

«УТВЕРЖДАЮ»:

Декан механико-математического
факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова,
доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент РАН

А.И. Шафаревич



« 25 »

202 5 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования «Московский государственный
университет имени М.В. Ломоносова» на основании решения, принятого
на заседании кафедры математического анализа механико-
математического факультета**

Диссертация «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами» выполнена на кафедре математического анализа механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Сахаров Сергей Игоревич 1997 года рождения, гражданин России, в 2021 году окончил федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» по специальности 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика».

В период подготовки диссертации Сахаров Сергей Игоревич обучался в очной аспирантуре механико-математического факультета по кафедре математического анализа по направлению, соответствующему специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика», с 01.10.2021 по н.в., а также работал на кафедре математического анализа в должности ассистента с 01.11.2021 по н.в.

Справка, подтверждающая сдачу кандидатских экзаменов, выдана в 2025 г. в ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Научный руководитель – д.ф.-м.н., доцент Бадерко Елена Александровна, профессор кафедры математического анализа механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Тема диссертационного исследования утверждена на заседании Ученого совета механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» 25.10.2024.

По итогам обсуждения принято следующее заключение.

1. Диссертационная работа Сахарова С.И. выполнена на высоком научном уровне и посвящена изучению начально-краевых задач для уравнений и систем уравнений с частными производными параболического типа, возникающих в актуальных исследованиях нестационарных процессов тепло- и массопереноса. Соискателем получены следующие результаты:

- Установлена однозначная классическая разрешимость начально-краевых задач для неоднородных параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, с ненулевыми начальными условиями, в полуограниченных и ограниченных областях на плоскости с негладкими боковыми границами из класса Дини-Гёльдера, на которых для компонент искомых вектор-функций задаются граничные условия общего вида с переменными коэффициентами, среди которых есть условия как первого, так и третьего рода. Получены оценки решений рассматриваемых задач.

- Приведены интегральные представления решений начально-краевых задач для параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, в полуограниченных и ограниченных областях на плоскости с боковыми границами из класса Дини-Гёльдера.
 - Дана новая формулировка алгебраического условия разрешимости поставленных начально-краевых задач и доказано, что это условие эквивалентно известному условию Лопатинского. Приведен пример, когда это условие может не выполняться. Предложен алгоритм проверки выполнения указанного условия в некоторых частных случаях.
 - Доказана теорема об однозначной классической разрешимости задачи Коши для параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, в пространстве вектор-функций, непрерывных и ограниченных вместе со своей пространственной производной первого порядка в замыкании полосы, в которой рассматривается задача. Исследован характер непрерывности по временной переменной и получено интегральное представление решения.
2. Результаты совместных работ, включенные в диссертацию, получены автором лично.
 3. Достоверность полученных автором диссертации результатов обеспечивается строгостью математических доказательств и использованием апробированных научных методов.
 4. Все результаты, представленные автором в диссертационной работе, являются новыми и состоят в следующем:
 - Впервые установлена единственность классических решений начально-краевых задач для параболических систем с Дини-непрерывными коэффициентами в полуограниченных и ограниченных областях с боковыми границами из класса Дини-Гёльдера, на которых задаются граничные условия общего вида, в пространстве вектор-функций, непрерывных и

ограниченных вместе со своими пространственными производными первого порядка вплоть до границ областей.

- Впервые установлена классическая разрешимость начально-краевых задач для неоднородных параболических систем с Дини-непрерывными коэффициентами с ненулевыми начальными условиями в полуограниченных и ограниченных областях с боковыми границами из класса Дини-Гёльдера, на которых задаются граничные условия общего вида, при минимальных требованиях на характер гладкости правых частей граничных условий и начальных функций, а также на характер непрерывности боковых границ областей, в пространстве вектор-функций, непрерывных и ограниченных вместе со своими пространственными производными первого порядка вплоть до границ областей. Исследован характер непрерывности по временной переменной и получены интегральные представления решений поставленных задач.
- Дана новая формулировка алгебраического условия разрешимости поставленных начально-краевых задач и доказана, что это условие эквивалентно известному условию Лопатинского. Приведен пример, иллюстрирующий тот факт, что в случае граничных условий общего вида указанное выше условие может не выполняться. Кроме того, предложен алгоритм проверки выполнения этого условия в некоторых частных случаях.
- Впервые доказаны теоремы об однозначной разрешимости в пространстве $C[0, T]$ систем граничных интегральных уравнений Вольтерры первого и второго рода, которые индуцируются граничными условиями общего вида с переменными коэффициентами.
- Впервые в случае непрерывной и ограниченной вместе со своей производной первого порядка плотности доказаны

теоремы о свойствах потенциала Пуассона и его следа на негладкой кривой из класса Дини-Гёльдера.

- Впервые доказана теорема о существовании единственного в пространстве вектор-функций, непрерывных и ограниченных вместе со своей пространственной производной первого порядка в замыкании полосы, классического решения задачи Коши для параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини. Исследован характер непрерывности по временной переменной и получено интегральное представление решения рассматриваемой задачи.

5. Диссертация имеет преимущественно теоретический характер. Разработанная автором техника может быть использована в изучении многих вопросов, возникающих в теории классической разрешимости различных начально-краевых задач для параболических уравнений и систем. Например, могут быть получены новые результаты в исследовании задач для параболических систем с коэффициентами, разрывными на негладкой кривой раздела сред, а также в нелокальных начально-краевых задачах типа Бицадзе-Самарского для параболических систем. Интегральные представления решений, полученные автором, могут служить теоретической основой для численного исследования рассматриваемых в диссертации задач методом граничных элементов (методом граничных интегральных уравнений).
6. Текст диссертации был проверен на использование заимствованного материала без ссылки на авторов и источники заимствования. После исключения всех корректных совпадений иных заимствований не обнаружено.
7. Текст диссертации соответствует установленным правилам научного цитирования, библиографические ссылки оформлены корректно.

8. Диссертационное исследование по своему содержанию соответствует заявленной специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика».
9. Основные идеи и положения работы изложены в 9 статьях автора общим объемом 6,3125 п.л., в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в MathSciNet, Scopus, Web of Science.

В своих научных трудах соискатель продемонстрировал уверенное владение классическими методами математического, комплексного и функционального анализа, а также теории уравнений и систем с частными производными, методом параболических потенциалов и методом граничных интегральных уравнений. Развивая эти методы, Сахаров С.И. успешно применил их при получении классических решений начально-краевых задач для параболических систем в полуограниченных и ограниченных областях с негладкими боковыми границами из класса Дини-Гёльдера, на которых задаются граничные условия общего вида с переменными коэффициентами.

Таким образом, диссертация «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами» Сахарова Сергея Игоревича соответствует требованиям, установленных Федеральным законом от 23.08.1996 № 127-ФЗ «О науке и государственной научно-технической политике» и Положением о присуждении ученых степеней, утвержденным Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842 (с изм. и доп.) по всем вышеуказанным в настоящем заключении пунктам.

Диссертационная работа Сахарова Сергея Игоревича рекомендуется к публичной защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Заключение принято на заседании кафедры математического анализа механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. Присутствовало на заседании 48 чел. Результаты голосования: «за» – 48 чел., «против» – 0 чел., «воздержалось» – 0 чел., протокол от «25» сентября 2025 г. № 3.

Председательствующий на заседании
заместитель заведующего кафедрой математического анализа
механико-математического факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова,
доктор физико-математических наук,
профессор



Т.П. Лукашенко