

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертации Алмохаммад Халиль

«Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса»
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1. 1. 1- вещественный, комплексный и
функциональный анализ

Актуальность темы.

Диссертация Алмохаммад Халиль «Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса.» посвящена исследованию интегральных свойств потенциалов $H_E^G(\square^n)$, обобщающих классические потенциалы Бесселя и Рисса. Поведение ядер потенциалов $G(x)$ вблизи нуля и на бесконечности характеризуется более общими функциями, чем степенные функции для классических потенциалов Рисса, или функции Бесселя-Макдональда, для классических потенциалов Бесселя. Тем самым, в рассмотрение включены пространства обобщенной гладкости. Кроме того, базовые пространства для потенциалов существенно обобщают классические пространства Лебега. Это значительно расширяет возможности применения пространств потенциалов в общей теории операторов в функциональных пространствах и в теории дифференциальных уравнений в частных производных.

Диссертация Алмохаммад Халиль находится в русле современных исследований по теории потенциалов Н. А. Бокаева, Джим Килле Суна, А. Гогатишвили, Р. Кермана, Б. Опица, Л. Пика, В. Д. Степанова, Г. Трибеля, Д. Хароске и др. Автор развивает некоторые результаты, полученные в недавних работах Э. Г. Бахтигареевой, Н. А. Бокаева, М. Л. Гольдмана, Г. Ж. Каршыгиной. Таким образом, тема диссертации Алмохаммад Халиль актуальна и связана с решением важных задач теории функциональных пространств и ее приложений.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и библиографии, содержащей ссылки на 70 работ. Общий объем диссертации составляет 100 стр.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.

Ценность для науки и практики результатов работы.

Научные положения, выводы и рекомендации диссертации, ценность результатов работы для науки и практики подтверждается кратким перечислением ниже основных результатов диссертации.

Во введении дан краткий обзор известных результатов, связанных с теорией обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса, обоснована цель исследования, его актуальность и новизна, и представлены вынесенные на защиту научные положения.

В качестве базовых пространств для пространства потенциалов $H_E^G(\square^n)$ в Главе 1 диссертации выступают весовые пространства Лоренца $E(\square^n) = \Lambda^p(\nu)$ с весами общего вида. Они существенно обобщают классические лебеговы пространства $L_p(\square^n)$, но вместе с тем позволяют получить явные конкретные реализации более общих перестановочно инвариантных конструкций, развитых в работах ряда авторов, включая научного руководителя диссертанта проф. М. Л. Гольдмана. В Главе 1 установлены явные описания оптимальных перестановочно инвариантных пространств, в которые вложены пространства обобщенных потенциалов Бесселя – Рисса. Они совпадают с весовыми пространствами Лоренца, весовые функции которых явно вычисляются по функциональным параметрам ядер потенциалов и базовых пространств. При получении этих результатов автор сумел конкретизировать общие конструкции, опираясь на исследования свойств весовых пространств Лоренца, проведенные в работах

А. Гогатишвили, Б. Опица, Л. Пика и др. Важную роль при этом сыграли конструкции интегральных операторов типа Харди – Копсона,

В Главах 2 и 3 рассмотрены свойства интегральных операторов типа Харди – Копсона, возникающих в Главе 1 при изучении интегральных свойств потенциалов. Для этих операторов получены явные критерии справедливости модулярных неравенств при действии операторов в весовых пространствах Орлича (Глава 2) и в весовых пространствах Орлича- Лоренца (Глава 3). Решение этих задач в Главе 2 потребовало исследования свойств этих операторов на конусах неотрицательных функций из весовых пространств Орлича. Здесь автору удалось для рассмотренных операторов получить критерии справедливости модулярных неравенств в значительно более простых и обозримых формах, чем в общих построениях, развитых в работах, Джим Килле Суна.

В Главе 3 аналогичные вопросы исследованы на конусах неотрицательных функций из весовых пространств Орлича с дополнительными свойством монотонности. Тем самым, осуществлен переход к весовым пространствам Орлича-Лоренца. Следует отметить, что оценки на конусах функций со свойствами монотонности существенно отличаются от оценок на функциях, не обладающих такими свойствами. Здесь автор опирается на общую конструкцию перехода к модифицированным операторам, развитую в работах М. Л. Гольдмана и Э. Г. Бахтигареевой. Возникающие при этом модифицированные операторы для изучаемых в диссертации операторов Харди-Копсона являются обобщенными операторами типа Харди. Это позволило автору получить критерии справедливости модулярных неравенств в явной форме.

Таким образом, перечисленные результаты диссертации подтверждают их научную и практическую ценность.

Достоверность и новизна результатов диссертации.

Все результаты диссертации обоснованы доказательствами и представляют собой новые достоверные факты теории потенциалов в функциональных пространствах.

Таким образом, диссертация Алмохаммад Халиля «Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса.» содержит новые важные результаты об интегральных свойствах обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса и связанных с ними интегральных операторов Харди - Копсона. Работа соответствует паспорту специальности 1.1.1., а именно пункту 3 – теория функциональных пространств; исследования классов функций, возникающих в математике и ее приложениях.

Оценивая диссертацию в целом, отметим, что в ней решен ряд полезных актуальных задач теории обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса. Полученные результаты охватывают широкий спектр интегральных свойств потенциалов и возникающих при их изучении интегральных операторов. Для их получения автору пришлось преодолеть значительные трудности как технического, так и принципиального характера. Результаты подробно доказаны и представляют собой новые достоверные факты теории обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса

Замечания по работе.

В качестве замечаний отметим следующие.

1. В связи с формулой (3) для вычисления нормы в пространстве потенциалов следовало пояснить, что представление обобщенного потенциала в виде свертки ядра с функцией из базового пространства может быть неединственным (в отличие от классического случая)
2. В связи с замечанием 1.4.1 следовало отметить, что приведенное в нем условие эквивалентности норм в весовых пространствах Лоренца

опирается на результат работы [5] А. Гогатишвили, Йохансона, Окпоти, Л.-Е. Перссона.

3. Ссылки [20] и [46] в списке литературы дублируют друг друга.

Эти замечания носят редакционный характер и не снижают положительной оценки диссертации Алмохаммад Халиль.

Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати.

Диссертация является законченным, самостоятельным научным исследованием. Ее основные результаты подробно обоснованы и своевременно опубликованы в 11 работах, 5 из них - в центральных математических изданиях, которые рекомендованы ВАК Минобрнауки Российской Федерации.

Содержание диссертации автор неоднократно докладывал на ведущих научных семинарах в МГУ, РУДН, ЮМИ ВНЦ РАН, на ряде российских и международных научных конференций.

Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Заключение.

Диссертационное исследование Алмохаммад Халиль является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится решение новой научной задачи, заключающейся в исследовании интегральных свойств нового класса потенциалов, обобщающих классические потенциалы Бесселя и Рисса, и имеющей важное значение для теории интегральных операторов в функциональных пространствах. Работа

соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п.2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № 12 от 23.09.2019г., а ее автор Алмохаммад Халиль заслуживает присуждения ученой степени кандидата наук по специальности 1.1.1.

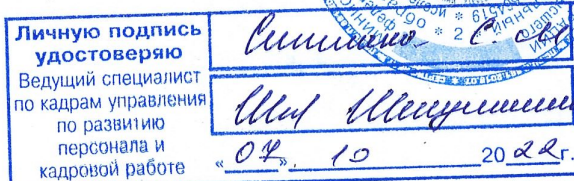
Официальный оппонент:

Профессор кафедры прикладной математики
и компьютерного моделирования
Института инженерных и цифровых технологий
ФГАОУ ВО Белгородский государственный
национальный исследовательский университет (НИУ «БелГУ»),
доктор физико-математических наук (специальность 01.01.02),
доцент
Ситник Сергей Михайлович



Дата: 05.10.2022

Подпись С.М.Ситника заверяю



Почтовый адрес: 308015, Белгородская обл., г. Белгород,
ул. Победы, д. 85

Телефон: +7 (472) 230-12-11

Электронный адрес: sitnik@bsu.edu.ru