Отзыв официального оппонента

на диссертацию Белова Александра Александровича
«Обобщение метода конечных разностей на задачи с особенностями в решении», представленную к защите ПДС 0200.006 при федеральном государственном автономном образовательном учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Актуальность темы диссертационной работы. В многочисленных приложениях самой различной природы регулярно возникают задачи, в которых масштабы переменных различаются на порядки, области больших градиентов соседствуют с областями, где переменные изменяются плавно, решения быстро растут или даже коллапсируют. Такие задачи называют «жесткими». Подобные примеры можно найти в химической кинетике, теории самофокусировки волн в нелинейной среде, электродинамике слоистых структур и многих других важных для практики приложениях. Такие модели трудны для исследования. Как правило, они требуют сочетания теоретических (в часности, асимптотических) и численных методов. Разностные схемы при этом часто приходится изобретать непосредственно «под задачу». Несмотря на прогресс в компьютерной технике, разработка алгоритмов для решения задач такого типа по прежнему представляет значительный интерес для различных областей знания.

Существует обширная литература, посвященная «жестким» задачам. Одной из наиболее известных зарубежных монографий, посвященных этой тематике, является двухтомник Э Хайрера и Г.Ваннера. Широко используются алгоритмы решения задачи Коши Х.Розенброка, Ч.Гира, Дж.Дормана и П.Принса. Среди российских авторов необходимо отметить работы Н.Н.Калиткина и его учеников (Е.А.Альшина, А.Б.Альшин, П.В.Корякин, И.П.Пошивайло, П.Д.Ширков и другие). Следует отметить, что диссертант также является представителем школы Н.Н.Калиткина, что стимулирует интерес к его работе.

Диссертация А.А.Белова посвящена разработке численных схем для различных задач, которые можно отнести к «жестким». Она включает разделы, относящихся к различным физическим приложениям. В том числе, автор рассматривает задачи химической кинетики, задачи моделирования электродинамики слоистых структур, а также задачи локализации особенностей решения дифференциальных уравнений. Каждый из рассмотренных примеров представляет значительный интерес для приложений. В частности, я совершенно согласен с автором диссертации, что предложенные им методы решений уравнения Максвелла применимы к различным задачам фотоники и плазмоники и могут быть использованы в крупнейших российских и мировых исследовательских центрах (ИТМО, МГУ, СГУ и др).

Характеристика содержания диссертационной работы. Целью диссертационной работы является обобщение метода конечных разностей на новые классы задач, решение которых содержит особенности (пограничные слои, сингулярности, разрывы) и которые представляют трудность для традиционных алгоритмов, построенных в рамках этого метода.

Введение содержит общую характеристику работы. Обоснована актуальность решаемых задач, научная новизна результатов, полученных в диссертации, их теоретическая и практическая значимость. Сформулированы положения, выносимые на защиту.

В ***первой главе*** дан обзор алгоритмов, развиваемых в рамках метода конечных разностей для решения задач Коши для ОДУ и уравнений в частных производных. Приведено изложение многосеточного метода и метода Ричардсона-Калиткина в современной формулировке.

Во ***второй главе*** предложен новый метод автоматического выбора шага по наклону и кривизне интегральной кривой – геометрически адаптивные сетки. Разработана процедура сгущения сеток, позволяющая применить метод Ричардсона-Калиткина. Представлено обобщение метода на явные схемы и, в частности, явные схемы Рунге-Кутты. Предложенные методы верифицированы на представительных тестах.

В ***третьей главе*** предложена новая специализированная явная схема для задачи кинетики реакций. Проведены расчеты тестовой задачи с известным точным решением, имитирующей кинетику реакций. Проведены расчеты прикладной задачи кинетики реакций водород-кислородного горения. При этом использованы явные схемы Рунге-Кутты и предложенная в диссертации явная специализированная схема. Проведено тестирование традиционных алгоритмов выбора шага на этой задаче. Показано, что традиционные программы не обеспечивают заданную точность и иногда вовсе не позволяют провести расчет.

В ***четвертой главе*** разработаны новые численные методы обнаружения и исследования ближайшей сингулярности (типа полюс и логарифмическая особенность) и расчета решений со множественными полюсами. Методы протестированы на представительных примерах.

В ***пятой главе*** для системы стационарных и нестационарных одномерных уравнений Максвелла построены новые бикомпактные схемы. Предложенные схемы сходятся на решениях со слабыми и сильными разрывами и позволяют учитывать частотную дисперсию.

В ***шестой главе*** построены физически содержательные и сложные для расчета тестовые примеры. С их помощью показаны преимущества схем, предложенных в предыдущей главе.

В ***седьмой главе*** построено обобщение схем, предложенных в главе 5, на двумерную задачу о наклонном падении плоской волны на плоско-параллельный рассеиватель. Для этого предложен новый метод интегрирования уравнений

Максвелла вдоль оптического луча. Проведены расчеты тестовых задач с известным точным решением и прикладной задачи о спектрах отражения и прохождения реальных фотонных кристаллов. Проведены расчеты реальной задачи о формировании поверхностной волны Блоха при наклонном падении импульса на одномерный фотонный кристалл. Исследована зависимость динамики этой волны от геометрических параметров рассеивателя.

В восьмой главе рассмотрены некоторые задачи, которые были решены диссертантом, но выходят за рамки данной работы.

В Заключении сформулированы основные результаты работы.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, их достоверность. Для всех предложенных алгоритмов дано строгое обоснование сходимости. Для верификации проводились расчеты тестовых задач с известным точным решением, причем вычисления велись на сгущающихся сетках. В ходе такого расчета непосредственно проверялась сходимость численного решения к точному и соответствие скорости убывания погрешности теоретическому порядку точности.

Результаты работы достаточно полно представлены в публикациях в авторитетных рецензируемых изданиях. Также они достаточно полно докладывались на профильных конференциях и на научных семинарах.

Практическая значимость исследований. Предложенные в диссертации методы существенно расширяют область применимости метода конечных разностей. Рассмотренные задачи, несомненно, имеют большое значение для современной науки. Это обуславливает значительную практическую ценность результатов диссертации.

Недостатки работы.

1. Нисколько не умаляя выдающуюся роль Николая Николаевича Калиткина в развитии данной тематики, все же замечу, что:

- вряд ли именно Н.Н.Калиткиным был впервые предложен «метод прямых» (стр.48 диссертации). В любом случае ссылка на работу [128] (1991 год) представляется неудачной, см., например, обзор: О.А. Лисковец, Метод прямых, Дифференциальные уравнения, т.1, №12, стр.1662-1678 (1965).

- идея экстраполяционного уточнения для ОДУ (стр. 53), безусловно, была развита в работах Н.Н.Калиткина, но восходит как минимум к 20-м годам XX века. Интересный обзор литературы по этой теме содержится в статье Claude Brezinski “Some pioneers of extrapolation methods” в книге:” The birth of numerical analysis” p.1-22, Ed. .A. Bultheel and R Cools. В частности в эту статью включены цитаты из соответствующей работы Л.Ф.Ричардсона, в которой он ссылается на публикацию

Н.Н.Боголюбова и Н.М.Крылова 1926 года, в которой подобный подход также обсуждался.

2. Я думаю, что помимо списка иллюстраций было бы очень полезно иметь список схем, которые упоминаются в работе. Это бы существенно упростило чтение. Как мне кажется, стоило бы в начале работы ввести четкое определение, что такое схемы ERK2 и ERK4 (искушенному читателю понятно, но, строго говоря, эти сокращения не определены), что такое DORPI5 (которая называется то DORPI5, то «схемой Дормана-Принса»), что есть CROS и CROS4 и так далее. Например, в разделе 2.4.2 говорится о четырехстадийной обратной схеме Рунге-Кутты. Похоже,что это ранее описанная схема BORK. Так ли это?

3. В разделе 3.2.3 (стр. 114) про химические схемы говорится, что «порядок точности равен числу итераций». Мне не показалось это утверждение очевидным, если имеется в виду произвольное число итераций. Наверное, этот момент стоило бы пояснить.

4. Некоторое количество связанных между собой замечаний относится к главе 4.

а) Согласно традиционной терминологии, точка ветвления – это и есть критическая точка в смысле Определения 2. Критическая алгебраическая точка – это точка ветвления конечного порядка, логарифмическая особенность – это точка ветвления бесконечного порядка. Поэтому, на мой взгляд некорректно называть такую особенность «полюсом» (стр. 145).

б) В теореме 10 стоило бы указать, что такое Q[u,v,t] (предполагаю, что это множество полиномов от u и v с аналитическими по t коэффициентами).

в) Уравнение (4.10) попадает в рассматриваемый класс только если ν рационально. Наверное, это стоит указать.

г) Думаю, ссылка [4] (В.В.Голубев) при обсуждении особенностей решений дифференциальных уравнений будет весьма уместна.

д) На стр. 158 предполагается, что f(u) имеет P непрерывных производных. В какой области по u имеет смысл это требование? Кроме того, если u(t) имеет в точке t_* простой полюс, то она разлагается в некоторой проколотой окрестности этой точки в ряд Лорана (4.38), причем сумма является бесконечной. Соответственно, u(t) имеет в этой проколотой окрестности даже бесконечное число производных (а не P+1).

е) Правильно ли я понял, что на стр. 158-162 сравниваются возможности разных схем для «перескока» сингулярности при счете с постоянным шагом? Несмотря на то, что разложение (4.38) однозначно определяет значение решения справа от полюса, крайне неожиданным является точное попадание на эти значения при проходе через сингулярность так, как будто ее нет. Ведь традиционным условием при выводе численных схем для задачи Коши является ограниченность решения.

ж) Не могу разделить мнение, что численный обход особой точки с выходом в комплексную плоскость «неконструктивен». По крайней мере мой опыт говорит об обратном.

5. Отсутствие рисунков слоистых структур, рассматривающихся в главах 5-7, существенно затрудняют чтение. На мой взгляд, стоило бы проиллюстрировать постановки задач в этих главах, изобразив не только сами структуры но и расположение узлов бикомпактных схем.

6. Выделение результатов, выходящих за рамки диссертационной работы в отдельную главу (глава 8, две страницы) мне не кажется правильным. Возможно, разумнее было бы, используя этот материал, расширить главу «Заключение» (которое, по сути, просто еще раз повторяет положения, выносимые на защиту). Кроме того, глава «Заключение» обычно содержит обсуждение перспектив развития полученных результатов.

Заключение. Диссертационное исследование соответствует паспорту специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а именно:

п.1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений» в части разработки новых математических методов моделирования объектов и явлений – экономичных методов моделирования задач кинетики реакций, процессов нелинейного горения, задач интегральной фотоники и ряда других;

п.2 «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий» в части разработки, обоснования и тестирования новых эффективных вычислительных методов для задач с особенностями в решении – жестких задач Коши для ОДУ с контрастными структурами, задач Коши для ОДУ с сингулярностями, одномерных уравнений Максвелла в слоистых диспергирующих средах – с применением современных компьютерных технологий;

п.3 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента» в части реализованы в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента;

п. 8 «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента» в части проведения комплексных исследований научных проблем с применением новейших методов математического моделирования и вычислительного эксперимента: моделирование кинетики реакций водород-кислородного горения, расчеты спектров реальных фотонных кристаллов, формирование и динамика поверхностных волн Блоха в диэлектрическом фотонном кристалле.

Полученные автором результаты достоверны, основные выводы и заключения обоснованы. Автореферат корректно отражает результаты диссертационного исследования. Основные результаты диссертации достаточно полно изложены в 32 работах, из которых 32 изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 22 – в периодических научных изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа «Обобщение метода конечных разностей на задачи с особенностями в решении» полностью соответствует требованием п.2.2 разделы II Положения о присуждении ученых степеней в ФГАУ ВО Российский университет дружбы народов, утвержденного Ученым советом РУДН, протокол №12 от 23 сентября 2019 года, предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а ее автор - Белов Александр Александрович – степени доктора физико-математических наук.

Официальный оппонент:
Доктор физико-математических наук (специальность 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», профессор, профессор кафедры «Высшая математика -1» федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»

Алфимов Георгий Леонидович
1 июня 2023 года

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», 124498, г. Москва, г. Зеленоград, площадь Шокина, дом 1, тел. +7(499) 720-87-38,
Электронная почта: alfimov@gmail.com
Веб страница: https://www.miet.ru/person/10310

Подпись Алфимова Г.Л. удостоверяю.
Нач. ОРП /[illegible] Е.И./

ОТДЕЛ ПО РАБОТЕ С ПЕРСОНАЛОМ