

ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Сенуси Марьям Абделькадеровны на тему «Об ограниченности интегральных операторов в общих пространствах типа Морри», предоставленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Представленная диссертационная работа посвящена развитию вопросов ограниченности обобщенных потенциалов Рисса из одного общего локального пространства типа Морри в другое и вопросов ограниченности обобщенных многомерных операторов Римана-Лиувилля из одного пространства типа Морри на параллелепипеде в другое пространство типа Морри. В ней получены условия на функциональные параметры, характеризующие локальные пространства типа Морри, обеспечивающие ограниченность обобщенного потенциала Рисса в рассматриваемых общих локальных пространствах типа Морри, а также условия, обеспечивающие ограниченность обобщенных многомерных операторов Римана-Лиувилля в пространствах типа Морри.

Указанные интегральные операторы играют важную роль в гармоническом анализе, теории функциональных пространств, в теории потенциала и в решении уравнений математической физики. В последние десятилетия активно изучаются вопросы ограниченности различных интегральных операторов в общих пространствах типа Морри. Этой тематике посвящены работы многих математиков из многих стран. Вопросам ограниченности классического потенциала Рисса в общих пространствах типа Морри посвящены работы Буренкова В., Гулиева В., Гогатишвили А., Мустафаева Р. Вопросам ограниченности оператора Римана-Лиувилля в пространстве Морри посвящены работы Z. Fu, J. Trujillo, Q. Wu.

Работа состоит из двух разделов. В первом разделе рассматриваются обобщенные потенциалы Рисса в общих локальных пространствах типа Морри, во второй главе изучаются обобщенные многомерные операторы Римана-Лиувилля в пространствах типа Морри.

Обобщенные потенциалы Рисса строятся с помощью общих ядер (они могут быть функциями не степенного вида), частным случаем которых (в случае степенной функций) является классический потенциал Рисса. Классическое ядро потенциала Рисса отвечает операции дробного интегрирования, а обобщения охватывают более общие функции оператора дифференцирования не обязательно степенного типа. Такие обобщения дают большую гибкость в описании дифференциальных и интегральных свойств функции и позволяют получать содержательные результаты и теоремы вложения в тех ситуациях, когда классический потенциал Рисса не дает результатов.

Основные результаты представленной диссертационной работы следующие: получены достаточные (в некоторых случаях и необходимые) условия на функциональные параметры, фигурирующие в определении общих локальных пространств Морри, при выполнении которых обобщенный потенциал Рисса является ограниченным из одного локального пространства типа Морри в другое; получены условия на числовые параметры, при выполнении которых многомерный интеграл Римана-Лиувилля является ограниченным оператором из одного пространства Морри на конечном параллелепипеде в другое. При этом рассмотрены изотропные и анизотропные случаи и получены точные оценки зависимости нормы оператора от диаметра параллелепипеда.

Полученные результаты являются дополнениями и продолжениями соответствующих известных работ в этом направлении. В работе широко и удачно использованы свойства ограниченности оператора Харли, действующего из одного весового лебегова пространства в другое на конусе неотрицательных, невозрастающих функций, а так же методы использования свойств свертки.

Научные результаты диссертации опубликованы в девяти научных работах, четыре статьи из которых опубликованы в рейтинговых журналах, индексируемых в базе данных Scopus и РИНЦ. Диссертация выполнена на качественном уровне и относится к фундаментальной математике.

На основании вышеизложенного, считаю, что представленная диссертационная работа на тему «Об ограниченности интегральных операторов в общих пространствах типа Морри» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор-

Сенуси М.А. заслуживает присуждения ей степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук,
специальности 01.01.01.-математический анализ,
профессор Евразийского национального
университета имени Л.Н.Гумилева

Бокаев Нуржан Адилханович

Казахстан, 010008, Астана
ул. Пушкина, 2.
+7(3172)353909
bokaev@mail.ru

06.12.2024г.



ОТЗЫВ

на автореферат диссертационной работы Сенуси Марьям Абделькадеровны
«ОБ ОГРАНИЧЕННОСТИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ОБЩИХ
ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА МОРРИ», предоставленную на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.1 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертационная работа М. А. Сенуси посвящена изучению вопросов важным разделам гармонического анализа таких как: теория обобщенных функциональных пространств Морри, теория обобщенных потенциалов Рисса, теория обобщенных многомерных операторов Римана-Лиувилля, которые тесно взаимосвязаны между собой и удачно дополняют друг друга. Развитие функционального анализа и потребности теории дифференциальных уравнений привели к исследованию новых функциональных пространств. Известно, что функциональное пространство Морри было введено в связи с изучением качественных эллиптических уравнений второго порядка. Отметим, что пространство Морри в свою очередь является пространством с параметром. В частности, в работах Ч. Морри было получено широко известное условие гильбертовости функций из этих пространств. Выше сказанное достаточно хорошо подчеркивает актуальность тематики данной диссертации и поэтому имеет как теоретические так и практическое значение.

В дальнейшем результаты в пространствах Морри были развиты в работах Д. Греко, Л. Ниренберга, С. Кампанато, В. П. Ильина, В. И. Буренкова, В. С. Гулиева, А. Гогатишвили, Ё. Савано, Р. Ч. Мустафаева, А. М. Наджафова и другими авторами.

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы.

Основной целью диссертационной работы является нахождение условий на параметры, характеризующие общие локальные пространства типа Морри, обеспечивающие ограниченность обобщенных потенциалов Рисса из одного общего локального пространства типа Морри в другое. А также нахождение условий на параметры обеспечивающие ограниченность обобщенных многомерных операторов Римана-Лиувилля, определенные на параллелепипеде из одного пространства типа Морри в другое. Доказано,

что полученные оценки для обобщенных многомерных операторов Римана-Лиувилля не улучшаемы в зависимости от размеров параллелепипеда.

Тема диссертации является актуальной, и она написано на доступном языке. Результаты диссертационного исследования весомые и в достаточной мере отражены в научных публикациях автора в престижных научных журналах по математике.

Автореферат полностью отражает содержание диссертации. В частности, приведены основные моменты диссертационной работы. Автор точно определяет актуальность и новизну исследования. Отметим, что соискатель хорошо владеет понятиями объекта и предмета исследования, логично обосновывает хронологические рамки диссертационной работы и определяет цель и задачи исследования.

Я считаю, что автореферат диссертационной работы Сенуси Марьям Абделькадеровна на тему «Об ограниченности интегральных операторов в общих пространствах типа Морри» удовлетворяет всем требованиям ВАК России, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1- Вещественный, комплексный и функциональный анализ, а её автор Сенуси Марьям Абделькадеровна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по этой специальности.

Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет

доцент кафедры Высшей математики

доктор математических наук



Ровшан Алифага оглы Бандалиев



10.12.2024

Азербайджан, АЗ1073
ул. Айны Сиджаковой, 4,
Баку. (+99412)5391045
bandaligevr@gmail.com



prof. T.A. Nazverdiyeva

Отзыв

на автореферат диссертации Сенуси Марьям Абделькадыровны «Об ограниченности интегральных операторов в общих пространствах типа Морри», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям
1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ
в диссертационный совет ПДС 0200.005 при Российском университете дружбы народов по адресу 117198 г. Москва, ул. Орджоникидзе, д.3.

Диссертационная работа Сенуси Марьям Абделькадыровны «Об ограниченности интегральных операторов в общих пространствах типа Морри» выполнена в Математическом институте им. С.М. Никольского факультета физико-математических и естественных наук Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы». Она посвящена исследованиям по актуальному направлению в гармоническом анализе, в функциональном анализе и в теории функциональных пространств: геометрическому анализу операторов в общих пространствах типа Морри. Содержание диссертационного исследования состоит в том, чтобы известные результаты об ограниченности классического потенциала Рисса в общих локальных пространствах типа Морри обобщить на случай интегральных операторов типа Рисса, в которых степенная ядро заменено на некоторую функцию, удовлетворяющую определенным условиям. Для всех допустимых значений числовых параметров, характеризующих общие локальные пространства типа Морри, получены достаточные условия на функциональные параметры, характеризующие эти пространства, которые обеспечивают ограниченность таких операторов из одного общего локального пространства типа Морри в другое. Более того, для определенного диапазона числовых параметров, эти условия являются так же и необходимыми.

Для оператора Римана - Лиувилля и обобщенного оператора Римана - Лиувилля получены точные оценки норм этих операторов как операторов, действующих из одного локального пространства типа Морри на параллелепипеде в другое (норма зависит от размеров параллелепипеда). Подобные точные оценки получено также для анизотропных локальных пространств Морри.

Решение вышеизложенной концептуальной проблемы приводит к необходимости ответить на ряд конкретных вопросов:

- 1) редуцировать задачу об ограниченности обобщенных потенциалов Рисса из одного общего локального пространства типа Морри в другое к задаче об ограниченности оператора Харди из одного весового пространства Лебега в другое на конусе неотрицательных невозрастающих функций;
- 2) для любых допустимых значений числовых параметров получить достаточные условия на функциональные параметры, характеризующие общие локальные пространства типа Морри. Для них обобщенные потенциалы Рисса ограниченно действуют из одного локального пространства типа Морри в другое, которые для некоторого диапазона числовых параметров совпадают с необходимыми условиями;
- 3) для многомерного оператора Римана - Лиувилля и многомерного обобщенного оператора Римана - Лиувилля получить точные оценки их ограниченности из одного изотропного или анизотропного пространства типа Морри на конечном параллелепипеде в другое;
- 4) получить точные оценки норм этих операторов в зависимости от размеров параллелепипеда.

В автореферате отмечено, что все перечисленные задачи успешно решены.

Научная новизна. Соискателем

- 5) получены новые результаты об ограниченности обобщенного потенциала Рисса из одного общего локального пространства типа Морри в другое, **основанные на известных ранее результатах об** ограниченности классического потенциала Рисса из одного общего локального пространства типа Морри в другое, полученных В.И. Буренковым, А. Гогатишвили, В. Гулиевым и Р. Мустафаевым;
- 6) получены новые результаты об ограниченности обобщенного многомерного оператора Римана — Лиувилля из одного пространства Морри на конечном параллелепипеде в другое, а также получены новые точные оценки норм таких операторов в зависимости от размеров параллелепипеда.

Соискатель выносит на защиту следующие положения.

- 7) Теорему о связи ограниченности обобщенного потенциала из одного общего локального пространства типа Морри в другое с ограниченностью оператора Харди из одного весового лебегова пространства в другое на конусе неотрицательных функций.
- 8) Теорему о достаточных условиях, а для некоторой области числовых параметров, необходимых и достаточных условиях ограниченности обобщенного потенциала Рисса из одного общего локального пространства типа Морри в другое.
- 9) Теоремы об ограниченности обобщенного многомерного оператора Римана — Лиувилля из одного изотропного или анизотропного пространства типа Морри на конечном параллелепипеде в другое.
- 10) Точные оценки зависимости норм этих операторов от диаметра или длин ребер параллелепипеда.

Оценивая автореферат диссертации в целом, следует отметить, что он хорошо структурирован и адекватно отражает содержание работы. Тема исследования относится к актуальному направлению современного анализа. Диссертация выполнена с учетом текущих тенденций, характерных для этой области анализа. Научные выводы работы аргументированы. Теоретический вклад соискателя отражен в 9 публикациях по теме работы. Результаты работы прошли апробацию на научных семинарах и конференциях, включая международные.

Досадный сбой набора состоит в том, что на странице 8 автореферата вместо ссылок на формулы и утверждения пропечатались два вопросительных знака: ??.

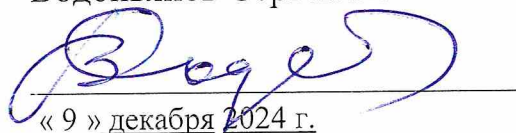
В заключение отмечу, что диссертация **Сенуси Марьям Абделькадыровны** «Об ограниченности интегральных операторов в общих пространствах типа Морри» является научной работой, в которой разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в анализе, и удовлетворяет требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней». Автор диссертационного исследования **Сенуси Марьям Абделькадыровна** заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям: 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

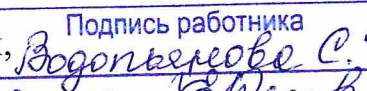
Доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, профессор, главный научный сотрудник, руководитель лаборатории геометрической теории управления Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук,

Адрес: 630090, г. Новосибирск, пр-т Академика Коптюга, д. 4.

Тел.: +7 (383)3297615, +7(913)7889971 E-mail: vodopis@math.nsc.ru

Водопьянов Сергей Константинович,


« 9 » декабря 2024 г.

Подпись работника
Завещаю 
Специалист отдела ДОУ
ИМ СО РАН Е.Г.Кирда
« 09 » декабря 2024 г.

