

**Отзыв на автореферат диссертации Хамадех Альхалиль Нисрин
«Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса»
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения
и математическая физика**

В диссертации исследуются дифференциальные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя-Рисса. Автором изучаются потенциалы с радиально симметричными ядрами более общего вида, чем классические ядра Бесселя-Макдональда и Рисса. В частности, для потенциалов допускаются сингулярности ядер нестепенного вида вблизи начала координат, а также базовые весовые пространства Лоренца $L_p(\nu)$ с весовыми функциями общего вида.

Получены точные по порядку оценки модулей непрерывности потенциалов в равномерной метрике и описаны пространства типа Кальдерона, в которые вложены пространства потенциалов. В качестве приложения найдены оценки аппроксимативных чисел для оператора вложения пространства потенциалов в пространство ограниченных равномерно непрерывных функций.

Важные приложения результатов автора содержатся в главе 3, посвященной вопросам суммирования спектральных разложений потенциалов в ряды по собственным функциям оператора Лапласа. На основании полученных в главах 1 и 2 оценок модулей непрерывности потенциалов исследованы условия выполнения принципа локализации спектральных разложений, когда из обращения разлагаемой функции в нуль на открытом множестве следует суммируемость спектрального разложения к нулю равномерно на любом компакте внутри этой области. Рассмотренный метод суммирования обобщает известный метод Рисса для суммирования спектральных разложений.

В целом, считаю, что диссертации Хамадех Альхалиль Нисрин «Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя» написана на актуальную тему и содержит ряд новых интересных результатов о дифференциальных свойствах обобщенных потенциалов. Для их получения автору

пришлось преодолеть ряд серьезных аналитических трудностей. Решение задачи о принципе локализации при суммировании спектральных разложений потенциалов по собственным функциям оператора Лапласа вносит существенный вклад в развитие спектральной теории дифференциальных операторов.

Диссертация «Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя» соответствует требованиям к кандидатским диссертациям по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика, а ее автор Хамадех Альхалиль Нисрин заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук (специальность ВАК: 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ), доцент, заведующий кафедрой математического анализа ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

Невский Михаил Викторович

27.09.2022

Россия, 150047, г. Ярославль, ул. Лермонтова, д. 38, кв. 55

Тел. 8 915-992-39-61

E-mail: mnevsk55@yandex.ru



ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Хамадех Альхалиль Нисрин
«Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса»
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.2 – дифференциальные уравнения и математическая физика.

Диссертация посвящена изучению дифференциальных свойств обобщенных потенциалов типа Бесселя-Рисса. Обобщение изотропных классических потенциалов Бесселя-Рисса проводится в двух направлениях: обобщаются ядра потенциалов, в которых допускаются нестепенные особенности около начала координат и более общие свойства поведения ядер на бесконечности, а также обобщаются свойства базовых пространств для потенциалов, которые являются весовыми пространствами Лоренца $\Lambda_p(\nu; \mathbb{R}^n)$ с весовыми функциями общего вида. Дифференциальные свойства потенциалов описаны в терминах поведения их модулей непрерывности в норме пространства ограниченных равномерно непрерывных функций $C(\mathbb{R}^n)$.

Установлены точные по порядку оценки мажорант для модулей непрерывности потенциалов. С помощью этих оценок получены описания пространств обобщенной гладкости типа Кальдерона, в которые вложены пространства потенциалов. Пространства Кальдерона обобщают классические пространства О. В. Бесова. Эти результаты позволили получить оценки аппроксимативных чисел оператора вложения потенциалов в пространство $C(\mathbb{R}^n)$.

Центральную роль в диссертации Хамадех Альхалиль Нисрин играет Глава 3, посвященная вопросам суммирования спектральных разложений потенциалов. В ней рассмотрены разложения потенциалов в ряды по собственным функциям оператора Лапласа в произвольной области евклидова пространства \mathbb{R}^n . Оценки модулей непрерывности потенциалов в равномерной метрике, полученные в главах 1 и 2, позволяют исследовать обобщенные методы суммирования спектральных разложений. В том числе, найти условия выполнения принципа локализации спектральных разложений, когда из обращения разлагаемой функции в ноль на открытом множестве следует суммируемость спектрального разложения к нулю равномерно на любом компакте внутри этой области. Рассмотренный метод суммирования обобщает классический метод Рисса для суммирования спектральных разложений, заменяя сумматорную функцию степенного вида на более общую. Найдены условия взаимосвязи этой функции с мажорантами

модулей непрерывности потенциалов, при выполнении которых имеет место свойство локализации спектрального разложения.

В целом, считаю, что в диссертации Хамадех Альхалиль Нисрин «Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя» получен ряд новых полезных результатов о дифференциальных свойствах обобщенных потенциалов и приложениях их в задачах о суммировании спектральных разложений. Они вносят существенный вклад в развитие спектральной теории дифференциальных операторов, в частности, в решение задачи о принципе локализации при суммировании разложений потенциалов по собственным функциям оператора Лапласа.

Считаю, что диссертация «Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя» соответствует требованиям к кандидатским диссертациям по специальности 1.1.2, а ее автор Хамадех Альхалиль Нисрин заслуживает присуждения ей искомой степени.



(подпись)

17.10.2022

Тедеев Анатолий Федорович

доктор физико-математических наук, профессор,
ведущий научный сотрудник Южного
математического института – филиала
Федерального государственного бюджетного
учреждения науки Федерального научного центра
«Владикавказский научный центр Российской
академии наук»,

Россия, 362027, г. Владикавказ, ул. Ватутина, д. 53,
тел (8672) 23-00-51

Специальность: 01.01.02



ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Хамадех Альхалиль Нисрин
"Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса"
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.2 - дифференциальные уравнения и математическая физика.

Диссертация посвящена изучению дифференциальных свойств обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса и их применениям в вопросах спектрального разложения потенциалов. Обобщение классических потенциалов Бесселя и Рисса состоит в рассмотрении более общих ядер потенциалов, нежели классические ядра Рисса или Бесселя - Макдональда. Изучаются потенциалы с радиально симметричными ядрами, имеющими особенности нестепенного вида вблизи начала координат и достаточно общее поведение вдали от начала, включая случай ядер с компактным носителем. Кроме того, в рассмотрение включены потенциалы, у которых базовое пространство есть весовое пространство Лоренца с весовыми функциями общего вида. В главах 1 и 2 при выполнении критерия вложения потенциалов в пространство ограниченных равномерно непрерывных функций получены точные по порядку оценки модулей непрерывности потенциалов в равномерной метрике. Для их получения автору пришлось преодолеть ряд существенных аналитических трудностей. Для операторов вложения получены оценки их аппроксимативных чисел. Установлены критерии вложений потенциалов в пространства обобщенной гладкости типа Кальдерона, обобщающие классические пространства Бесова. Одной из центральных в диссертации является Глава 3. Она посвящена вопросам суммирования спектральных разложений потенциалов в ряды по собственным функциям оператора Лапласа. На базе полученных в главах 1 и 2 оценок равномерных модулей непрерывности потенциалов исследованы условия, при выполнении которых справедлив принцип локализации спектральных разложений для потенциалов. Он состоит в том, что из обращения разлагаемой функции в ноль на открытом множестве следует суммируемость спектрального разложения к нулю равномерно на любом компакте внутри этой области. Условия выполнения свойства локализации связывают поведение сумматорной

функции разложения с мажорантами модулей непрерывности потенциалов. Рассмотренный метод суммирования обобщает классический метод Рисса для суммирования спектральных разложений.

В целом, считаю, что диссертации Хамадех Альхалиль Нисрин "Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя" содержит ряд новых полезных результатов о дифференциальных свойствах обобщенных потенциалов. Решение задачи о принципе локализации при суммировании спектральных разложений потенциалов по собственным функциям оператора Лапласа вносит существенный вклад в развитие спектральной теории дифференциальных операторов.

Считаю, что диссертация "Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя" соответствует требованиям к кандидатским диссертациям по специальности 1.1.2, а ее автор Хамадех Альхалиль Нисрин заслуживает присуждения ей искомой степени.

Член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук(01.01.02)

профессор Шкаликов А. А.

17 октября 2022 года

Подпись профессора А.А.Шкаликова заверяю

чл.-корр РАН, профессор А.И.Шафаревич

Московский государственный
университет имени М.В.Ломоносова

Москва 119991, Ленинские горы, д.1

Телефон: +7 977 873-10-87

E-mail: ashkalikov@yandex.ru

