

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе СПбГУ

К.Ф.-М.Н.И. С.В. Микушев

2022 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

на диссертационную работу Жуйкова Константина Николаевича

“Об индексе эллиптических операторов, ассоциированных с группами сдвигов”,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы диссертационного исследования. Теория индекса эллиптических операторов привлекает внимание многих математиков, начиная с классических работ И.М. Гельфанда, М. Атья и И. Зингера. К настоящему времени формулы индекса были получены для многих важных классов эллиптических операторов, возникающих в геометрии, математической физике, дифференциальных уравнениях. В частности, исследовалась проблема индекса нелокальных эллиптических задач, ассоциированных с действиями групп на компактных многообразиях. Однако проблема индекса нелокальных задач на некомпактных многообразиях изучена мало. Именно эта актуальная тема рассматривается в работе К.Н. Жуйкова.

Цели и задачи заключаются в исследовании символов эллиптических операторов, ассоциированных с действиями групп сдвигов, построении индекса для таких операторов как гомотопического инварианта символа и доказательстве теоремы об индексе.

Научная новизна исследования состоит в построении эта-инвариантов семейств псевдодифференциальных операторов с параметром и периодическими коэффициентами и в

использовании эта-инвариантов для получения формулы индекса эллиптических дифференциально-разностных операторов. Кроме этого, строятся эта-инварианты и формулы индекса для операторов на прямой с коэффициентами, периодическими вне некоторого компакта.

Диссертационное исследование, изложенное на 108 страницах, состоит из введения, четырех глав, разбитых на параграфы, заключения и списка литературы, состоящего из 70 наименований.

Во введении обоснована актуальность темы, кратко описаны используемые методы и основные результаты, полученные в диссертационной работе.

Первая глава посвящена изучению семейств псевдодифференциальных операторов с параметром и периодическими коэффициентами на гладком замкнутом многообразии, построению эта-инварианта таких семейств и установлению основных свойств эта-инварианта. Более точно, построены регуляризации следа таких семейств и интеграла функций со специальной асимптотикой на бесконечности по вещественной прямой, в терминах которых определяется эта-инвариант. Хотя автор следует подходу Р. Мельроуза к построению эта-инварианта, в данной ситуации используется новая модификация этого метода, связанная с использованием разностной производной и её свойств в пространствах с асимптотиками.

Во второй главе исследованы дифференциально-разностные операторы на бесконечном цилиндре. Введено понятие символа таких операторов как тройки, состоящей из внутреннего символа и конормальных символов на бесконечности (последние представляют собой семейства, рассмотренные в первой главе). Дана формула индекса, содержащая три слагаемых: аналог интеграла Атья-Зингера, разность эта-инвариантов на плюс и минус бесконечности и третье слагаемое, также зависящее от конормального символа.

В третьей главе рассмотрены псевдодифференциальные операторы на прямой с коэффициентами, периодическими вне некоторого компакта. Формула индекса в этой ситуации включает вклады от бесконечности в виде эта-инвариантов для периодических псевдодифференциальных операторов на прямой. В данной главе построен указанный эта-инвариант, доказаны его основные свойства. В случае дифференциальных операторов получена формула индекса в терминах матриц монодромии предельных операторов на бесконечности.

Четвертая глава посвящена исследованию двучленных операторов в R^N , ассоциированных с метаспектральной группой. Даны явные условия на коэффициенты таких операторов, гарантирующие фредгольмовость, в терминах показателя гладкости пространств Соболева, в которых оператор действует. В этой главе используются методы C^* -алгебр, развитые А.Б. Антоневицем.

В заключении перечислены основные результаты диссертационной работы.

Замечания по диссертации:

1. Было бы хорошо для читателя привести больше примеров. Так, во второй главе можно было бы обсудить относительно простой случай, когда рассматриваются дифференциально-разностные операторы на прямой.

2. Результаты третьей главы относятся к операторам с периодическими коэффициентами на прямой. Было бы интересно узнать о перспективах исследований в многомерном случае.

Следует отметить, что указанные замечания никак не влияют на общую высокую оценку обсуждаемой диссертационной работы.

Диссертационная работа К.Н. Жуйкова соответствует научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Основные результаты диссертационной работы являются новыми, представляют научный интерес и заслуживают высокой оценки. В частности, в первой части работы получили содержательное развитие классические результаты Мельроуза.

Все утверждения строго сформулированы и снабжены доказательствами. Текст работы хорошо структурирован и ясно написан.

Основные результаты опубликованы в 14 работах автора, в том числе в 4 научных статьях, которые индексируются в международных базах данных (Scopus, MathSciNet).

Результаты работы носят теоретический характер. Они могут быть использованы в дальнейших научных исследованиях по нелокальным задачам и периодическим задачам, проводимых, например, в МГУ, РУДН, СПбГУ, Институте математики с вычислительным центром УФИЦ РАН.

На основании вышеизложенного можно заключить, что диссертационная работа К.Н. Жуйкова «Об индексе эллиптических операторов, ассоциированных с группами сдвигов» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится

новое решение научной задачи получения формул индекса для эллиптических дифференциально-разностных операторов, имеющей важное значение для теории дифференциально-разностных уравнений. Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п.2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № 12 от 23.09.2019 г., а её автор, К.Н. Жуйков, безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовлен профессором кафедры высшей математики и математической физики доктором физико-математических наук по специальности 01.01.03 математическая физика, профессором А.А. Федотовым, обсужден и одобрен на заседании кафедры высшей математики и математической физики физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета 4 октября 2022 года, протокол № 44/12/2-02-4

Председательствующий на заседании
Заведующий кафедрой высшей математики
и математической физики
д.ф.-м.н., профессор

Т.А. Суслина

Подпись Т.А. Суслиной заверяю

И.о. начальника
отдела кадров № 3
И.И. Константинова

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет»
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб. д.7/9
+7 (812) 328-97-01
spbu@spbu.ru

