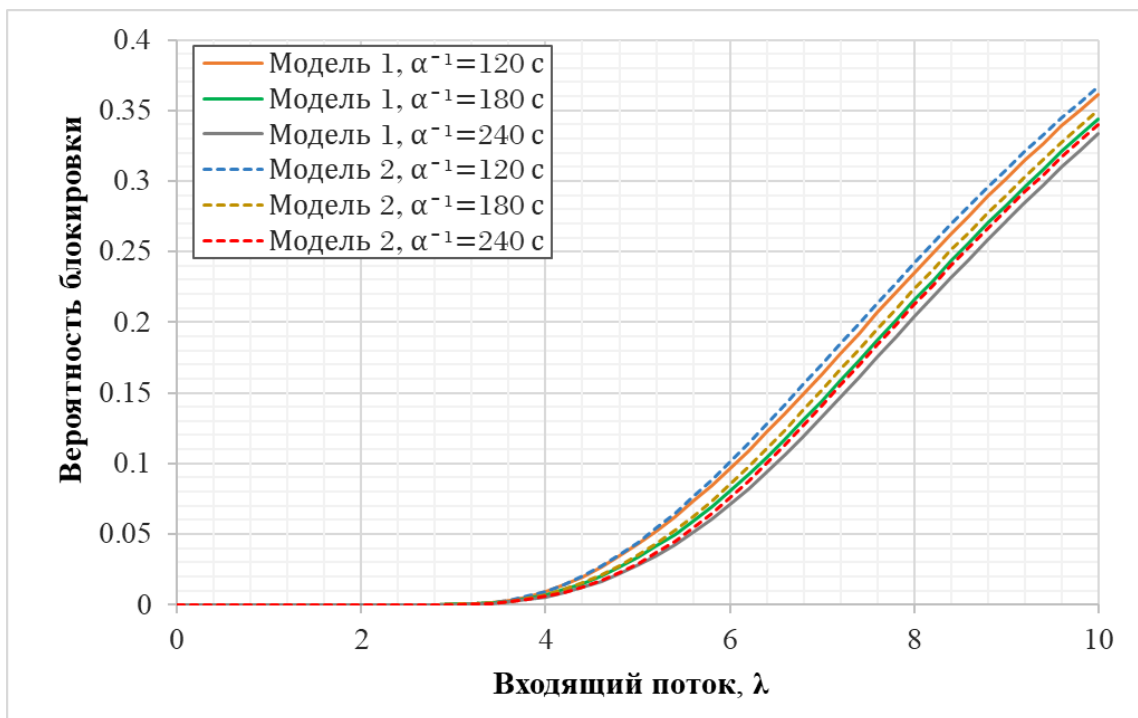


Рисунок 2.5 – Вероятность блокировки для разных значений α^{-1}

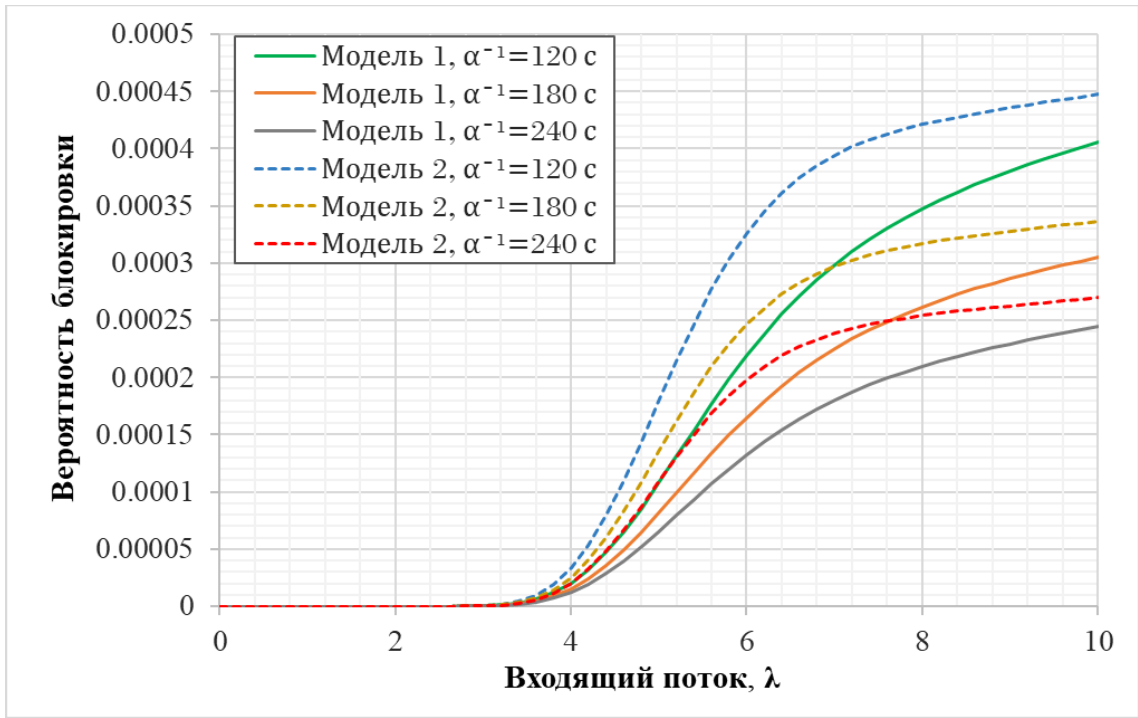


Рисунок 2.6 – Вероятность прерывания обслуживания для различных значений α^{-1}

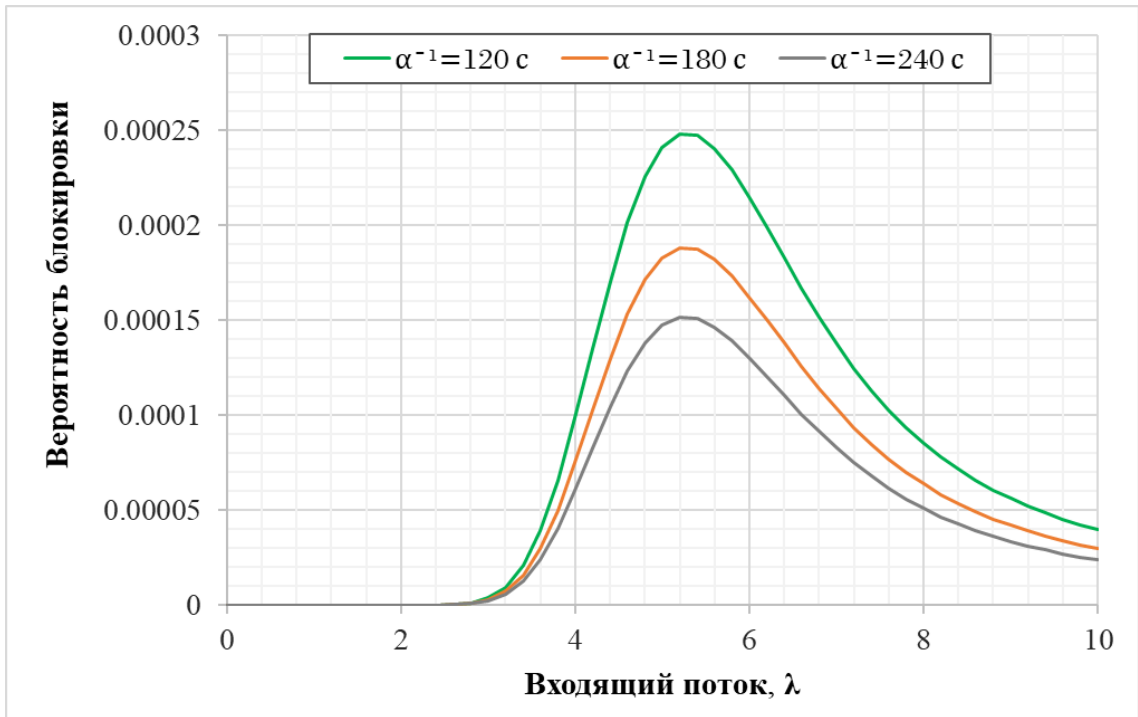


Рисунок 2.7 – Вероятность смены полосы обслуживания при изъятии полосы совместного использования для различных значений α^{-1}

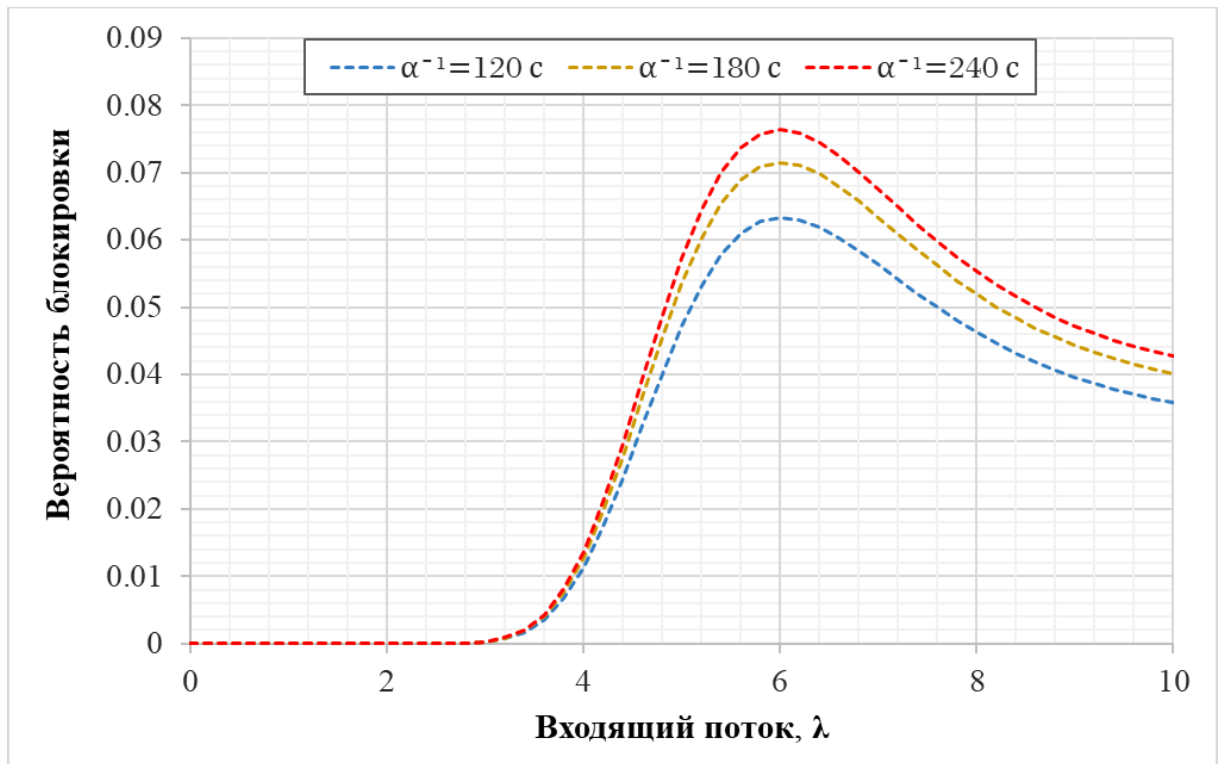


Рисунок 2.8 – Вероятность смены полосы обслуживания при доступной полосе совместного использования для различных значений α^{-1}

Вероятности P_1 и P_2 смены полосы обслуживания для пользователя представляют особый интерес, поскольку имеют немонотонный характер и состоят из двух монотонных участков и одного экстремума – глобального максимума. Подобное поведение объясняется тем, что при определенной нагрузке средний объем свободных ресурсов индивидуального использования такой, что потенциальное число пользователей, которые могут их занять, совпадает со средним числом пользователей, занимающих ресурсы совместного использования, т.е. происходит оптимальное распределение нагрузки между обеими диапазонами ресурсов.

ГЛАВА 3 ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МОДЕЛИ ПОРОГОВОГО УПРАВЛЕНИЯ МИГРАЦИЕЙ УСЛУГ В СЕТИ ДОСТУПА

Децентрализованный подход для размещения данных широко используется сервис-провайдерами по всему миру. Доставка контента с одного централизованного ресурса совершенно ненадежна и порождает высокие задержки на доступ к услуге в условиях нахождения оборудования в пределах одной страны или даже в городе, где расположены пользователи услуги. Для исключения этих негативных факторов централизованного размещения контента сервис-провайдеры прибегают к географически распределенным услугам на базе сетевой архитектурой доставки контента (англ., Content Delivery Network, CDN), которая позволяет локализовать часть и даже весь контент в достаточной близости к пользователям для качественного предоставления услуги. Но существует подход временного предоставления контента с серверов граничных вычислений с множественным доступом (англ., Multi-access Edge Computing, MEC), позволяющий еще больше сократить расстояние между пользователем и ресурсом размещения контента на оборудовании сервис-провайдера. Так как серверы MEC не обладают высокими требованиями к оборудованию, это позволяет размещать их на каждой улице или даже внутри одного дома при экономической целесообразности. Другим немаловажным фактом является ощутимое снижение нагрузки в транспортной сети оператора, что дает возможность формирования сотрудничества двух игроков рынка (сервис-провайдера и оператора сети) на взаимовыгодных условиях.

В концепции серверов MEC немаловажным является понятие «граничных вычислений», т.е. ресурсов или вычислительных мощностей, находящихся на границе сети доступа, в непосредственной близости к пользователям. Для корректности дальнейшего изложения определим, что такой границей является инфраструктура оператора, коммутирующая в себе потоки данных со всей сети или ее части и позволяющая производить распределенную обработку этих данных. Такими граничными устройствами могут выступать и центры обработки данных

(ЦОД) оператора сети, и даже базовые станции (БС) беспроводной сети или внутридомовые коммутирующие узлы.

Перед рассмотрением предложенного в диссертационной работе подхода, немаловажным является рассмотреть ранее проведенные исследования в данной области.

В работе [79] детально представлены классификации моделей приложений и мобильных облачных вычислений. Авторы статьи [58] представили краткий анализ требований к мобильным облачным вычислениям, технологиям выгрузки программных приложений и методы управления контентом. В [3] представлен обзор определения, архитектуры и приложений МЕС, а также общих проблем и некоторых существующих решений.

В [4] авторами был проведен глубокий анализ исследований существующих работ по платформам и интеллектуальным схемам доступа МСС. В [87] можно найти детальную систематическую структуру мобильных облачных вычислений, основанную на ключевых вопросах и подходах их решения. Авторы работ [96, 97] проводят всесторонний обзор новых механизма аутентификации в мобильных облачных вычислениях и сравнение облачных вычислений.

Авторы в [89] приводят систематику МЕС, основанную для разных сценариев, в том числе с разными характеристиками технологии доступа.

Однако, как и в любой другой системе немаловажным параметром является безопасность и его доступность интеграции к существующим телекоммуникационным сетям. Такая задача рассматривается в статьях [8] и [9].

В работе [10] освещены репрезентативные приложения исследования проблем туманных вычислений. В статье [11] приводится краткий обзорный анализ проблем безопасности и аутентификации в туманных вычислениях, а также проблемы облачных вычислений. Исходя из литературного анализа также можно сделать вывод об актуальности решений задачи для мобильных облачных вычислений, например, как временное хранение приложений в виде кэша. Такие задачи рассматриваются в статье [12] и в стандарте 3GPP TS 36.300 от 2015г. [13].

3.1. Системная модель порогового управления

Для построения системной модели предложено рассмотреть процесс предоставления услуги просмотра видео онлайн. Выбор данного типа услуги обусловлен тем, что просмотр видео является одним из основных источников трафика в сети по всему миру [2]. Тенденция к потреблению информации в таком виде с каждым годом только возрастает, как и требования к качеству самих видео. Заметим, что объём потребления видео-контента в отдельном регионе является величиной, динамически изменяющейся в зависимости от времени суток и дня недели. Это периодически приводит к пиковым всплескам нагрузки в сети, особенно в нерабочее время или в моменты релиза нового выпуска сериала, новостей или любого другого популярного контента. Такие моменты загруженности сетевой инфраструктуры являются максимально информативными для анализа эффективности размещения востребованной услуги сервис-провайдера. Дальнейшее построение модели в этом разделе будет предложено для сценария большого числа запросов на просмотр отдельного видео контента и возможной оптимизации места размещения данного контента, используя серверы граничных вычислений с множественным доступом типа MEC.

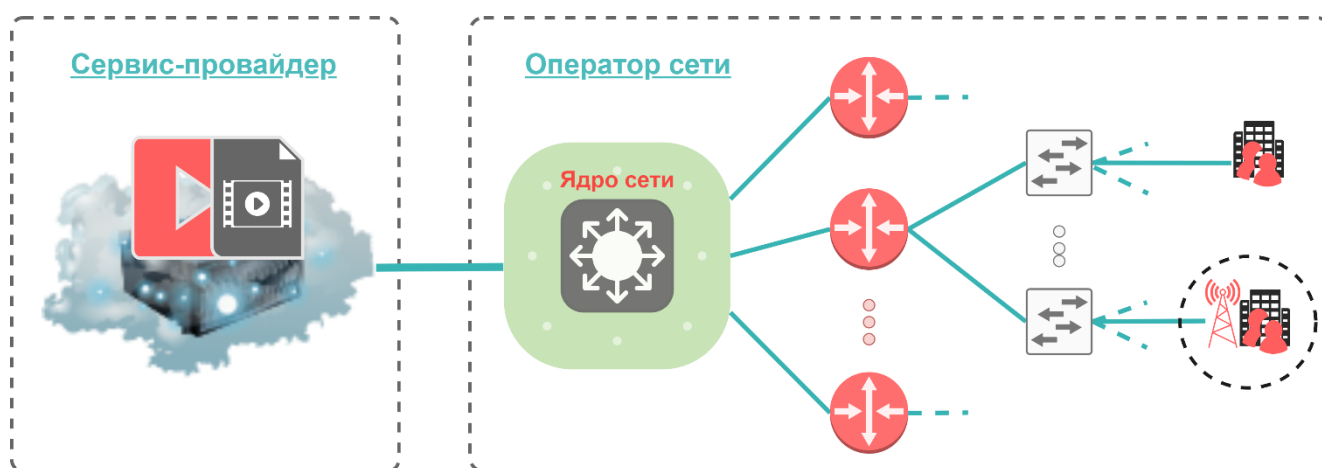


Рисунок 3.1 – Схема архитектуры сети доступа между пользователем и сервис-провайдером

Архитектура сети доступа между пользователем и сервис-провайдером для предоставления услуги просмотра видео онлайн схематически представлена на

рисунке 3.1. Пунктиром выделены две ключевые составляющие. Справа на рисунке показана сетевая инфраструктура оператора, которая условно разделена две основные зоны:

- та самая «граница» сети доступа, включающая всю наземную инфраструктуру оператора, через которую осуществляется доступ в глобальную сеть пользователями, и позволяющая размещать серверы МЕС на своих узлах;
- зоны проводного\беспроводного подключения пользователей, которые могут породить лавинные всплески трафика в сети.

На левой части рисунка 3.1 изображена инфраструктура удаленных серверов сервис-провайдера, с которых происходит предоставление видео контента пользователям. Сплошной линией, соединяющей сервис-провайдера и оператора, показаны точки обмена трафиком и, возможно, другие операторы сетевой инфраструктуры, которые без ограничения общности не рассматриваются в решаемой задаче и могут быть учтены в виде задержки при передаче данных на соответствующем участке сети.

Механизмы установления соединения для предоставления услуги онлайн видео детально описаны во множестве работ, например, [100, 102]. но, тем не менее, необходимым остановиться на основных моментах этого процесса с точки зрения обработки самой услуги, что проиллюстрировано на рисунке 3.2.

- Пользователь в сети оператора отправляет запрос сервис-провайдеру для просмотра видео,
- Сервис-провайдер получает запрос и при наличии свободных ресурсов подтверждает возможность установки соединения пользователю,
- Инициализируется соединение для передачи данных, и пользователь начинает просмотр видео.

Далее предложены сценарии, при которых оптимальным является предоставление услуги с удаленных серверов оператора или распределенное размещение контента на локальных серверах МЕС в сети оператора.

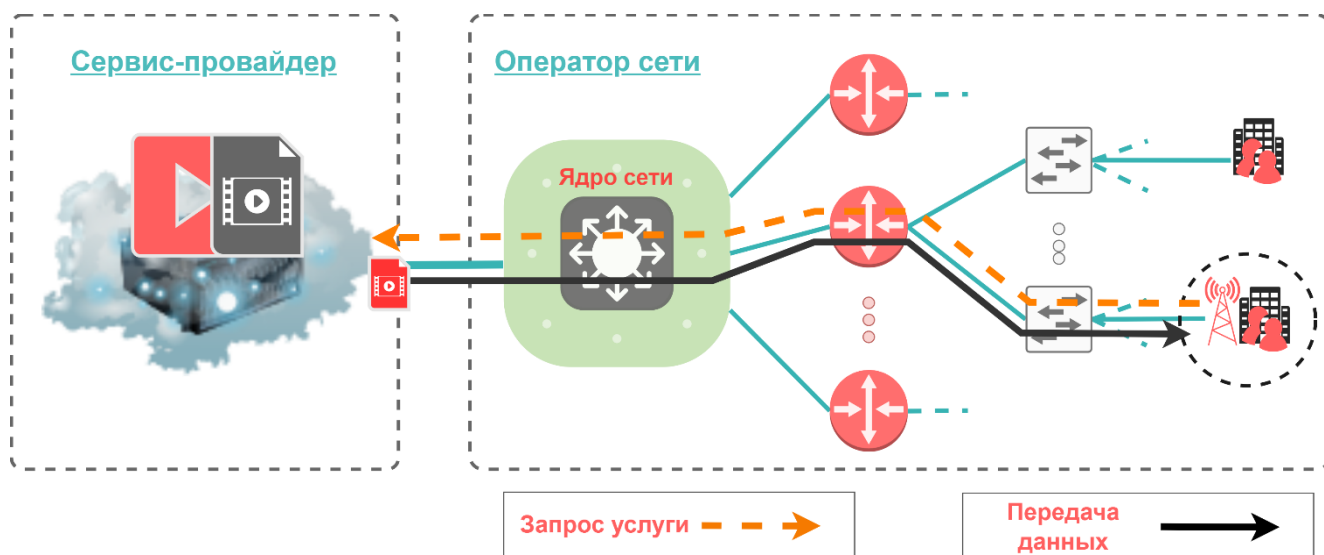


Рисунок 3.2 – Схема централизованного предоставления услуги с удаленного сервера.

Рассмотрим зоны обслуживания сети оператора, в которых находятся пользователи, являющиеся потенциальными или действующими клиентами сервис-провайдера по просмотру видео онлайн. В основном, спрос на эту услугу не является высоким, и пользователи выбирают разный контент для просмотра, что может создать нагрузку на сеть оператора. При этом виду разнородности запрашиваемого контента размещение услуги на граничных серверах нецелесообразно для сервис-провайдера. Поэтому в такие моменты времени просмотр видео пользователями происходит с серверов сервис-провайдера, как это показано на рисунке 3.2. Но в другие моменты времени происходит резкое увеличение числа запросов на просмотр одного видеоконтента, например, при публикации новой серии популярного сериала, выпуска новостей, что приводит к увеличению однотипной нагрузки на удаленные серверы поставщика услуги. Кроме того, в сети оператора возникает множество одинаковых пакетов данных, смещенных друг относительно друга по времени, которые снижают пропускную каналов во всей сети. При таком сценарии возникает взаимовыгодная потребность в снижении нагрузки на инфраструктурные ресурсы обоих участников предоставления услуги. Для этого, как показано на рисунке 3.3, в каждом граничном коммутирующем узле, с которого поступает большое число такого типа

запросов на просмотр, размещается сервер МЕС. На него загружается (мигрирует) приложение сервис-провайдера с требуемым контентом для текущей зоны. Таким образом представление услуги происходит уже с этого граничного устройства, что исключает идентичные пакеты из сети и ощутимо разгружает ресурсы сервис-провайдера и оператора.

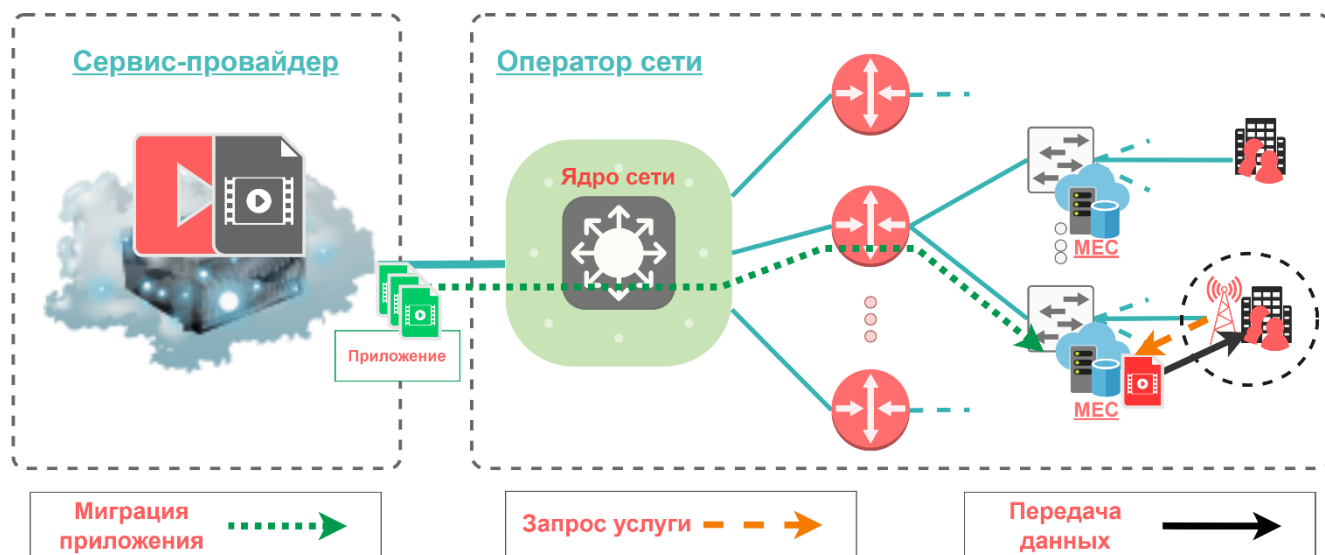


Рисунок 3.3 – Расположение серверов МЕС в архитектуре оператора

Для построения системной модели без ограничения общности достаточно рассмотреть всего одну нагруженную зону сетевого оператора, которая обслуживает до N пользователей – потенциальных зрителей контента от сервис-провайдера. Считается, что просматривать видео с удаленных серверов могут не больше $H < N$ пользователей, причем данная величина находится в прямой зависимости с выделенной емкостью сетевых ресурсов, которые выделены для трафика такого типа. Соответственно, когда желающих получить услугу становится $n > H$, то неизбежно происходит миграция приложения сервис-провайдера на сервер МЕС и предоставление контента продолжается уже с него. В дальнейшем, по мере снижения числа пользователей n , получающих услугу, до порога L , определяющего величину при которой становится нецелесообразным для сервис-провайдера предоставлять услугу с граничного узла. По прошествии

некоторого заданного времени приложение поставщика видео удаляется с МЕС, но только если за это время сохраняется число пользователей $n \leq L$.

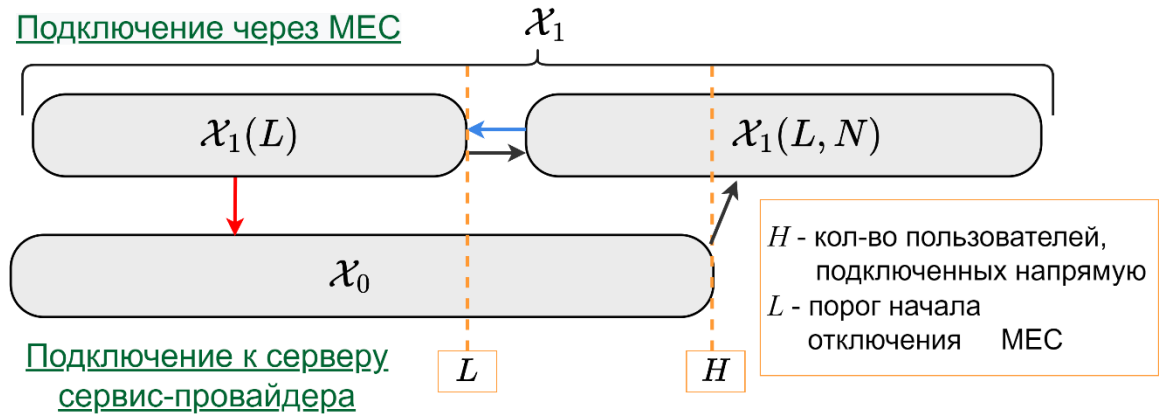


Рисунок 3.4 – Множества состояний системы миграции контента сервис-провайдера на сервер МЕС

Для построения математической модели на рисунке 3.4 схематически изображены множества состояний рассмотренной выше системной модели и возможные переходы из одного в другое, где

- \mathcal{X}_0 – множество состояний просмотра пользователями видеоконтента с удаленных серверов сервис-провайдера, не размещая приложение на сервере МЕС,
- $\mathcal{X}_1(L)$ – множество состояний в которых число пользователей $n \leq L$, удаление приложения с сервера МЕС,
- $\mathcal{X}_1(L, H)$ – множество состояний просмотра пользователями видеоконтента с сервера МЕС без необходимости его отключения.

В следующем разделе данной главы построена математическая модель миграции услуг в виде МП с дискретным конечным множеством состояний.

3.2. Математическая модель в виде марковского процесса

Опишем процесс выгрузки приложения сервис-провайдера на сервер МЕС оператора математической моделью в виде МП, что позволит провести анализ показателей эффективности рассмотренной системной модели. При достижении числа пользователей в системе $n > H$. которым предоставляется услуга на

множестве состояний \mathcal{X}_0 , процесс переходит в множество состояний $\mathcal{X}_1(L, H)$. Среднее время представления услуги просмотра видео одному пользователю равно μ^{-1} (минут), а само время является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону с соответствующим параметром. Процесс удаления приложения сервера МЕС запускается при переходе системы в множество состояний $\mathcal{X}_1(L)$ на который в среднем требуется α^{-1} (минут), это время также считается распределенным по экспоненциальному закону. По прошествии этого времени процесс возвращается в исходное множество \mathcal{X}_0 . Таким образом, по построению, случайный процесс, описывающий функционирование системы миграции услуги на множестве состояний

$$\mathcal{X} = \mathcal{X}_0 + \mathcal{X}_1, \tag{3.1}$$

является МП, где

$$\mathcal{X}_0 = \{(s, n) \in \mathcal{X}_0: s = 0, n = (0, H)\}, \tag{3.2}$$

$$\mathcal{X}_1 = \{(s, n) \in (\mathcal{X}_1L \cup \mathcal{X}_1(L, H)): s = 1, n = (1, H)\}. \tag{3.3}$$

Диаграмма интенсивностей переходов состояний МП $X(t)$ показана на рисунке 3.5.

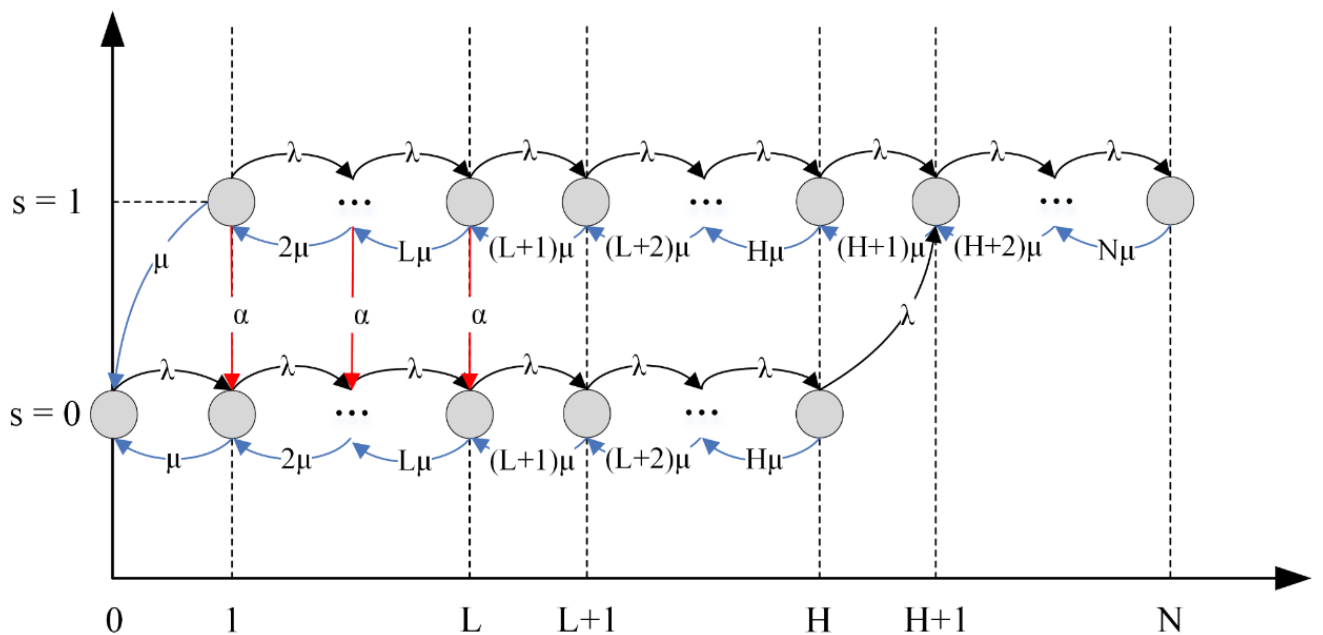


Рисунок 3.5 – Диаграмма переходов МП $X(t)$

Используя диаграмму, выпишем матрицу $\mathbf{A}(\alpha_{(s,n),(s',n')}: (s,n), (s',n') \in \mathcal{X})$ интенсивностей перехода МП $X(t)$ в виде, как показано на рисунке 3.6.

Для вычисления стационарных вероятностей $p_{s,n}$ состояний $(s,n) \in \mathcal{X}$ запишем СУР в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda p_{0,0} = \mu p_{0,1} + \mu p_{1,1} \\ (\lambda + n\mu)p_{0,n} = n\mu p_{0,n+1} \cdot 1(n < H) + \lambda p_{0,n-1} + \alpha p_{1,n} \cdot 1(n \leq L), \quad n = \overline{1, H} \\ (\lambda + n\mu + \alpha)p_{1,n} = n\mu p_{1,n+1} \cdot 1(n < N) + \lambda p_{1,n-1} \cdot 1(n > 1) + \\ \quad + \lambda p_{0,H} \cdot 1(n = H + 1), \quad n = \overline{1, N} \\ \sum_{(s,n) \in \mathcal{X}} p(s,n) = 1 \end{array} \right. \quad (3.4)$$

Тогда, по теореме Колмогорова, матрица $\mathbf{P}(t)$ вероятностей переходов МП $X(t)$ может быть записана через «матричную экспоненту» в виде

$$\mathbf{P}(t) = e^{\mathbf{A}t} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{A}t)^n}{n!}, t \geq 0, \quad (3.5)$$

где \mathbf{A} – инфинитезимальный оператор МП $X(t)$, представленный на рисунке 3.6. Известно, что вектор абсолютных вероятностей $\mathbf{p}(t)$ МП $X(t)$ определяется формулой

$$\mathbf{p}^T(t) = \mathbf{p}^T(0)\mathbf{P}(t). \quad (3.6)$$

| A | 0,0 | 0,1 | 0,L | 0,H-1 | 0,H | 1,1 | 1,2 | 1,L-1 | 1,L | 1,H+1 | 1,N |
|-------|------------|--------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|-----------------------------|------------------------------|----------------------------------|------------------------------|-----------|---------|
| 0,0 | $-\lambda$ | λ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,1 | μ | $-(\lambda + \mu)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,L-1 | 0 | 0 | $-(\lambda + (L-1)\mu)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,L | 0 | 0 | $(L+1)\mu$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,H-1 | 0 | 0 | 0 | $-(\lambda + (H-1)\mu)$ | λ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,H | 0 | 0 | 0 | $H\mu$ | $-(\lambda + H\mu)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | λ | 0 |
| 1,1 | μ | α | 0 | 0 | 0 | $-(\lambda + \mu + \alpha)$ | λ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2μ | $-(\lambda + 2\mu + \alpha)$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,L-1 | 0 | 0 | α | 0 | 0 | 0 | 0 | $-(\lambda + (L-1)\mu + \alpha)$ | λ | 0 | 0 |
| 1,L | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $L\mu$ | $-(\lambda + L\mu + \alpha)$ | 0 | 0 |
| 1,H+1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,N | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-N\mu$ |

Рисунок 3.6 – Матрица A интенсивностей переходов МП X(t)

Начальный вектор $\mathbf{p}(0)$ вероятностей определим в виде

$$\mathbf{p}_{(s,n)}(0) = \begin{cases} 1, & (s, n) = (0, 0) \\ 0, & (s, n) \neq (0, 0) \end{cases} \quad (3.7)$$

Для переходного режима интересно исследовать мгновенное среднее число заявок в системе в момент t . Зная распределение вероятностей (3.6) в переходном режиме, можно рассчитать эту вероятностную характеристику по формуле

$$n(t) = n_0(t) + n_1(t), \quad (3.8)$$

где $n_0(t) = \sum_{n=0}^H n p_{0,n}(t)$ – мгновенное среднее числа заявок, когда СМО находится в множестве \mathcal{X}_0 ;

$n_1(t) = \sum_{n=1}^N n p_{1,n}(t)$ – мгновенное среднее числа заявок, когда СМО находится в множестве \mathcal{X}_0 .

Одним из ключевых показателем функционирования системы является время однократного обслуживания пользователей в множестве состояний \mathcal{X}_1 , что сопоставимо времени предоставления услуги видеоконтента пользователям с сервера МЕС до удаления приложения с этого граничного сервера и продолжения предоставления услуги уже непосредственно с удаленных серверов сервис-провайдера. Другими словами, речь идет о времени «жизни» услуги после размещения на граничном сервере.

Введем случайную величину τ_1 времени пребывания системы в множестве \mathcal{X}_1 , соответствующую множеству состояний при значении параметра $s = 1$. В математической модели эта характеристика соответствует интервалу времени от момента, когда МП $X(t)$, достиг числа H пользователей в системе и перешел в множество состояний \mathcal{X}_1 , то есть в состояние $(1, H + 1)$, до первого момента возвращения процесса в множество состояний \mathcal{X}_0 , то есть в состояние $(0, L)$. В физическом смысле величина τ_1 соотносится со временем функционирования системы в состоянии предоставления услуги пользователям с сервера МЕС. Будем для краткости называть эту случайную величину временем обслуживания на МЕС.

Задача состоит в нахождении функции распределения (ФР) $F_{\tau_1}(t)$. Для этого введем усеченный МП $\hat{X}(t)$, описывающий поведение системы в момент времени t на множестве состояний

$$\hat{X} = X_1 + \hat{X}_0^B, \quad (3.9)$$

где $\hat{X}_0^B = \{(0, i) : i = 0 \dots L\}$.

Обозначим $\hat{p}(t) = (\hat{p}_{(s,n)}(t) : (s, n) \in \hat{X})$ – вектор переходных вероятностей МП $\hat{X}(t)$, где $\hat{p}_{s,n}(t) = P\{\hat{X}(t) = (s, n)\}, (s, n) \in \hat{X}$; а $\hat{P}(t) = (\hat{P}_{(s,n),(s',n')}(t) : (s, n), (s', n') \in \hat{X})$ матрица его переходных вероятностей. Диаграмма интенсивностей переходов состояний усеченного МП $\hat{X}(t)$ показана на рисунке 3.7.

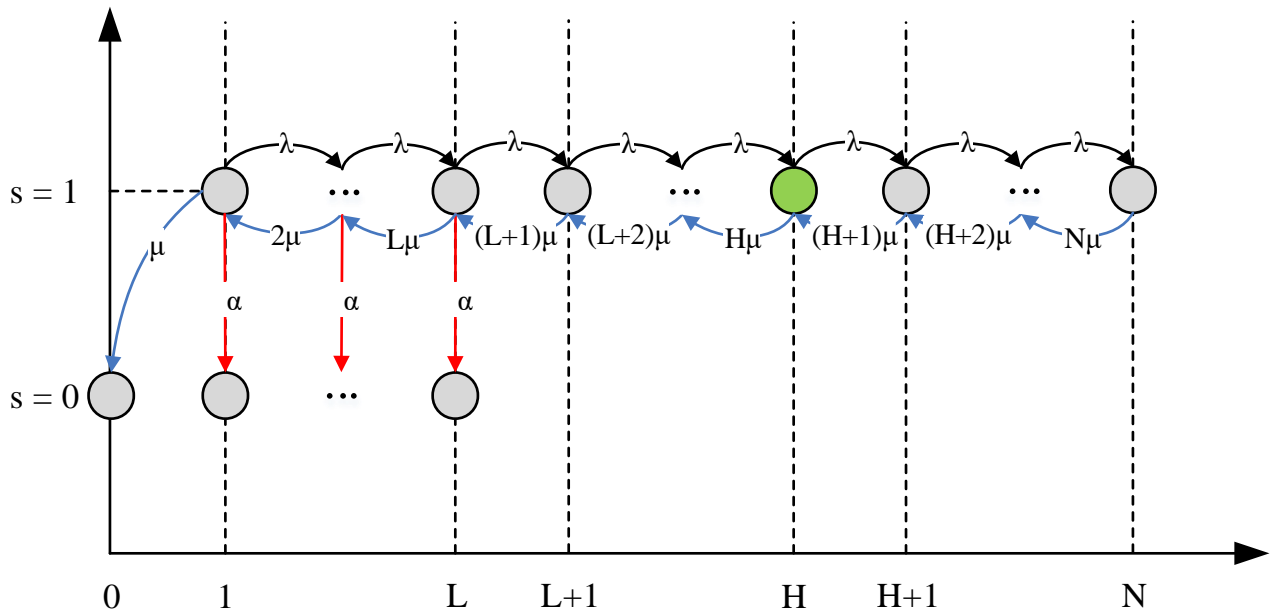


Рисунок 3.7 – Диаграмма переходов усеченного МП $\hat{X}(t)$

Из диаграммы видно, что матрица \hat{A} интенсивностей переходов состояний МП $\hat{X}(t)$ имеет вид, как показано на рисунке 3.8, причем состояния $(0, n), n = \overline{0, L}$ этого процесса являются поглощающими [86, 87]. Матрица $\hat{P}(t)$ переходных вероятностей может быть записана в виде матричной экспоненты

$$\hat{P}(t) = e^{\hat{A}t} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\hat{A}t)^n}{n!}, t \geq 0 \quad (3.10)$$

где \hat{A} – инфинитезимальный оператор МП $\hat{X}(t)$ (Рисунок 3.6.).

| \hat{A} | 0,0 | 0,1 | 0,L | 1,1 | 1,2 | 1,L | 1,L+1 | 1,N |
|-----------|-------|----------|----------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------|---------|
| 0,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,L | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,1 | μ | α | 0 | $-(\lambda + \mu + \alpha)$ | λ | 0 | 0 | 0 |
| 1,2 | 0 | 0 | 0 | 2μ | $-(\lambda + 2\mu + \alpha)$ | 0 | 0 | 0 |
| 1,L | 0 | 0 | α | 0 | 0 | $-(\lambda + L\mu + \alpha)$ | λ | 0 |
| 1,L+1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $(L+1)\mu$ | $-(\lambda + (L+1)\mu)$ | 0 |
| 1,N | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $-B\mu$ |

Рисунок 3.8 – Матрица \hat{A} интенсивностей переходов МП $\hat{X}(t)$

Тогда вектор абсолютных (мгновенных) $\hat{\mathbf{p}}(t)$ удовлетворяет дифференциальным уравнения Колмогорова

$$\hat{\mathbf{p}}^T(t) = \hat{\mathbf{p}}^T(0)\hat{\mathbf{P}}(t), \quad (3.11)$$

$$\frac{d}{dt}\hat{\mathbf{p}}^T(t) = \hat{\mathbf{p}}^T(0)\hat{A}e^{\hat{A}t}, t \geq 0 \quad (3.12)$$

с вектором начальных вероятностей $\hat{\mathbf{p}}(0)$, который зададим как

$$\hat{\mathbf{p}}_{(s,n)}(0) = \begin{cases} 1, & (s, n) = (1, H + 1) \\ 0, & (s, n) \neq (1, N) \end{cases} \quad (3.13)$$

Утверждение 3.1. ФР $F_{\tau_1}(t)$ случайной величины τ_1 имеет вид

$$F_{\tau_1}(t) = \sum_{i=0}^L \hat{p}_{(0,i)}(t), t \geq 0 \quad (3.14)$$

Доказательство. По построению ФР $F_{\tau_1}(t)$ случайной величины τ_1 является вероятностью перехода системы из состояния $(1, H + 1)$ в состояния $(0, n), n = \overline{0, L}$,

то есть $F_{\tau_1}(t) = \sum_{n=0}^L \hat{P}_{(1,H+1),(0,n)}(t)$. Для ее нахождения необходимо решение уравнения (3.11):

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_{(0,0)}(t), \dots, \hat{p}_{(0,L)}(t), \hat{p}_{(1,1)}(t), \dots, \hat{p}_{(1,H+1)}(t), \dots, \hat{p}_{(1,N)}(t) \end{pmatrix} = (0, \dots, 0, 0, \dots, \mathbf{1}, \dots, 0) \cdot \begin{pmatrix} \hat{P}_{(0,0),(0,0)}(t) & \dots & \hat{P}_{(0,0),(0,L)}(t) & \hat{P}_{(0,0),(1,1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(0,0),(1,H+1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(0,0),(1,N)}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{P}_{(0,L),(0,0)}(t) & \dots & \hat{P}_{(0,L),(0,L)}(t) & \hat{P}_{(0,L),(1,1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(0,L),(1,H+1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(0,L),(1,N)}(t) \\ \hat{P}_{(1,1),(0,0)}(t) & \dots & \hat{P}_{(1,1),(0,L)}(t) & \hat{P}_{(1,1),(1,1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(1,1),(1,H+1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(1,1),(1,N)}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{P}_{(1,H+1),(0,0)}(t) & \dots & \hat{P}_{(1,H+1),(0,L)}(t) & \hat{P}_{(1,H+1),(1,1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(1,H+1),(1,H+1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(1,H+1),(1,N)}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{P}_{(1,N),(0,0)}(t) & \dots & \hat{P}_{(1,N),(0,L)}(t) & \hat{P}_{(1,N),(1,1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(1,N),(1,H+1)}(t) & \dots & \hat{P}_{(1,N),(1,N)}(t) \end{pmatrix} =$$

$$= (\hat{P}_{(1,H+1),(0,0)}(t), \dots, \hat{P}_{(1,H+1),(0,L)}(t), \hat{P}_{(1,H+1),(1,1)}(t), \dots, \hat{P}_{(1,H+1),(1,H+1)}(t), \dots, \hat{P}_{(1,H+1),(1,N)}(t)).$$

Не трудно видеть, из полученного решения следует, что $\hat{P}_{(1,H+1),(0,0)} = \hat{p}_{(0,0)}(t), \dots, \hat{P}_{(1,H+1),(0,L)} = \hat{p}_{(0,L)}(t)$ и следовательно

$$F_{\tau_1}(t) = \sum_{n=0}^L \hat{P}_{(1,H+1),(0,n)}(t) = \sum_{n=0}^L \hat{p}_{(0,n)}(t).$$

Утверждение доказано. ■

Теперь задача нахождения характеристик случайной величины времени τ_1 возврата в множество состояний \mathcal{X}_0 сводится к вычислению ФР $F_{\tau_1}(t)$, определенной соотношением (3.14).

Для нахождения вероятностей перехода в поглощающие состояния $(0, n), n = \overline{0, L}$, а следовательно, и функции распределения $F_{\tau_1}(t)$, необходимо по формуле (3.11) найти значения всех элементов вектора $\hat{\mathbf{p}}^T(t)$.

Следствие 3.1. Математическое ожидание случайной величины τ_1 вычисляется по формуле

$$M\tau_1 = \mu \int_0^{\infty} t \hat{p}_{(1,1)}(t) dt + \alpha \sum_{n=1}^L \int_0^{\infty} t \hat{p}_{(1,n)}(t) dt. \quad (3.15)$$

Доказательство. Выпишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова согласно графу интенсивностей переходов МП $\hat{X}(t)$ (Рисунок 3.7)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \hat{p}_{(0,0)}(t)}{\partial t} = \mu \hat{p}_{(1,1)}(t); \\ \frac{\partial \hat{p}_{(0,n)}(t)}{\partial t} = \alpha \hat{p}_{(1,n)}(t), \quad n = 0, L; \\ \frac{\partial \hat{p}_{(1,1)}(t)}{\partial t} = 2\mu \hat{p}_{(1,2)}(t) - (\lambda + \alpha) \hat{p}_{(1,1)}(t); \\ \frac{\partial \hat{p}_{(1,i)}(t)}{\partial t} = \lambda \hat{p}_{(1,i-1)}(t) + (i+1)\mu \hat{p}_{(1,i+1)}(t) - (\lambda + i\mu + \alpha) \hat{p}_{(1,i)}(t), \quad i = 1, L; \\ \frac{\partial \hat{p}_{(1,k)}(t)}{\partial t} = \lambda \hat{p}_{(1,k-1)}(t) + (k+1)\mu \hat{p}_{(1,k+1)}(t) - (\lambda + k\mu) \hat{p}_{(1,k)}(t), \\ k = L+1, N-1; \\ \frac{\partial \hat{p}_{(1,N)}(t)}{\partial t} = \lambda \hat{p}_{(1,N-1)}(t) - N\mu \hat{p}_{(1,N)}(t). \end{array} \right. \quad (3.16)$$

Функция распределения $F_{\tau_1}(t) = P\{\tau_1 < t\}$ соответствует вероятности того, что к моменту времени t процесс $\hat{X}(t)$ перейдет из множества состояния \mathcal{X}_1 в множество состояний $\hat{\mathcal{X}}_0^B$ (3.9), и получена ранее в формуле (3.14). Следовательно, используя (3.14) и (3.16), можно найти плотность распределения СВ τ_1 в виде

$$f_{\tau_1}(t) = \frac{\partial}{\partial x} F_{\tau_1}(t) = \sum_{i=0}^L \frac{\partial \hat{p}_{(0,i)}(t)}{\partial x} = \mu \hat{p}_{(1,1)}(t) + \alpha \sum_{i=1}^L \hat{p}_{(1,i)}(t). \quad (3.17)$$

Используя полученную плотность распределения (3.17), найдем математическое ожидание случайной величины τ_1 по формуле

$$M_{\tau_1} = \int_0^{\infty} t f_{\tau_1}(t) dt = \mu \int_0^{\infty} t \hat{p}_{(1,1)}(t) dt + \alpha \sum_{n=1}^L \int_0^{\infty} t \hat{p}_{(1,n)}(t) dt$$

Следствие доказано. ■

Следствие 3.2. Дисперсия случайной величины τ_1 вычисляется по формуле:

$$D_{\tau_1} = \mu \int_0^{\infty} t^2 \hat{p}_{(1,1)}(t) dt + \alpha \sum_{n=1}^L \int_0^{\infty} t^2 \hat{p}_{(1,n)}(t) dt - (M_{\tau_1})^2. \quad (3.18)$$

Доказательство. Дисперсия случайной величины τ_1 имеет вид

$$D_{\tau_1} = M_{\tau_1^2} - (M_{\tau_1})^2,$$

где второй начальный момент определяется как

$$M_{\tau_1}^2 = \int_0^{\infty} t^2 f_{\tau_1}(t) dt.$$

Аналогично следствию 3.1, доказываем, что

$$M_{\tau_1} = \mu \int_0^{\infty} t^2 \hat{p}_{(1,1)}(t) dt + \alpha \sum_{n=1}^L \int_0^{\infty} t^2 \hat{p}_{(1,n)}(t) dt.$$

и, следовательно

$$D_{\tau_1} = \mu \int_0^{\infty} t^2 \hat{p}_{(1,1)}(t) dt + \alpha \sum_{n=1}^L \int_0^{\infty} t^2 \hat{p}_{(1,n)}(t) dt - (M_{\tau_1})^2$$

Следствие доказано. ■

3.3. Численный анализ вероятностных характеристик модели порогового управления

Для проведения численного анализа рассмотрим зону обслуживания оператора сети с N пользователями, которые создают высокую нагрузку на сервер сервис-провайдера. Будем считать, что запрос на предоставление услуги происходит каждые λ^{-1} минут, а интервал времени между запросами распределен по экспоненциальному закону. Длительность просмотра видеоконтента в среднем занимает μ^{-1} минут (например, $\mu^{-1} = 45$ минут) и также распределена по экспоненциальному закону. При одновременном просмотре одного видеоролика N пользователями, что является заданным порогом сервис-провайдером, происходит загрузка приложения услуги на сервер МЕС в зоне обслуживания этих пользователей оператором. При поступлении запроса на просмотр $N + 1$ пользователем обслуживание (просмотр) продолжается уже на ресурсах граничного сервера МЕС.

С уменьшением число активных пользователей, подключенных к услуге на МЕС, и, как только их число достигает порога L , становится нецелесообразным предоставление услуги на МЕС. Это запускает процесс переключения

пользователей на удаленный сервер сервис-провайдера, занимающий в среднем α^{-1} минут. Если в этот момент в системе раньше станет $L + 1$ пользователь, то процесс выгрузки откладывается.

Введем параметр нагрузки на систему $\rho = \lambda/\mu$, характеризующий отношение частоты поступающих запросов к интенсивности просмотра видеоконтента. Это позволит оценить нагрузку на систему, порождаемую запросами пользователей, что может характеризовать среднее число активных пользователей по аналогии со средним числом занятых приборов или с предложенной нагрузкой в первой модели Эрланга [83].

Проведем анализ среднего времени обслуживания пользователей на сервере МЕС при различных значениях порога L . В таблице 3.1 для наглядности приведены значения основных параметров исследуемой системы.

Таблица 3.1 – Параметры системы

| <i>Обозначения</i> | <i>Значения</i> | <i>Описание</i> |
|--------------------|--------------------|--|
| N | 300 | Верхняя граница числа пользователей в системе |
| H | 100 | Число пользователей для начала миграции услуги на сервер МЕС |
| L | 85-100 | Число пользователей для начала отключения сервера МЕС |
| μ^{-1} | 45 мин | Средняя длительность предоставления услуги |
| ρ | 95,100,105,110,115 | Создаваемая на систему нагрузка |
| α^{-1} | 15 мин | Средняя длительность выгрузки приложения из МЕС |

Полученные результаты зависимости среднего времени обслуживания пользователей на сервере МЕС от величины нагрузки ρ при различных значениях порога по числу пользователей в системе для начала его отключения проиллюстрированы на рисунке 3.7. Наглядно видно, что изменение значений

среднего времени обслуживания через МЕС происходит не линейно при разных значениях L . Уменьшение разницы между значениями порогов L и H приводит к не столь значительным изменениям исследуемой характеристики.

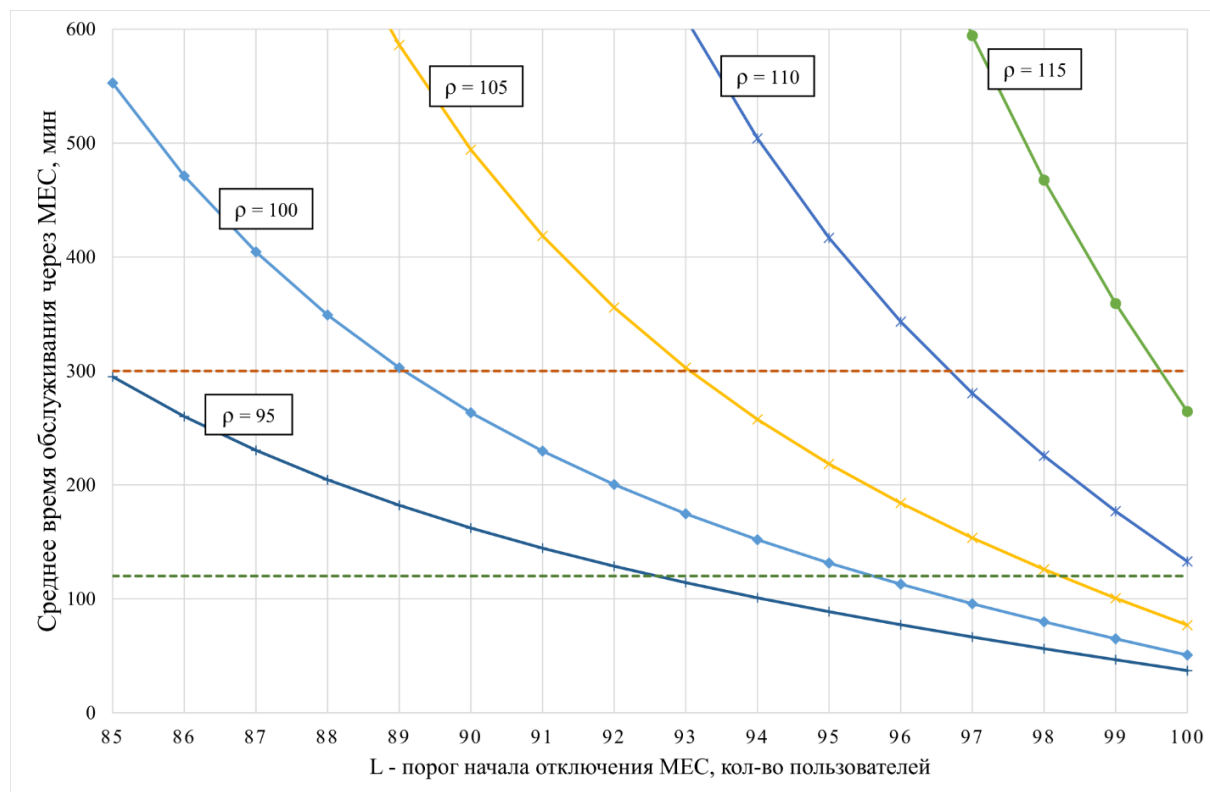


Рисунок 3.7 – Среднее время обслуживание на сервер МЕС

На практике высокое число запросов услуги, при которых возникает необходимость выгрузки приложения на МЕС, поступает в систему не перманентно, а в некоторые периоды наивысшей нагрузки. Предложено рассматривать длительность таких периодов от 2 часов (120 минут) до 5 часов (300 минут), что соответствует вечернему свободному времени после возвращения пользователей с работы. Данное ограничение так же отображено на графике (рис. 3.7) зеленой и оранжевой пунктирными линиями. Можно заметить, что не малое число значений среднего времени обслуживания через сервер МЕС расположены выше заданного диапазона, особенно это заметно при нагрузке $\rho > 100$. Это показывает острую нехватку ресурсов сервис-провайдера в этой зоне и необходимость частного использование граничных мощностей, что

предположительно уже будет неэффективным для сервис-провайдера с экономической точки зрения.

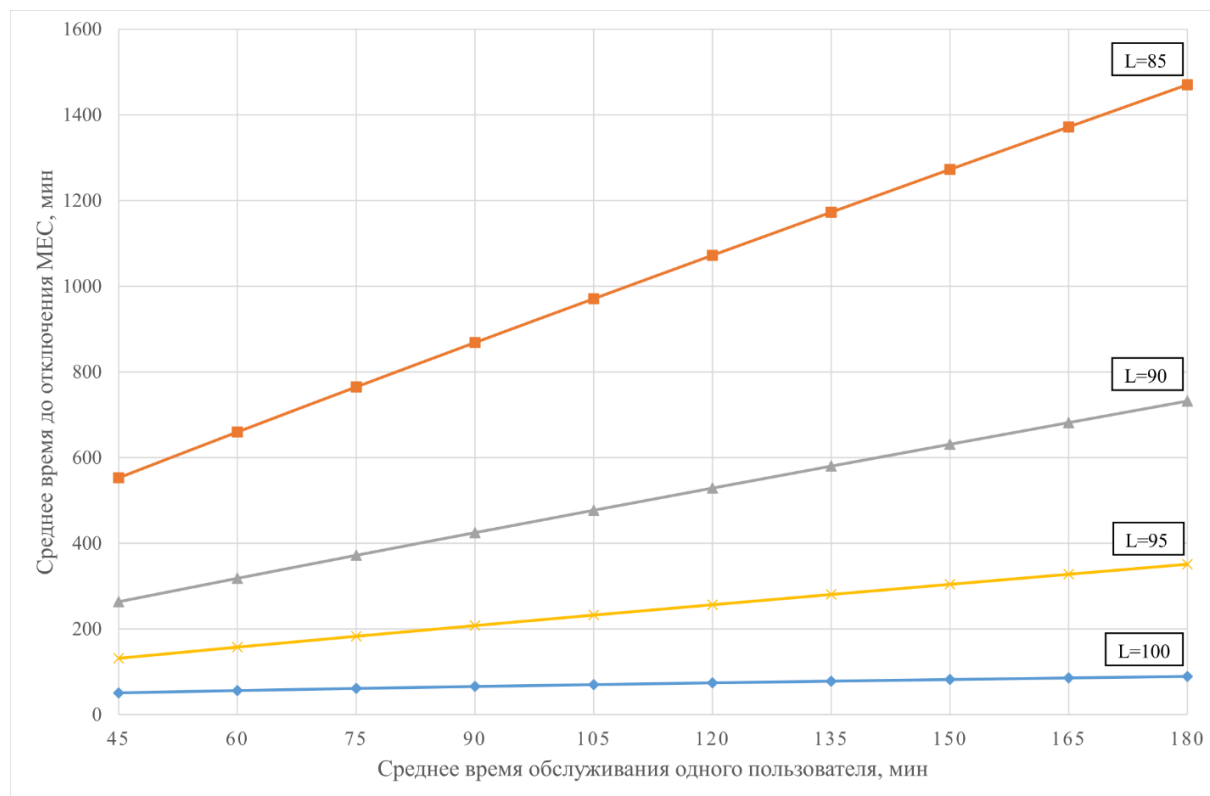


Рисунок 3.8 – Среднее время обслуживания на МЕС в зависимости от среднего времени обслуживания пользователя

Далее стоит оценить влияние на значение среднего времени обслуживания через сервер МЕС средней длительности предоставления услуги и времени выгрузки приложения из МЕС. Используя данные, приведенные в таблице 3.1, зафиксируем оптимальный параметр нагрузки $\rho = 100$ и относительно четырех значений $L = 85, 90, 95, 100$, что соответствует значениям графика (рис. 3.7) выше, ниже и внутри заданного выше интервала.

Типичные сериалы или полнометражные кинофильмы обычно снимаются исходя из продолжительности от 30-45 минут до 2-2.5 часов, поэтому для построения графика зависимости на рисунке 3.8 среднее время обслуживание (просмотра) одного пользователя было выбрано $\mu^{-1} = 45 \dots 180$ минут. В отличие от графика на рисунке 3.7, зависящем от порога L , полученные данные сохраняют около прямолинейную динамику роста при увеличении времени обслуживания.

При этом можно заметить, что для разных значений порога начала отключения МЕС скорость роста среднего времени обслуживания через МЕС существенно отличается. При $L = H$ значения этого времени изменяются менее ощутимо и даже в точке $\mu^{-1} = 180$ минут среднее время обслуживания через МЕС принимает значение ниже 180 минут. Этот эффект появляется за счет экспоненциального распределения времени обслуживания на сервере МЕС и сопоставимыми значениями нагрузки и порогов L и H , что при таких условиях приводит к частому переключению обслуживания с сервера МЕС на удалённый сервер сервис-провайдера (состояния системы меняются с $s = 1$ на $s = 0$ и наоборот), что будет отрицательно сказываться на качестве обслуживания пользователей.

Немаловажным так же является оценка влияния среднего времени выгрузки приложения из МЕС на продолжительность предоставления услуг до его отключения. Используя значения характеристик системы, по аналогии с рисунком 3.8, построим зависимость среднего времени до отключения МЕС при фиксированном параметре $\mu^{-1} = 45$ от времени требуемого для выгрузки приложения из МЕС в диапазоне $\alpha^{-1} = 5 \dots 30$ минут. На рисунке 3.9 видно аналогичный графику на рисунке 3.8 рост значений исследуемой величины при четырех значениях порога L . Эти результаты позволяют для достижения требуемого среднего времени использования сервера МЕС подобрать оптимальные параметры времени α^{-1} выгрузки приложения, времени μ^{-1} предоставления услуги (просмотра видео) и соотношения порогов L и H . Например, для рассмотренных выше ограничений среднего времени в диапазоне от 120 до 300 минут, можно рекомендовать задавать значения $\mu^{-1} = 45$ минут, $\alpha^{-1} = 15$ минут и порог $L = 90 \dots 95$, что составляет 90–95% от заданного порога $H = 100$.

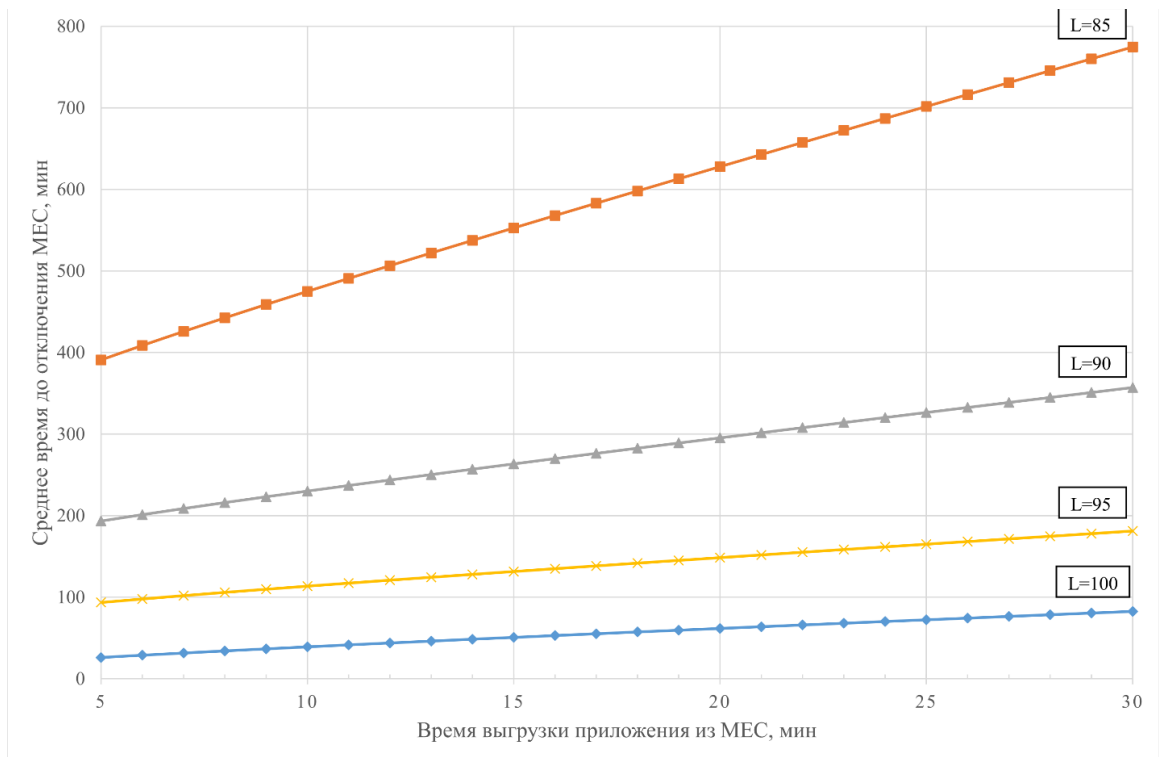


Рисунок 3.9 – Среднее время до отключения МЕС в зависимости от времени выгрузки услуги с МЕС μ^{-1}

На основе проведенного выше анализа перейдем к формализации задачи оптимизации среднего времени M_{τ_1} пребывания системы в множестве \mathcal{X}_1 , т.е. времени до первого выхода МП $\hat{X}(t)$, как показано на рисунке 3.7.

Одной из важных проблем предоставления услуги видеоконтента с использованием сервера МЕС в часы наивысшей нагрузки является максимизация времени τ_1 размещения приложения услуги на сервере МЕС. Это позволяет исключить возможность всплесков нагрузки на сети доступа и на сервер сервис-провайдера (см. схему на рис. 3.3). Предположим, что объем ресурсов сети, выделенный провайдером для предоставления услуги, является постоянным и рассчитан на доступ к услуге заданному числу пользователей N . Тогда задача оптимизации среднего времени M_{τ_1} относительно порога L начала подготовки переключения пользователей с сервера МЕС и нагрузки на систему ρ , при заданных ограничениях $R_1 - R_6$ на параметры модели, может быть сформулирована следующим образом:

$$M_{\tau_1} \xrightarrow[L, \rho]{max}; \quad (3.19)$$

$$R_1: \tau_{min}^* \leq M_{\tau_1} \leq \tau_{max}^*;$$

$$R_2: L^* \leq L < 0.9H;$$

$$R_3: P(\mathcal{X}_1) \leq \gamma^*;$$

$$R_4: \mu^{-1} = \mu^* = const;$$

$$R_5: \alpha^{-1} = \alpha^* = const;$$

$$R_6: H = H^* = const;$$

$$R_7: \tau_{min}^* = const;$$

$$R_8: \tau_{max}^* = const.$$

В (3.20) $\mu^*, \alpha^*, \gamma^*, \lambda^*, H^*, \rho^*, \tau_{min}^*, \tau_{max}^*$ – заданные значения, $P(\mathcal{X}_1)$ – стационарная вероятность нахождения системы в множестве \mathcal{X}_1 , получаемая при решении СУР (3.4) по формуле

$$P(\mathcal{X}_1) = \sum_{(1,n) \in \mathcal{X}_1} p_{1,n}. \quad (3.20)$$

Введем также $P(\mathcal{X}_0)$ – вероятность нахождения системы в множестве \mathcal{X}_0 , которая является дополнительной вероятностью к $P(\mathcal{X}_1)$ и определяется по формуле

$$P(\mathcal{X}_0) = \sum_{(0,n) \in \mathcal{X}_0} p_{0,n} = 1 - P(\mathcal{X}_1). \quad (3.21)$$

В общем случае задача (3.20) является задачей целочисленного программирования, но разработка метода ее решения не являлась целью исследования диссертационной работы. Поэтому в рамках проводимого численного анализа задача решалась методом прямого поиска, а проще – методом перебора. Исходные данные для численного анализа взяты как в Таблице 3.2. Значения параметров μ^* и α^* были выбраны, как оптимальные, на основании результатов анализа графиков на рисунках 3.8 и 3.9 соответственно.

Таблица 3.2 – Исходные данные

| <i>Обозначения</i> | <i>Значения</i> | <i>Описание</i> |
|--------------------|-----------------|--|
| N | 300 | Верхняя граница числа пользователей в системе |
| H | 100 | Число пользователей для начала миграции услуги на сервер МЕС |
| L^* | 70 | Число пользователей для начала отключения сервера МЕС |
| μ^{-1} | 45 мин | Средняя длительность предоставления услуги |
| ρ | 70-100 | Создаваемая на систему нагрузка |
| α^{-1} | 15 мин | Средняя длительность выгрузки приложения из МЕС |
| τ_{min}^* | 30 мин | Минимальное время обслуживания на МЕС |
| τ_{max}^* | 360 мин | Максимальное время обслуживания на МЕС |
| γ^* | 0.4 | Доля времени обслуживания пользователей на МЕС |

На рисунке 3.10 показана зависимость вероятности $P(\mathcal{X}_1)$ от нагрузки ρ при оптимальных значениях порога L начала отключения МЕС. Как можно заметить, уже при нагрузке $\rho = 82$ вероятность нахождения в множестве \mathcal{X}_1 начинает приближаться к ограничению $R_3: P(\mathcal{X}_1) \leq \gamma^*$, что требует увеличения порога L при дальнейшем увеличении нагрузки. Но уже при нагрузке $\rho = 90$ значение порога достигает ограничения $R_2: L^* \leq L < 0.9H$ и последующее увеличение нагрузки приводит к его нарушению в постановке задачи (3.19). Поэтому значения $\rho > 90$ не рассматриваются при дальнейшем численном анализе, как это показано на рисунке 3.11.

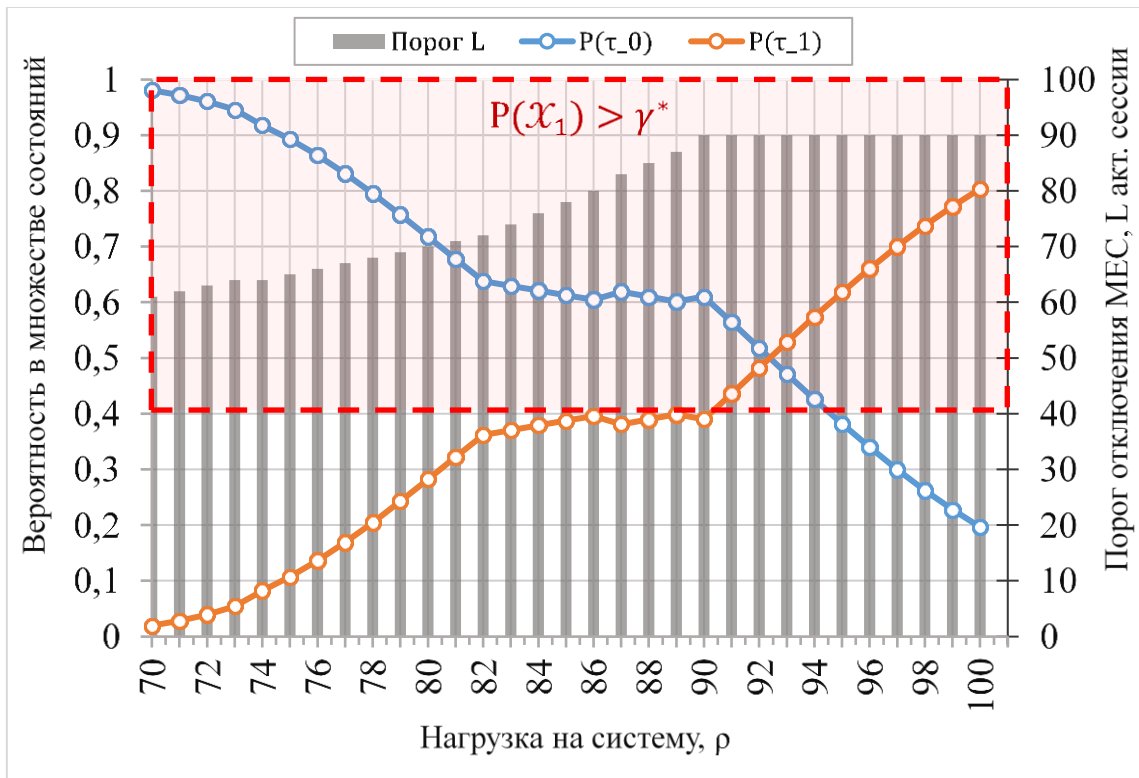


Рисунок 3.10 – Вероятность $P(X_1)$ обслуживания на МЕС при оптимальных значениях порога L

На рисунке 3.11 показана зависимость максимизированного среднего времени предоставления услуги M_{τ_1} с сервера МЕС от нагрузки ρ и оптимального значения порога L . В начале графика поведение кривой M_{τ_1} связано с ограничением $R_1: \tau_{min}^* \leq M_{\tau_1} \leq \tau_{max}^*$, при котором увеличение нагрузки с 73 до 74 не потребовало увеличения порога L и вероятность $P(X_1)$ не превысила γ^* , что и позволило увеличить время использования МЕС до 360 минут. Но после превышения нагрузки значения $\rho > 84$ происходит резкое снижение среднего времени M_{τ_1} , что связано, как и на графике на рисунке 3.10, с достижением порога $L = 0.9N$ и применением ограничения $R_3: P(X_1) \leq \gamma^*$. Таким образом, численный анализ показал, что в качестве решения задачи (3.19) следует выбрать значение $M_{\tau_1} \approx 360$ мин при нагрузке $\rho = 74$ и пороге начала отключения МЕС $L = 64$.

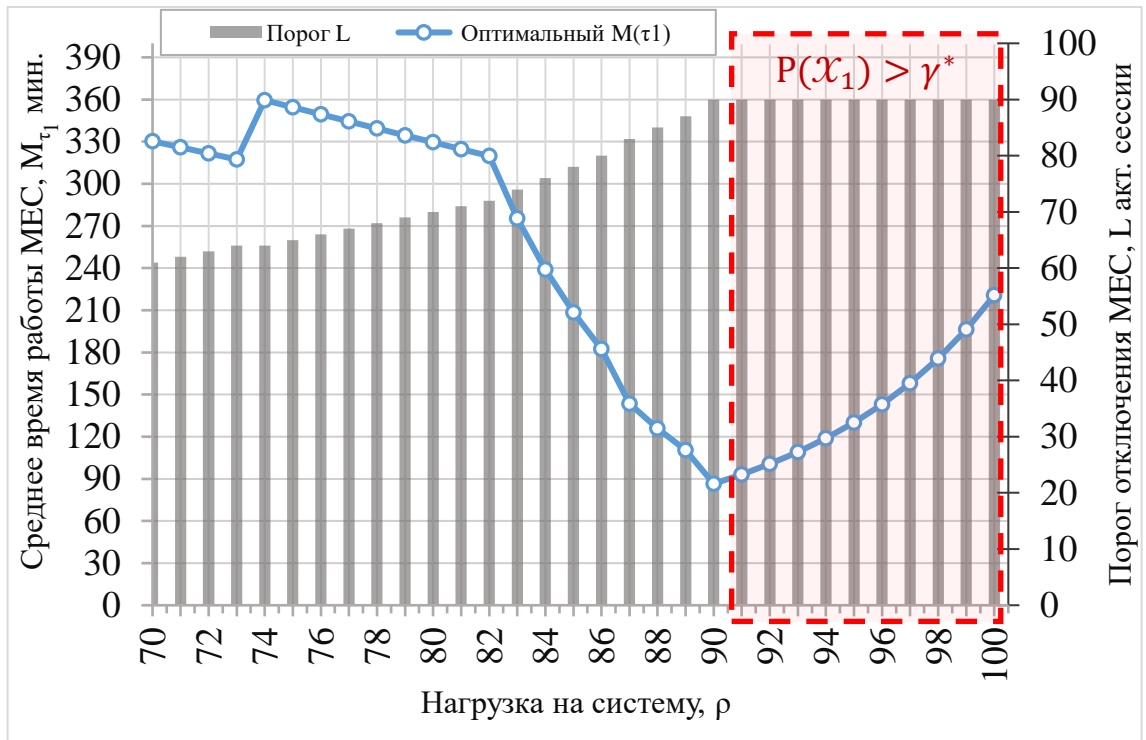


Рисунок 3.11 – Среднее время M_{τ_1} обслуживания на МЕС при оптимальных значениях порога L

Стоит заметить, что ограничение $R_3: P(X_1) \leq \gamma^*$ позволяет корректно учитывать среднесуточную нагрузку в часы наивысшей нагрузки, когда целесообразно обслуживать пользователей на серверах МЕС, что можно записать в виде

$$\rho = \rho(\lambda_1)\gamma^* + \rho(\lambda_0)(1 - \gamma^*), \quad (3.22)$$

где $\rho(\lambda_1)$ нагрузка в часы наивысшей нагрузки и $\rho(\lambda_0)$ нагрузка при низкой популярности услуги. Например, если предположить, что услуга порождает высокую нагрузку не более 40% времени в сутки, то при средних значениях нагрузки $\rho(\lambda_0) = 20$ и $\rho(\lambda_1) = 155$ получаем среднесуточную нагрузку $\rho = 155 * 0.4 + 20 * 0.6 = 72$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении сформулируем основные результаты и выводы диссертационной работы.

1. Разработана модель для анализа и расчета задержек в узле программно-конфигурируемой сети в виде марковской системы массового обслуживания, учитывающая правила маршрутизации пакетов и таймер времени хранения правил в памяти коммутатора. Получены формулы для расчета среднего числа заявок и среднего времени ожидания на контроллере и коммутаторе.
2. Разработана модель схемы управления совместным доступом к ресурсам радиочастотного спектра в виде трехкомпонентного марковского процесса, учитывающего число пользователей на полосе индивидуального использования, число пользователей на полосе совместного использования и состояние занятости полосы совместного использования радиочастотного спектра. Разработан рекуррентный алгоритм для расчета стационарного распределения марковского процесса и получены формулы для расчета вероятностно-временных характеристик модели управления совместным доступом к радиоресурсам. Проведен численный анализ, показавший особенности вероятности смены полосы обслуживания из-за перераспределения ресурсов индивидуального и совместного диапазонов частот.
3. Построена модель порогового управления миграцией приложений услуг с сервера сервис-провайдера на сервер граничных вычислений мобильной сети для повышения эффективности использования сетевых ресурсов и качества обслуживания пользования. В марковских предположениях получен метод для вычисления функции распределения случайной величины времени до первого выхода системы из множества состояний обслуживания пользователей на сервере граничных вычислений. Сформулирована задача минимизации среднего времени до первого выхода и проведен численный эксперимент,

показавший влияние нагрузки на систему на значение порога миграции услуги на граничный сервер.

СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

Русскоязычные

| | | |
|------|---|---|
| БПЛА | - | Беспилотный летательный аппарат |
| БС | - | Базовая станция |
| ИТ | - | Информационные Технологии |
| ОЗУ | - | Оперативная память |
| ПКС | - | Программно-Конфигурируемая Сеть |
| СВ | - | Случайная величина |
| СУР | - | Система уравнений равновесия |
| СМО | - | Система массового обслуживания |
| ФР | - | Функция распределения требований к ресурсам |
| ЦП | - | Центральный процессор |

Англоязычные

| | | |
|------|---|--|
| 3GPP | - | 3rd Generation Partnership Project |
| API | - | Application Programming Interface |
| DNS | - | Domain Name System |
| CDN | - | Content Delivery Network, сеть доставки контента |
| CSI | - | Channel Status Information, информация о состоянии канала |
| CQI | - | Channel Quality Indicator, индикатор качества канала |
| ETSI | - | European Telecommunications Standards Institute, Европейский институт по стандартизации в области телекоммуникаций |
| FPGA | - | Field-Programmable Gate Array, программируемая пользователем вентильная матрица |
| FSPL | - | Free-Space Path Loss |
| HAPs | - | High Altitude Platforms |
| HTTP | - | HyperText Transfer Protocol |

| | | |
|------|---|---|
| iLBC | - | internet Low Bitrate Codec, кодек для голосовой связи через интернет |
| IP | - | Internet Protocol, межсетевой протокол |
| IPTV | - | Internet Protocol television |
| I&Q | - | In-phase and quadrature components, синфазная и квадратурная составляющие |
| LTE | - | Longterm Evolution, сетевая технология 4-го поколения |
| MCC | - | Mobile Cloud Computing, мобильные облачные вычисления |
| MEC | - | Multi-access edge computing, мобильные вычисления с множественным доступом |
| MEDs | - | Mobile-Enabled Drones |
| MHz | - | Megahertz, Меггерц |
| MPC | - | Multipath components, компонента многолучевого распространения |
| NTN | - | Non-Terrestrial Networks, не наземные сети |
| OFDM | - | Orthogonal frequency-division multiplexing, мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов |
| OTT | - | Over the Top |
| QoE | - | Quality of Experience, качество восприятия |
| QoS | - | Quality of Service, качество предоставления услуг |
| RAN | - | Radio Access Network, сеть радиодоступа |
| RRU | - | Radio Resource Unit, блок радиоресурсов |
| RAT | - | Radio Access Technology, технология радиодоступа |
| RSSI | - | Received Signal Strength Indicator, показатель уровня принимаемого сигнала |
| SDN | - | Software-Defined Networking, программно-конфигурируемая сеть |

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cisco Annual Internet Report // White Paper – 2018-2023 – 2020
2. Cisco Visual Networking Index: Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2017–2022, White Paper // 2019.
3. Andrews J., Buzzi S., Choi W., Hanly S.V., Lozano A., Soong A.C.K. Zhang J.C. What will 5G be? // IEEE Journal on Selected Areas in Communications – 2014 – Vol. 32 – pp. 1065-1082
4. Ponomarenko-Timofeev, A., Pyattaev, A., Andreev, S., Koucheryavy, Ye., Mueck, M., Karls I. Highly dynamic spectrum management within licensed shared access regulatory framework // IEEE Communications Magazine – 2015 – Vol. 54 – No. 3 – pp. 100-109
5. Shorgin, S.,Y., Samouylov, K.,E., Gudkova, I.,A., Galinina, O.,S, Andreev, S.,D. On the benefits of 5G wireless technology for future mobile cloud computing // In: 1st International Science and Technology Conference «Modern Networking Technologies (MoNeTec): SDN & NFV – 2014 – pp. 151-154 ()
6. Buckwitz K., Engelberg J., and Rausch G. Licensed Shared Access (LSA) – regulatory background and view of Administrations // In: CROWNCOM (invited paper) – 2014 – pp. 413-416
7. Ahokangas P., Matinmikko M., Yrjola S., Mustonen M., Luttinen E., Kivimäki A., Kempainen J. Business models for mobile network operators in Licensed Shared Access (LSA) // In: DYSPAN – 2014 – pp. 407-412
8. Gomez-Migueluez I., Avdic E., Marchetti N., Macaluso I., and Doyle L.E. Cloud-RAN platform for LSA in 5G networks – tradeoff within the infrastructure // In: Communications, Control and Signal Processing – 2014 – pp. 522–525
9. Borodakiy, V.,Y., Samouylov, K.,E., Gudkova, I.,A., Ostriкова, D.,Y., Ponomarenko A.,A., Turlikov, A.,M., Andreev, S.,D. Modeling unreliable LSA operation in 3GPP LTE cellular networks // In: 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2014 – 2014 – pp. 490-496

10. Gudkova, I.,A., Samouylov, K.,E., Ostrikoval, D.,Y., Mokrov, E.,V., Ponomarenko-Timofeev, A.,A., Andreev, S.,D., Koucheryavy, Y.,A. Service failure and interruption probability analysis for Licensed Shared Access regulatory framework // In: 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2015 – 2015 – pp. 123-131
11. Samouylov, K., Gudkova, I., Markova, E., and Yarkina, N. Queuing model with unreliable servers for limit power policy within Licensed Shared Access framework // In: Lecture Notes in Computer Science – 2016 – Vol. 9870 – pp. 404–413
12. Masek, P., Mokrov ,E., Pyattaev, A., Zeman, K., Ponomarenko-Timofeev, A., Samuylov, A., Sopin, E., Hosek, J., Gudkova, I., Andreev, S., Novotny, V., Koucheryavy, Y., and Samouylov, K. Experimental evaluation of dynamic Licensed Shared Access operation in live 3GPP LTE system // In: 2016 IEEE Global Communications Conference IEEE GLOBECOM-2016 – 2016
13. 3GPP TS 36.300 Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA) and Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network (E-UTRAN) // Overall description; Stage 2: Release 13 – 2015
14. Ghosh A. et al. 5G evolution: A view on 5G cellular technology beyond 3GPP release 15 //IEEE access. – 2019. – T. 7. – C. 127639-127651.
15. Computing E. M. E. et al. Mobile-edge computing: introductory technical white paper //ETSI: Sophia Antipolis, France. – 2014. – C. 1-36.
16. Beck M. T. et al. ME-VoLTE: Network functions for energy-efficient video transcoding at the mobile edge //2015 18th International Conference on Intelligence in Next Generation Networks. – IEEE, 2015. – C. 38-44.
17. Chiang M., Zhang T. Fog and IoT: An overview of research opportunities //IEEE Internet of things journal. – 2016. – T. 3. – №. 6. – C. 854-864.
18. Vladyko A., Muthanna A., Kirichek R. Comprehensive SDN testing based on model network //Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. – Springer, Cham, 2016. – C. 539-549.

19. Muhizi S. et al. Analysis and performance evaluation of SDN queue model //International Conference on Wired/Wireless Internet Communication. – Springer, Cham, 2017. – C. 26-37.
20. Manariyo S. et al. Optimization algorithm for IPTV video service delivery over SDN using MEC technology //Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. – Springer, Cham, 2018. – C. 419-427.
21. Othman M. et al. A survey of mobile cloud computing application models //IEEE communications surveys & tutorials. – 2013. – T. 16. – №. 1. – C. 393-413.
22. Guan L. et al. A survey of research on mobile cloud computing //2011 10th IEEE/ACIS international conference on computer and information science. – IEEE, 2011. – C. 387-392.
23. Dinh H. T. et al. A survey of mobile cloud computing: architecture, applications, and approaches //Wireless communications and mobile computing. – 2013. – T. 13. – №. 18. – C. 1587-1611.
24. Fan X., Cao J., Mao H. A survey of mobile cloud computing //zTE Communications. – 2011. – T. 9. – №. 1. – C. 4-8.
25. Fernando N., Loke S. W., Rahayu W. Mobile cloud computing: A survey //Future generation computer systems. – 2013. – T. 29. – №. 1. – C. 84-106.
26. Alizadeh M. et al. Authentication in mobile cloud computing: A survey //Journal of Network and Computer Applications. – 2016. – T. 61. – C. 59-80.
27. Ahmed E., Rehmani M. H. Mobile edge computing: opportunities, solutions, and challenges //Future Generation Computer Systems. – 2017. – T. 70. – C. 59-63.
28. Beck M. T. et al. Mobile edge computing: A taxonomy //Proc. of the Sixth International Conference on Advances in Future Internet. – Citeseer, 2014. – C. 48-55.
29. Roman R., Lopez J., Mambo M. Mobile edge computing, fog et al.: A survey and analysis of security threats and challenges //Future Generation Computer Systems. – 2018. – T. 78. – C. 680-698.
30. Yi S., Li C., Li Q. A survey of fog computing: concepts, applications and issues //Proceedings of the 2015 workshop on mobile big data. – 2015. – C. 37-42.

31. Yi S., Qin Z., Li Q. Security and privacy issues of fog computing: A survey //International conference on wireless algorithms, systems, and applications. – Springer, Cham, 2015. – C. 685-695.
32. Ali W. et al. A survey of web caching and prefetching //Int. J. Advance. Soft Comput. Appl. – 2011. – T. 3. – №. 1. – C. 18-44.
33. Podlipnig S., Böszörményi L. A survey of web cache replacement strategies //ACM Computing Surveys (CSUR). – 2003. – T. 35. – №. 4. – C. 374-398.
34. 5G PPP Architecture Working Group et al. View on 5G architecture //White Paper, July. – 2016.
35. Ateya A., Muthanna, A., Vybornova, A., Algarni, A., Abuarqoub, A., Koucheryavy, Y., Koucheryavy, A. Chaotic salp swarm algorithm for SDN multi-controller networks //Engineering Science and Technology, an International Journal. – 2019. – T. 22. – №. 4. – C. 1001-1012.
36. Azodolmolky S., Nejabati R., Pazouki M., Wieder P., Yahyapour R. and Simeonidou D. An analytical model for software defined networking: A network calculus-based approach //2013 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM) – 2013 – C. 1397-1402
37. Azodolmolky S., Wieder P., Yahyapour R. //Performance Evaluation of a Scalable Software-Defined Networking Deployment. – 2013– C. 68-74.
38. Galinina O. et al. On feasibility of 5G-grade dedicated RF charging technology for wireless-powered wearables //IEEE Wireless Communications. – 2016. – T. 23. – №. 2. – C. 28-37.
39. Goto, Y., Ng, B.K., Seah, W.K., & Takahashi, Y. Queueing analysis of software defined network with realistic OpenFlow-based switch model. //Comput. Networks, – №. 164 –2019.
40. Jarschel M., Oechsner S., Schlosser D., Pries R., Goll S., Tran-Gia P. Modeling and performance evaluation of an OpenFlow architecture //2011 23rd International Teletraffic Congress (ITC). – IEEE, 2011. – C. 1-7.
41. Mahmood K. et al. Modelling of OpenFlow-based software-defined networks: the multiple node case //IET Networks. – 2015. – T. 4. – №. 5. – C. 278-284.

42. Miao W. et al. Performance modelling and analysis of software-defined networking under bursty multimedia traffic //ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications, and Applications (TOMM). – 2016. – T. 12. – №. 5s. – C. 1-19.
43. Muthanna A. et al. OpenFlow switch buffer configuration method //Proceedings of the International Conference on Future Networks and Distributed Systems. – 2017. – C. 1-5.
44. Ometov A. et al. Toward trusted, social-aware D2D connectivity: bridging across the technology and sociality realms //IEEE Wireless Communications. – 2016. – T. 23. – №. 4. – C. 103-111.
45. Pyattaev A. et al. Network-assisted D2D communications: Implementing a technology prototype for cellular traffic offloading //2014 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). – IEEE, 2014. – C. 3266-3271.
46. The Open Networking Foundation. OpenFlow Switch Specification. //Technical report – 2012
47. Yao L., Hong P., Zhou W. Evaluating the controller capacity in software defined networking //2014 23rd International Conference on Computer Communication and Networks (ICCCN). – IEEE, 2014. – C. 1-6.
48. Dang S. et al. What should 6G be? //Nature Electronics. – 2020. – T. 3. – №. 1. – C. 20-29.
49. Yaacoub E., Alouini M. S. A key 6G challenge and opportunity—Connecting the base of the pyramid: A survey on rural connectivity //Proceedings of the IEEE. – 2020. – T. 108. – №. 4. – C. 533-582.
50. Alsharif M. H., Nordin R. Evolution towards fifth generation (5G) wireless networks: Current trends and challenges in the deployment of millimetre wave, massive MIMO, and small cells //Telecommunication Systems. – 2017. – T. 64. – №. 4. – C. 617-637.

51. Yastrebova A. et al. Future networks 2030: Architecture & requirements //2018 10th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). – IEEE, 2018. – C. 1-8.
52. 3GPP. TR 38.811 study on new radio (NR) to support non terrestrial networks. – 2018.
53. Giordani M., Zorzi M. Non-terrestrial networks in the 6G era: Challenges and opportunities //IEEE Network. – 2020. – T. 35. – №. 2. – C. 244-251.
54. Gupta L., Jain R., Vaszkun G. Survey of important issues in UAV communication networks //IEEE Communications Surveys & Tutorials. – 2015. – T. 18. – №. 2. – C. 1123-1152.
55. Hayat S., Yanmaz E., Muzaffar R. Survey on unmanned aerial vehicle networks for civil applications: A communications viewpoint //IEEE Communications Surveys & Tutorials. – 2016. – T. 18. – №. 4. – C. 2624-2661.
56. Zeng Y., Zhang R., Lim T. J. Wireless communications with unmanned aerial vehicles: Opportunities and challenges //IEEE Communications Magazine. – 2016. – T. 54. – №. 5. – C. 36-42.
57. Chen J., Gesbert D. Optimal positioning of flying relays for wireless networks: A LOS map approach //2017 IEEE international conference on communications (ICC). – IEEE, 2017. – C. 1-6.
58. Bor-Yaliniz I. et al. Is 5G ready for drones: A look into contemporary and prospective wireless networks from a standardization perspective //IEEE Wireless Communications. – 2019. – T. 26. – №. 1. – C. 18-27.
59. Al-Hourani A., Kandeepan S., Lardner S. Optimal LAP altitude for maximum coverage //IEEE Wireless Communications Letters. – 2014. – T. 3. – №. 6. – C. 569-572.
60. Ateya A. A. A. et al. Energy-and latency-aware hybrid offloading algorithm for UAVs //IEEE Access. – 2019. – T. 7. – C. 37587-37600.
61. Zhao L. et al. A novel cost optimization strategy for SDN-enabled UAV-assisted vehicular computation offloading //IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. – 2020. – T. 22. – №. 6. – C. 3664-3674.

62. Kumar K. et al. Internet of unmanned aerial vehicles: QoS provisioning in aerial ad-hoc networks //Sensors. – 2020. – T. 20. – №. 11. – C. 3160.
63. Saraereh O. A. et al. Performance evaluation of UAV-enabled LoRa networks for disaster management applications //Sensors. – 2020. – T. 20. – №. 8. – C. 2396.
64. Guillen-Perez A., Cano M. D. Flying ad hoc networks: A new domain for network communications //Sensors. – 2018. – T. 18. – №. 10. – C. 3571.
65. Bor-Yaliniz I., El-Keyi A., Yanikomeroglu H. Spatial Configuration of Agile Wireless Networks With Drone-BSs and User-in-the-loop //IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2019. – T. 18. – №. 2. – C. 753-768.
66. Chen M. et al. Caching in the sky: Proactive deployment of cache-enabled unmanned aerial vehicles for optimized quality-of-experience //IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 2017. – T. 35. – №. 5. – C. 1046-1061.
67. Sanchez S. G. et al. Millimeter-wave base stations in the sky: An experimental study of UAV-to-ground communications //IEEE Transactions on Mobile Computing. – 2020.
68. Sklivanitis G. et al. Airborne cognitive networking: Design, development, and deployment //IEEE Access. – 2018. – T. 6. – C. 47217-47239.
69. Panicker A. et al. AERPAW emulation overview and preliminary performance evaluation //Computer Networks. – 2021. – T. 194. – C. 108083.
70. Khakimov A. et al. Prototyping 5G Network in Laboratory Testbed with Virtual Deployment Environment //2020 International Scientific and Technical Conference Modern Computer Network Technologies (MoNeTeC). – IEEE, 2020. – C. 1-7.
71. Fiedler M., Hossfeld T., Tran-Gia P. A generic quantitative relationship between quality of experience and quality of service //IEEE Network. – 2010. – T. 24. – №. 2. – C. 36-41.
72. Ghiaasi G. et al. Real-time emulation of nonstationary channels in safety-relevant vehicular scenarios //Wireless Communications and Mobile Computing. – 2018. – T. 2018.

73. USRP-2954 Specifications. 10 MHz to 6 GHz Tunable RF Transceiver. //Онлайн: <https://www.ni.com/pdf/manuals/375725c.pdf>
74. Khakimov A., Mokrov, E., Poluektov, D., Samouylov, K., Koucheryavy, A. Evaluating the Quality of Experience Performance Metric for UAV-Based Networks //Sensors. – 2021. – Т. 21. – №. 17. – С. 5689.
75. Полуэктов Д. С., Половов М. П., Харин П. А., Мокров Е. В., & Гудкова И. А. Об эксперименте по исследованию технологии LoRaWAN на базе Технологического университета Брно в Чехии //Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. – 2019. – С. 165-168.
76. Poluektov D., Polovov M., Kharin P., Stusek M., Zeman K., Masek P., Samouylov K. On the performance of LoRaWAN in smart city: end-device design and communication coverage //International Conference on Distributed Computer and Communication Networks. – Springer, Cham, 2019. – С. 15-29.
77. Manariyo S., Poluektov D., Abdukodir K., Muthanna A., Makolkina M. Mobile edge computing for video application migration //Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. – Springer, Cham, 2019. – С. 562-571.
78. Mokrov E., Poluektov D., Machnev E., Shorgin S., Khakimov A., Hosek J. Analytical model for software defined network considering memory node for routing rules //Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. – Springer, Cham, 2020. – С. 39-55.
79. Khakimov A., Loborchuk A., Ibodullokhodzha I., Poluektov D., Elgandy I. A., Muthanna A. Edge computing resource allocation orchestration system for autonomous vehicles //The 4th International Conference on Future Networks and Distributed Systems (ICFNDS). – 2020. – С. 1-7.
80. Khakimov A., Mokrov E., Poluektov D., Samouylov K., Koucheryavy A. Evaluating the Quality of Experience Performance Metric for UAV-Based Networks //Sensors. – 2021. – Т. 21. – №. 17. – С. 5689.

81. Poluektov D. S., Khakimov A. A. Development and analysis of models for service migration to the MEC server based on hysteresis approach // Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science. – 2022. – Т. 30. – №. 3. – С. 244-257.
82. Башарин Г.П. Введение в теорию вероятностей: Учеб. пособие для студентов II-III курсов специальностей «Математика», «Прикладная математика». – М.: Изд-во РУДН, 1990. – 228 с.
83. Башарин Г.П. Лекции по математической теории телетрафика // Учеб. пособие. Изд. 3-е, испр. и доп. – М.: Изд-во РУДН. – 2009. – С. 342.
84. Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1989. – 336 с.
85. Башарин Г.П., Толмачев А.Л. Теория сетей массового обслуживания и ее приложения к анализу информационно-вычислительных систем // Итоги науки и техники. Серия «Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика». – 1983. – Т. 21. – С. 3–119.
86. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения // Учеб. пособие. Изд. 2-е – 2000.
87. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения // Учеб. пособие. Изд. 2-е – 2000.
88. В.А. Наумов, Ю.В. Гайдамака, Определение момента остановки моделирования при заданных ошибке и уровне доверия
89. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. // М.: Техносфера, 2003. – 512 с.
90. Вишневский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.И. Стохастические системы с корреляционными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях. М.: Техносфера. 2018.
91. Вишневский В.М., Портной С.Л., Шахнович И.В. Энциклопедия WiMAX. Путь к 4G // М.: Техносфера. – 2009. – С. 472.

- 92.Вишнеvский В.М., Семенова О.В. Системы поллинга. Теория и применение в широкополосных беспроводных сетях. – М.: Техносфера, 2007. – 312 с.
- 93.Гольдштейн Б.С., Кучеряvый А.Е., Сети связи пост-NGN // СПб: БХВ-Петербург. – 2013. – С. 160.
- 94.Клейнрок Л. Теория массового обслуживания: Учебник. – М.: Машиностроение. – 1979. – С. 518
- 95.Корнышев Ю.Н., Пшеничников А.П., Харкевич А.Д. Теория телетрафика: Учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1996. – 272 с.
- 96.Кучеряvый А.Е., Парамонов А.И., Кучеряvый Е.А. Сети связи общего пользования. Тенденции развития и методы расчета // М.:ФГУП ЦНИИС. – 2008. – С. 296.
- 97.Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория вероятностей и случайных процессов // Учебное пособие. – Томск: Изд-во НТЛ. – 2006. – С. 204.
- 98.Наумов В.А. Численные методы анализа марковских систем // М.: Изд-во УДН. – 1985. – С. 37.
- 99.Моисеева С.П., Панкратова Е.В., Убонова Е.Г. Исследование бесконечнолинейной системы массового обслуживания с разнотипным обслуживанием и входящим потоком марковского восстановления // Вестник Томского государственного университета. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика». – 2016. – № 2. – Вып. 35. – С. 46-53.
100. Рыков В.В., Самуйлов К.Е. К анализу вероятностей блокировок ресурсов сети с динамическими многоадресными соединениями // Электросвязь. – 2000. – № 10. – С. 27–30.
- 101.Сонькин М.А., Моисеев А.Н., Сонькин Д.М., Буртовая Д.А. Объектная модель приложения для имитационного моделирования циклических систем массового обслуживания //Вестн. Том. гос. ун-та. УВТиИ. 2017. № 40. С. 71-80.
- 102.Степанов С.Н. Основы телетрафика мультисервисных сетей // М.: Изд-во «Эко-Трендз». – 2010. – С. 392.

103. Степанов С.Н., Степанов М.С. Построение и анализ обобщенной модели контакт-центра // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 11. – С. 55–69.
104. Степанов С.Н., Степанов М.С. Планирование ресурса передачи при совместном обслуживании мультисервисного трафика реального времени и эластичного трафика данных // Автоматика и Телемеханика. 2017. №11. С. 79–93.
105. Andrews J.G., Claussen H., Dohler M., Rangan S., Reed M.C. Femtocells: Past, Present, and Future // IEEE JSAC, Special Issue on Femtocell Networks. – 2012. – Vol. 30. – Issue 3. – Pp. 497–508.
106. Behnam Rouzbehani, Luis M. Correia, Luísa Caeiro “A Real-time Computational Resource Management in C-RAN”, EURO-COST, University of Lisbon, 2018
107. Behnam Rouzbehani, Luis M. Correia, Luísa Caeiro “An SLA-Based Method for Radio Resource Slicing and Allocation in Virtual RANs”, EURO-COST, University of Lisbon, 2018
108. Bocharov P.P., D’Apice C., Pechinkin A.V., and Salerno S. Queueing Theory. – Brill Academic Publishers, 2004. – 457 p.
109. Dohler M., and Li Y. Wireless Relay Channel in Cooperative Communications: Hardware, Channel & Physics // John Wiley & Sons, Ltd, Chichester. – 2010. – Pp. 464.
110. Gelenbe E. G-networks: a unifying model for neural and queueing networks // Annals of Operations Research //, –1994, –Vol. 48. –No. 5. – Pp. 433–461
111. Iversen V.B. Teletraffic engineering and network planning // ITU-D. – May 2011. – Pp. 567.
112. Kelly F.P. Reversibility and Stochastic Networks. – New York: J. Wiley & Sons. – 1979. – Pp. 630.
113. Malanchini I., Valentin S., Aydin O. An Analysis of Generalized Resource Sharing for Multiple Operators in Cellular Networks // 2014 IEEE 25th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communication (PIMRC). P. 1157–1162. doi: 10.1109/PIMRC.2014.7136342.

114. Malanchini I., Valentin S., Aydin O. Wireless resource sharing for multiple operators: Generalization, fairness, and the value of prediction // *Computer Networks*, 2016. Vol. 100. P. 110–123. doi: 10.1016/j.comnet.2016.02.014.
115. Moiseev A., Nazarov A. Asymptotic Analysis of the Infinite-Server Queueing System with High-Rate Semi-Arrivals // *Proc. of the IEEE International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems (ICUMT 2014)*, Oct. 6-8, 2014, St. Petersburg: IEEE, 2014, Pp. 607-613
116. Moltchanov D., Survey paper: Distance distributions in random networks // *Ad Hoc Netw* // – vol. 10, no. 6, – 2012. Pp. 1146–1166
117. Moltchanov D., Samuylov A., Petrov V., Gapeyenko M., Himayat N., Andreev S., and Koucheryavy Y, Improving session continuity with bandwidth reservation in mmwave communications, // *IEEE Wireless Communications Letters*, – 2018.
118. Naumov V.A., Samouylov K.E., On the modeling of queueing systems with multiple resources, *PFUR Bulletin, Series Informatics. Mathematics. Physics*, 2014, vol. 3, pp. 58–62.
119. Samouylov K., Sopin E., Vikhrova O., Analyzing Blocking Probability in LTE Wireless Network via Queueing System with Finite Amount of Resources, 14th International Scientific Conference ITMM-2015, 2015, pp. 393-403.
120. Vikhrova O., Samouylov K., Sopin E., and Shorgin S. On performance analysis of modern wireless networks // *Informatika i ee primeneniye*. – 2015. – Vol. 9, No. 4. – P. 48–55.
121. Р. В. Разумчик, А. И. Зейфман, А. В. Коротышева, Я. А. Сатин, Анализ энергоэффективности вычислительного комплекса, моделируемого с помощью системы обслуживания с пороговым управлением и интенсивностями, зависящими от времени // *Системы и средства информ.* – 2015. – 25:4. – С. 19–30
122. А. И. Зейфман, В. Е. Бенинг, И. А. Соколов, Марковские цепи и модели с непрерывным временем // М.: Элекс-КМ. – 2008.

123. Naumov V.A., Gaidamaka Y.V., Yarkina N.V., Samouylov K.E., Matrix and Analytical Methods for Performance Analysis of Telecommunication Systems // Springer Nature Switzerland AG. – 2021. – 308 с.
124. Tsitovich, I., Titov, I., Analysis of loss probability for multimedia resource's traffic // Information Technology and Systems Conference, Moscow. – 2012. – Pp. 484–489 (in Russian)
125. Titov, I., Tsitovich, I., Poryazov, S., Use of Time-Scale for Analysis of Data Source Traffic // Modern Probabilistic Methods for Analysis of Telecommunication Networks. BWWQT 2013. Communications in Computer and Information Science. – Springer, Berlin, Heidelberg. – 2013. – Vol. 356.
126. Мачнев Е.А., Самуйлов К.Е., Мокров Е.В., Полуэктов Д.С., Хакимов А.А., Лисовская Е.Ю. // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020664864, Роспатент, 18.11.2020, Бюл. № 11.