

Отзыв на автореферат диссертации

Баддура Али «Исследование консервативных разностных схем в моделях движения многих тел», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертационная работа Баддура Али посвящена актуальной проблематике современных численных методов – созданию консервативных разностных схем для задачи Коши, исследованию их работоспособности и оценке точности численных результатов. Основная математическая модель, рассматриваемая в диссертации – задача Коши для системы многих материальных точек с Кулоновским взаимодействием. Эта задача является давним объектом исследований многих поколений учёных во всём мире, в связи с её чрезвычайной практической важностью и огромной трудностью для получения каких-либо аналитических результатов. Из текста автореферата и списка использованной литературы можно получить достаточно полную информацию об историческом научном контексте выполненного исследования.

Диссертация является частью большой работы по исследованию разностных схем средствами компьютерной алгебры, проводимой в РУДН под руководством Л.А. Севастьянова и М.Д. Малых в последнее десятилетие. Существенным дополнением, выполненным диссертантом, являются реализации метода Ричардсона-Калиткина, метода Рунге-Кутты с адаптацией шага, симплектических методов Рунге-Кутты. Эти методы реализованы путём последовательного применения символьных вычислений, и с возможностью автоматизации этих вычислений, что делает созданное в рамках диссертационной работы программное обеспечение полезным в задачах, не относящихся к диссертации напрямую.

Важнейшая задача диссертационного исследования – согласно Автореферату – создание разностной схемы, сохраняющей точно все алгебраические интегралы и инвариантную относительно перестановок материальных точек и обращения времени. Эта задача, с большим изяществом, решается: вводятся дополнительные переменные – расстояния между частицами и обратные расстояния, и это приводит к тому, что все алгебраические интегралы задачи многих тел становятся квадратичными. Для квадратичных интегралов действует теорема Купера: они сохраняются любой симплектической схемой Рунге-Кутты. Эту стратегию, предложенную научным руководителем, диссертант успешно реализует, на базе разработанных им новых функций пакета конечных разностей `fdm for sage`. Подобная работа предполагает большой объём тестовых расчётов, их описание присутствует в автореферате.

По моему мнению, Автореферат написан с большим мастерством, и представляет всю информацию, необходимую для понимания диссертационного исследования и оценки соответствия диссертации квалификационным требованиям. В диссертации

получены новые, интересные результаты, органично вписанные в классическое научное наследие. Вместе с тем, имеются некоторые замечания.

1. На стр. 3 Автореферата отмечено, что развиваемые методы позволят правильно «определить характер динамического процесса, используя лишь грубые вычисления с большим шагом сетки», однако не приведены примеры, иллюстрирующие это утверждение.
2. Вычисление адаптированного шага требует деления на якобиан. Из текста Автореферата не понятно, возможно ли обращение якобиана в нуль, и если возможно, то учитывается ли это в разработанном программном пакете?
3. На стр. 12 перечислены рассмотренные тестовые задачи. Из текста Автореферата не понятно, как ставится тестовая задача 2б) «Плоская задача трёх тел, траектории с петельками». Это же относится и к тестовой задаче 2в) «с существенным сближением тел». Являются ли эти тесты общеизвестными?
4. В тексте Автореферата имеется некоторое количество опечаток.

Указанные замечания не снижают положительного впечатления о проведённом исследовании и не могут повлиять на оценку значимости полученных результатов.

Считаю, что представленная диссертация полностью соответствует требованиям РУДН, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор, Баддур Али, достоин присуждения степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Заведующий кафедрой
математического и компьютерного
моделирования
ФГБОУ ВО «Саратовский национальный
исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского»,
доктор физико-математических наук
(специальность 05.13.18 — «Математическое
моделирование, численные методы и комплексы
программ»), доцент

Юрий Анатольевич Блинков

Адрес: ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83

тел.: +78452518480

e-mail: blinkovua@info.sgu.ru.



Отзыв

на автореферат диссертации Баддура Али «**Исследование консервативных разностных схем в моделях движения многих тел**», представленной к защите в диссертационном совете ПДС 0200.006 при федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертация Баддура Али посвящена разработке численных методов исследования динамических систем и в частности классической задачи многих тел, сохраняющих точно алгебраические интегралы движения. Для достижения цели диссертации активно применяются идеи и методы компьютерной алгебры, вычисления проводятся в системе Sage.

Диссертация Баддура Али продолжает цикл исследований, которые проводятся в области численного интегрирования динамических систем в школе «Математическое моделирование и вычислительная физика» РУДН под руководством Л.А. Севастьянова. Вероятно первой из этого цикла работ стала моя диссертация, посвященная систематизации симплектических схем Рунге-Кутты, защищенная под научным руководством проф. Д.С. Кулябова, за ней последовала диссертационная работа Юй Ин, посвященная отысканию алгебраических интегралов и конструированию сохраняющих их разностных схем, защищенная под научным руководством проф. Л. А. Севастьянова.

Баддур Али обратился к классической задаче многих тел, относительно которой уже известно, что все ее алгебраические интегралы движения исчерпываются классическими. В ней предложено новое семейство разностных схем, сохраняющих все эти интегралы, а вместе с тем и обобщение метода квадратизации энергии, которое может быть полезно при исследовании и других динамических систем. Этот подход позволяет конструировать разностные схемы, сохраняющие полную механическую энергию, на основе симплектических схем Рунге-Кутты, теория которых хорошо разработана.

Эти три работы объединяет общая идея – поиск разностных моделей динамических систем, наследующих некоторые свойства аппроксимируемых динамических систем. Цель, как мне представляется, состоит в том, чтобы в расчётах с грубым шагом получать качественно правильные решения. Симплектические схемы по построению наследуют симплектическую структуру гамильтоновой динамической системы. Это, однако, не влечет за собой наследования всех интегралов движения, но только линейных и квадратичных

(теорема Купера). Схемы, предложенные в диссертации Баддура Али, по построению наследуют все интегралы движения задачи многих тел и строятся из симплектических схем. Однако они не наследуют другие алгебраические свойства точного решения. Например, в задаче двух тел точки траектории, найденные приближённо, не ложатся на конические сечения. Иными словами, наследование одних алгебраических свойств не влечет наследование других. По существу диссертация Баддура Али подводит к вопросу: наследование каких свойств наиболее важно при численном интегрировании динамических систем?

Важным с этой точки зрения является вопрос о том, сохраняют ли построенные в диссертации консервативные разностные схемы симплектическую структуру задачи многих тел, которая является гамильтоновой. К сожалению, этот вопрос не был затронут в диссертации Баддура Али.

Этот недостаток несколько не снижает общего положительного впечатления от автореферата. Считаю, что диссертационная работа **«Исследование консервативных разностных схем в моделях движения многих тел»** полностью соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Кандидат физико-математических наук (специальность 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»), доцент кафедры ПИ и ТВ
РУДН

Геворкян Мигран Нельсонович

«06» февраля 2023 г.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

тел. +7 (499) 936-87-87

Email: gevorgyan-mn@rudn.ru

Подпись М.Н. Геворкяна удостоверяю.

Зам. декана



Отзыв

на автореферат диссертации Баддура Али «Исследование консервативных разностных схем в моделях движения многих тел», представленной к защите в диссертационном совете ПДС 0200.006 при федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

В диссертации Баддура Али исследуются численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, сохраняющие алгебраические интегралы этих уравнений. В теории дифференциальных уравнений в частных производных консервативные схемы давно и хорошо себя зарекомендовали, а в теории нелинейных динамических систем эти схемы пришли сравнительно недавно – в 1990-е годы. Математики прошлых веков полагали, что алгебраические интегралы движения могут быть использованы для интегрирования динамических систем в конечном виде. Более того, численные и аналитические методы решения дифференциальных уравнений противопоставлялись друг другу, одни вопросы относили к качественному анализу, другие к численному. Например, вопрос о поведении решения в подвижной особой точке надолго был отнесен к аналитической теории дифференциальных уравнений и исследовался методами теории степенных рядов. Недавно задача об идентификации подвижных особенностей по поведению приближенных решений была сформулирована Г.И. Марчуком в 2000-х годах и решена в работах Е.А. Альшиной и Н.Н. Калиткина при помощи схемы CROS. Поэтому конвергенция численных и аналитических методов является трендом первых десятилетий XXI века. Поэтому актуальность темы диссертации Баддура Али не вызывает никаких сомнений.

Диссертация Баддура Али посвящена классической задаче многих тел и опирается на два наблюдения. Во-первых, все десять алгебраических интегралов задачи многих тел были найдены еще в XVIII веке и других быть не может в силу теоремы Брунса. Во-вторых, девять из десяти интегралов являются многочленами первой или второй степени и поэтому сохраняются симплектическими схемами Рунге-Кутты в силу теоремы Куппера. В диссертации предложено ввести дополнительные переменные, относительно которых все десять интегралов записываются как линейные и квадратичные функции и поэтому сохраняются любой симплектической схемой Рунге-Кутты. Этим путем в диссертационной работе сконструированы разностные схемы высоких порядков, сохраняющие все

алгебраические интегралы движения задачи многих тел.

Первая консервативная разностная схема для задачи многих тел была предложена Гринспенем в 1990-х годах. Новизна результата, вынесенного на защиту, состоит в том, что, во-первых, соискатель построил целое семейство таких схем, в том числе схем высокого порядка, во-вторых, он представил новый способ построения таких схем.

Предложенный способ реализован в системе компьютерной алгебры Sage, что, в частности, позволило не только проиллюстрировать теоретические результаты, но и сравнить предложенные разностные схемы с явными и неявными схемами Рунге-Кутты. Следует заметить, что все вычисления сделаны единообразно в одной системе, поэтому сравнение представляется корректным. Использование системы компьютерной алгебры позволило целый ряд вычислений, например вычисление якобиана, выполнять аналитически. Это прекрасно подчеркивает основную идею работы – взаимное проникновение аналитических и символьных вычислений.

Считаю, что диссертационная работа **«Исследование консервативных разностных схем в моделях движения многих тел»** полностью соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Кандидат физико-математических наук (специальность 01.01.03 — «Математическая физика»), доцент кафедры математики физического факультета МГУ

Панин Александр Анатольевич

«10» февраля 2023 г.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1

тел. +7 (495) 939-10-00

Email: a-panin@yandex.ru

Подпись А.А. Панина удостоверяю.



Отзыв

на автореферат диссертации Баддура Али «Исследование консервативных разностных схем в моделях движения многих тел», представленной к защите в диссертационном совете ПДС 0200.006 при федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

В диссертации Баддура Али в системе компьютерной алгебры Sage исследуются разностные схемы для задачи многих тел, которые сохраняют точно алгебраические интегралы этой динамической системы.

Выбор в качестве системы компьютерной алгебры системы Sage представляется очень удачным для реализации новых разностных схем и алгоритмов, поскольку позволяет сочетать численные и аналитические методы. В диссертации представлен новый пакет `fdm for sage`, который разрабатывается М.Д. Малых и его учениками в РУДН.

Дело в том, что в самой системе Sage имеются очень посредственные инструменты для численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, но делать в ней компьютерные эксперименты, связанные с символьно-численными вычислениями, очень удобно. Представленный пакет для численного интегрирования дифференциальных уравнений постепенно пополняется методами, реализуемыми студентами и аспирантами РУДН в рамках их выпускных работ. При этом новые методы встраиваются в систему с едиными и методически последовательным подходом к описанию начальных задач и приближенных решений.

Приближенные решения, вне зависимости от метода их отыскания, принадлежат одному классу, в котором описаны общие, то есть не зависящие от численного метода интегрирования инструменты, разработанные Баддуром Али в рамках настоящего диссертационного исследования. Среди них есть и инструменты для визуализации и интерполяции решения, что существенно упрощает работу с приближенным решением. Напр., можно вычислить значение любого символьного выражения в любой момент времени, лежащий на рассматриваемом интервале, указанном при задании начальной задачи. Есть весьма полезные инструменты для оценки отличия этого значения от точного по методу Ричардсона-Калиткина. Это выгодно отличает представленную систему от более распространенных старых систем, в которых такие исследования проводятся применительно

к каждому численному методу, а нередко и к каждой отдельной задаче Коши особо.

При реализации классических алгоритмов, в том числе сделанной в рамках настоящего диссертационного исследования реализации неявного метода Рунге-Кутты в этом пакете удачным образом часть вычислений проводится в символьном виде, что вполне оправдывает реализацию пакета численного интегрирования в системе компьютерной алгебры.

Особо хотелось бы отметить, что на пакет выложен в общественный доступ на github.com и сопровождается уже довольно обильным вспомогательным материалом. Это позволяет думать, что код, созданный в рамках настоящего диссертационного исследования, будет использован другими исследователями.

Считаю, что диссертационная работа **«Исследование консервативных разностных схем в моделях движения многих тел»** полностью соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Кандидат физико-математических наук (специальность 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»), заместитель начальника управления цифровизации образования НИУ ВШЭ.



Севастьянов Антон Леонидович

09 февраля 2023 г.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

109028, Российская Федерация, г. Москва, Покровский бульвар, д. 11

тел. + 7 (495) 771-32-32

Email: hse@hse.ru

Подпись А.Л. Севастьянова удостоверяю.

Бондарь Д.Н. 

Подпись Севастьянова А.Л. заверяю
специалист по персоналу Лидова В.А.

