

На правах рукописи

Сопин Эдуард Сергеевич

**МОДЕЛИ РЕСУРСНЫХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ К АНАЛИЗУ И РАСЧЕТУ ПОКАЗАТЕЛЕЙ
ЭФФЕКТИВНОСТИ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ**

Специальность

1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2026

Работа выполнена на кафедре теории вероятностей и кибербезопасности Российского университета дружбы народов имени Патриса Лумумбы.

Научный консультант: доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теории вероятностей и кибербезопасности Российского университета дружбы народов им. П. Лумумбы (РУДН им. П. Лумумбы)

Официальные оппоненты: **Самуйлов Константин Евгеньевич**
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теории вероятностей и математической статистики Национального исследовательского Томского государственного университета (ТГУ)

Моисеева Светлана Петровна
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Интеллектуальные сетевые и облачные технологии Московского технического университета связи и информатики (МТУСИ)

Степанов Сергей Николаевич
доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, заведующий лабораторией телекоммуникационных систем Института проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)

Семенова Ольга Валерьевна
доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (ИПМ РАН)

Орлов Юрий Николаевич

Защита диссертации состоится «25» сентября 2026 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета ПДС 0200.006 при Российском университете дружбы народов имени Патриса Лумумбы по адресу: г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 208.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов имени Патриса Лумумбы по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6 (Отзывы на автореферат просьба направлять по указанному адресу.)

Автореферат разослан «__» _____ 2026 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
канд. физ-мат. наук, доц.

 М.Н. Геворкян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Сети телекоммуникаций, в особенности технологии беспроводных сетей, динамично развиваются в последние десятилетия. Совершенствование компактных пользовательских устройств привело к бурному развитию услуг мобильной широкополосной связи, а промышленные революции – к появлению и широкому распространению принципиально новых типов услуг, основанных на массовом межмашинном взаимодействии, а также сверхнадежной связи со сверхнизкими задержками. Появление новых типов услуг и расширение требований к производительности сетей стимулируют дальнейшую эволюцию существующих сетей четвертого (4G) и пятого (5G) поколений, а также формируют требования к перспективным сетям шестого поколения (6G), завершение разработки которых ожидается на рубеже 2030-х годов.

Для передачи все больших объемов данных на участке радиодоступа в сетях 5G+ пришлось задействовать более высокие диапазоны частот, ранее не использовавшиеся в беспроводных сетях, в том числе так называемый диапазон миллиметровых длин волн (30 – 300 ГГц). Для преодоления более высоких потерь распространения в этом диапазоне применяются сложные антенные решетки, позволяющие концентрировать излучаемый сигнал в достаточно узкие лучи. С одной стороны, это позволяет достигать приемлемого радиуса зоны покрытия базовых станций (БС) в несколько сотен метров. Однако с другой стороны, пересечение пути прямого распространения такого узкого луча от БС до пользователя даже небольшим объектом, к примеру, человеком или автомобилем, приводит к резкому снижению качества радиоканала, что может приводить к значительному снижению скорости передачи данных пользователю или даже к разрыву соединения. В разрабатываемых сетях шестого поколения планируется перейти в еще более высокие диапазоны частот, в которых, в дополнение к блокировкам пути прямого распространения кратковременные сбои соединения могут вызываться рассинхронизацией направленности антенных решеток на приемнике и передатчике из-за так называемой микромобильности, т.е. небольших смещений или поворотов устройства. Эти особенности требуют разработки механизмов, позволяющих нивелировать негативные эффекты резких колебаний качества радиоканалов.

Параллельно с появлением новых технологий совершенствуются существующие и разрабатываются новые методы и теории анализа производительности беспроводных сетей. Ключевую роль в этом играют математические модели с широким применением вероятностных методов, особенно систем массового обслуживания. Использование классических моделей массового обслуживания и методов теории телетрафика осложняется тем, что в беспроводных сетях фактическая скорость передачи данных при

выделении одного и того же объема радиоресурса может различаться в десятки раз в зависимости от качества радиоканала.

Особенно актуальными в контексте анализа производительности беспроводных сетей оказались так называемые системы обслуживания со случайными требованиями к ресурсу или ресурсные системы массового обслуживания (РеСМО), которые позволяют с высокой точностью описывать процессы обслуживания пользовательских сессий передачи данных на БС сети мобильной связи. При этом широкое применение систем данного класса осложняется как отсутствием эффективных методов расчета известных РеСМО так и необходимостью разработки новых типов РеСМО, которые позволяют моделировать описанные выше особенности беспроводных сетей, использующих высокочастотные диапазоны. В результате возникает важная научная проблема разработки методов анализа ресурсных систем массового обслуживания, алгоритмов расчета их вероятностно-временных характеристик, а также методов описания сценариев функционирования сетей радиодоступа в терминах РеСМО для расчета показателей эффективности.

Степень разработанности темы. Исследования РеСМО, начавшись в 1970-х годах, получили обширное развитие в 1990-х годах, когда они стали активно применяться для анализа вычислительных систем, в которых ограниченным ресурсом выступали процессорное время и память. Новый виток активности исследований РеСМО начался в середине 2010-х годов в рамках их применения к анализу беспроводных сетей четвертого, а затем и последующих поколений. Вопреки этому, множество задач до сих пор остаются нерешенными как в части разработки методов анализа новых моделей РеСМО, так и в части их применения к различным сценариям функционирования сетей радиодоступа пятого и последующих поколений.

Теоретические и прикладные основы исследований в данной области базируются в основном на результатах в области теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания, теории телетрафика и стохастической геометрии. В числе российских исследователей в этих направлениях следует назвать Е.А. Барабанову, Г.П. Башарина, В.О. Бегешева, П.П. Бочарова, В.М. Вишневого, К.А. Вытовтова, Ю.В. Гайдамаку, Б.В. Гнеденко, Б.С. Гольдштейна, А.М. Горцева, В.Ю. Деарта, А.Н. Дудина, Д.В. Ефросинина, А.И. Зейфмана, А.В. Зорина, В.А. Ивницкого, Г.П. Климова, И.А. Кочеткову, Е.А. Крука, А.Е. Кучерявого, Е.А. Кучерявого, А.И. Ляхова, А.З. Меликова, А.Н. Моисеева, С.П. Моисееву, Д.А. Молчанова, Е.В. Морозова, А.А. Назарова, В.А. Наумова, В.А. Нетеса, Ю.Н. Орлова, С.В. Пауль, А.И. Парамонова, А.В. Печинкина, А.П. Пшеничникова, А.В. Рослякова, А.С. Румянцева, В.В. Рыкова, К.Е. Самуйлова, Б.А. Севастьянова, О.В. Семенову, Р.Л. Смелянского, Н.А. Соколова, С.Н. Степанова, О.М. Тихоненко, А.М. Тюрликова, М.А. Федоткина, Е.М. Хорова, Ю.С. Хохлова, И.И.

Цитовича, Г.Ш. Цициашвили, С.Я. Шоргина, Г.Г. Яновского, С.Ф. Яшкова и др., а наиболее значимыми зарубежными авторами являются J.G. Andrews, S. Asmussen, M. Dohler, E. Gelenbe, V.B. Iversen, F. Kelly, L. Kleinrock, U. Krieger, D. Lucantoni, M.F. Neuts, M. Pagano, P. Popovski, R. Ramaswami, J.W. Roberts, K.W. Ross, W. Whitt и другие.

Цели и задачи исследования. Диссертация посвящена решению фундаментальной научной проблемы – разработке моделей ресурсных систем, методов их анализа и вычислительных алгоритмов для расчета показателей эффективности современных и перспективных беспроводных сетей. Для достижения поставленной цели в диссертации решаются следующие **задачи**:

- Разработка модели требований к радиоресурсу БС в виде дискретного вероятностного распределения.
- Разработка методов анализа и вычислительных алгоритмов для расчета ВВХ РеСМО с дискретными требованиями к ресурсу при различных типах входящего потока и распределения времени обслуживания.
- Построение моделей РеСМО с сигналами, моделирующими изменения требований заявок к ресурсу в процессе обслуживания, разработка методов их анализа, а также точных и приближенных вычислительных алгоритмов.
- Построение моделей механизмов повышения показателей непрерывности пользовательских сессий в сети радиодоступа и разработка методов расчета вероятностей потери и прерывания обслуживания сессий, а также среднего объема занятого ресурса.
- Разработка моделей гетерогенных сетей с несколькими технологиями радиодоступа в виде РеСМО с сигналами и методов расчета их показателей эффективности.

Научная новизна диссертационных исследований состоит в следующем:

1. Разработан новый сверточный алгоритм вычисления вероятностных характеристик РеСМО с пуассоновским входящим потоком и дискретной функцией распределения требований к ресурсам.
2. Доказана теорема о нечувствительности стационарного распределения РеСМО с пуассоновским входящим потоком и интенсивностями поступления и обслуживания, зависящими от состояния системы, к виду функции распределения времени обслуживания. Ранее свойство было известно для ресурсных систем с постоянными интенсивностями поступления и обслуживания.
3. Разработана новая модель ресурсной СМО с сигналами, при поступлении которых заявка изменяет требуемый объем ресурсов. Ранее в моделях с сигналами не учитывались случайные требования заявок к ресурсам. Кроме того, ранее не учитывалась возможность потери заявки при поступлении сигнала.

4. Разработан новый метод приближенного анализа РеСМО с сигналами с использованием имитирующей РеСМО без сигналов, но с дополнительным потоком заявок, интенсивность которого рассчитывается итерационно. В отличие от предложенных ранее, для расчета вероятности прерывания используется не распределение по времени, а распределение по цепи Маркова, вложенной по моментам окончания обслуживания.
5. Применения ресурсных СМО к анализу беспроводных сетей позволили учесть при расчете показателей эффективности основные их особенности: механизмы выделения радиоресурсов в зависимости от используемой кодово-модуляционной схемы, подвижность пользовательских устройств, возникновение блокировок прямого пути распространения сигнала в сетях миллиметрового диапазона частот и связанных с ними нестабильностью радиоканала, а также механизмы резервирования ресурсов, мультисвязности и выгрузки, призванные повысить показатели непрерывности сессий передачи данных и увеличить емкость сети.

Теоретическая и практическая значимость работы. В диссертации сделан вклад в теорию ресурсных систем массового обслуживания в виде доказательств ряда их фундаментальных свойств, а также новых моделей ресурсных систем с сигналами, методов их анализа, точного и приближенного расчета ВВХ. С целью применения полученных результатов в научно-исследовательских, проектных организациях и телекоммуникационных компаниях были разработаны вычислительные алгоритмы и программные средства, предназначенные для расчета показателей качества обслуживания в беспроводных сетях. На отдельные модули программных средств получены свидетельства о государственной регистрации. Кроме того, предложенные в четвертой и пятой главах методы анализа и расчета механизмов повышения показателей непрерывности сессий передачи данных и технологий выгрузки трафика в сценариях, близких к реальным, могут быть использованы стандартизирующими организациями и производителями оборудования для выработки рекомендаций по применению этих механизмов в сетях радиодоступа пятого и шестого поколений.

Методология и методы исследования. Для решения задач, сформулированных в диссертационной работе, применялись методы теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания, математической теории телетрафика, стохастической геометрии и имитационного моделирования.

Положения, выносимые на защиту

1. Разработанный метод построения функции распределения ступенчатого вида, описывающей случайные требования сессий пользователей к объему ресурса сети мобильной связи позволяет моделировать процесс обслуживания сессий на БС с помощью РеСМО с дискретными требованиями к ресурсу (глава 1).

2. Разработанный алгоритм вычисления стационарного распределения РеСМО с пуассоновским входящим потоком и дискретным распределением требований к ресурсу позволяет вычислять вероятность блокировки заявки, средний объем, дисперсию занятого ресурса и распределение требований потерянных заявок в процессе вычисления нормирующей константы (глава 2).
3. Для класса моделей РеСМО с пуассоновским входящим потоком и интенсивностями поступления и обслуживания, зависящими от числа заявок в системе, доказано свойство нечувствительности стационарного распределения к виду функции распределения времени обслуживания (глава 2).
4. Разработанные модели РеСМО с сигналами применимы для оценки показателей эффективности беспроводных сетей с дискретными ресурсными блоками. Потоки сигналов моделируют резкие скачки качества радиоканалов из-за возникновения блокировок пути прямого распространения сигнала в высокочастотной сети радиодоступа (глава 3).
5. Замена РеСМО с сигналами на имитирующую РеСМО без сигналов с дополнительным потоком заявок, интенсивность которого вычисляется итерационно, позволяет приближенно вычислять вероятностные характеристики исходной СМО с сигналами (глава 3).
6. Разработанная модель РеСМО с сигналами и дискретной функцией распределения требований к ресурсу применима к анализу показателей эффективности беспроводной сети пятого поколения «Новое радио», функционирующей в миллиметровом диапазоне частот, с различными механизмами для улучшения показателей непрерывности сессий передачи данных. Модель позволяет вычислять вероятность прерывания обслуживания уже принятых сессий (глава 4).
7. Расчет показателей эффективности обслуживания сессий в сети NR-U, использующей нелицензированные частоты совместно с лицензированными, может проводиться с помощью двух взаимоувязанных моделей. На первом этапе проводится расчет доли трафика, выгружаемого в нелицензируемые частоты, а также функции распределения требований к ресурсам выгружаемых сессий с использованием РеСМО. На втором этапе вычисляется распределение скорости передачи данных в нелицензированном диапазоне (глава 5).

Степень достоверности и апробация результатов исследования. Достоверность полученных результатов обеспечена математически корректными доказательствами теорем, утверждений и следствий из них, корректностью разработанных математических моделей, использованием известных фундаментальных результатов и соответствием полученных теоретических результатов данным вычислительных экспериментов, в том числе с применением методов имитационного моделирования, а также качественным

совпадением частных случаев разработанных моделей с известными результатами исследований других авторов.

Апробация результатов работы. Основные результаты диссертации были апробированы в докладах на всероссийских и международных конференциях: Всероссийская конференция «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем» (2015-2023: Москва), International Conference on Next Generation Wired/Wireless Networking NEW2AN (2016, 2018-2020: Санкт-Петербург), International Congress on Ultra Modern Telecommunications ICUMT (2014: Санкт-Петербург, 2015: Брно, Чехия, 2017: Мюнхен, Германия, 2018: Москва, 2019: Дублин, Ирландия), International Conference on Distributed Computer and Communication Networks DCCN (2016-2025: Москва), International Conference on Analytical & Stochastic Modelling Techniques & Applications ASMTA (2016: Кардифф, Великобритания), International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics ICNAAM (2014, 2016: Родос, Греция), European Conference on Modelling and Simulations (2017: Будапешт, Венгрия, 2018: Вильгельмсхафен, Германия, 2019: Казерта, Италия), International Workshop on Simulation IWS (2015: Вена, Австрия), International Conference on Applied Mathematics, Computational Science and Systems Engineering AMCSE (2017: Афины, Греция, 2018: Рим, Италия), International Conference on Information Technologies and Mathematical Modelling ITMM (2015-2016, 2020-2021: Томск, 2017: Казань, 2019: Саратов, 2024: Карши, Узбекистан), международная научная конференция «Конвергентные когнитивно-информационные технологии» (2016-2017: Москва), International Conference on Internet and Distributed Computing Systems IDCS (2019: Неаполь, Италия), International Conference «Modern Network Technologies» (2014, 2022: Москва), International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications PIMRC (2020: Лондон, Великобритания), IEEE 25th International Conference on Communication Technology, ICCT (2024: Ченду, Китай), International Conference on Computer Science and Artificial Intelligence Applications, CSAIA (2025: Чанша, Китай), а также на научном межвузовском семинаре «Современные телекоммуникации и математическая теория телетрафика» РУДН, МТУСИ, ИППИ РАН, ТГУ, ИПМ РАН (2024, 2026).

Реализация результатов работы. Научные результаты работы использованы в следующих пяти научно-исследовательских работах (НИР), выполненных под непосредственным руководством автора:

- Построение и анализ математических моделей схем распределения радиоресурсов в беспроводных гетерогенных сетях пятого поколения и разработка методов для анализа их показателей эффективности // грант РФФИ № 16-37-60103 (2016 – 2018).

- Разработка информационной технологии, математического, алгоритмического и программного обеспечения для моделирования передачи трафика в сетях пятого поколения в нелицензируемом диапазоне частот // стипендия совета по грантам Президента РФ № СП-2759.2019.5 (2019-2021).
- Вероятностный анализ эффективности механизмов выгрузки задач интернета вещей и мобильных вычислений в туманно-облачную систему беспроводных сетей 5G // грант РФФИ № 20-07-01052 (2020 – 2022).
- Разработка моделей ресурсных систем массового обслуживания и анализ эффективности совместного использования беспроводных технологий пятого поколения со стандартом 3GPP New Radio // грант РФФИ № 20-71-00124 (2020 – 2022).
- Алгоритмы и модели обеспечения показателей качества обслуживания в беспроводных гетерогенных сетях шестого поколения // грант РФФИ № 22-79-10128 (2022 – 2025).

Научные результаты работы использованы также в НИР по другим грантам РФФИ и РФФИ, в рамках государственного задания Минобрнауки РФ, выполненных при участии автора.

Результаты диссертационной работы легли в основу учебно-методических комплексов для лекционных курсов, в том числе разработанного автором курса «Методы стохастического анализа телекоммуникаций», читаемых студентам первого курса магистратуры по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», постановок задач для выпускных работ бакалавров и магистров по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и магистров по специализации «Теория вероятностей и математическая статистика», а также кандидатских диссертаций по специальности 1.2.3 «Теоретическая информатика, кибернетика» на кафедре теории вероятностей и кибербезопасности факультета физико-математических и естественных наук РУДН им. П. Лумумбы.

Публикации по теме диссертации. Основные научные результаты диссертации изложены в 85 опубликованных работах, из них 50 работ опубликованы в изданиях, индексируемых в международных базах индексации и цитирования (МБЦ) Web of Science и Scopus, 8 работ в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в наукометрической базе данных RSCI, 1 работа в рецензируемом научном издании, входящем в перечень ВАК РФ. По теме работы автор также имеет 15 зарегистрированных свидетельств на программу для электронных вычислительных машин, 2 монографии и 3 учебных пособия.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Диссертация выполнена в соответствии с паспортом специальности 1.2.3. «Теоретическая информатика, кибернетика» и включает оригинальные результаты в области анализа распределенных многопользовательских систем, разработки информационных процессов в инфокоммуникационных сетях, а также анализа показателей непрерывности обслуживания сеансов связи и обеспечения надежной передачи данных в современных и перспективных беспроводных сетях. Таким образом, диссертационное исследование соответствует пунктам паспорта 11, 12, и 25 указанной специальности:

11. Распределенные многопользовательские системы.

12. Модели информационных процессов и структур.

25. Методы высоконадежной обработки информации и обеспечения помехоустойчивости информационных коммуникаций для целей передачи, хранения и защиты информации.

Структура диссертации. Текст диссертации включает в себя введение, основную часть из пяти глав, заключение и список литературы. Работа изложена на 214 страницах текста, содержит 47 рисунков и 10 таблиц, а также список литературы из 246 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы работы, проведен обзор исследований в предметной области, сформулированы цель и задачи исследования. Представлены научная новизна результатов и положения, выносимые на защиту, а также приведены сведения о достоверности и апробации результатов работы, о личном участии автора в получении результатов и соответствии паспорту специальности.

Первая глава диссертации посвящена анализу особенностей построения ресурсных систем массового обслуживания с ресурсом конечного объема. В *разделе 1.1* проведен краткий обзор моделей и методов анализа РеСМО, обосновывающий актуальность и новизну исследований. В *разделе 1.2* изложены понятия случайного списка и псевдосписка¹, которые представляют собой два подхода к построению случайного процесса, описывающего поведение РеСМО. Идея построения псевдосписка, имитирующего поведение случайного списка, заключается в том, чтобы отслеживать только длину списка и его объем, т.е. суммарный объем занятого всеми заявками ресурса, вместо списка объемов ресурса, занятых каждой заявкой. Преимуществом такого подхода является значительное уменьшение размерности пространства состояний, что позволяет применять численные методы при невозможности получения аналитических решений.

¹ Samouylov K., Naumov V. Stochastic Lists of Multiple Resources // Recent Developments in Stochastic Methods and Applications : Springer Proceedings in Mathematics & Statistics — Cham: Springer International Publishing, 2021. — Vol. 371. — P. 353-357.

Для марковизации процесса используется допущение, что объем ресурса, освобождаемый заявкой по завершении обслуживания, может отличаться от объема, занятого ею при поступлении и определяется условной функцией распределения. Показано, что в РеСМО с пуассоновским входящим потоком и экспоненциальным обслуживанием совместное стационарное распределение числа заявок в системе и суммарного объема занятого ресурса случайного списка и имитирующего его псевдосписка полностью совпадают.

В *разделе 1.3* разработан метод построения функции распределения (ФР) ступенчатого вида, описывающей случайные требования сессий пользователей к объему ресурсов сети, позволяющий сводить задачи расчета показателей эффективности сетей сотовой мобильной связи к расчету ВВХ РеСМО. Ступенчатый вид ФР обусловлен особенностями сетей радиодоступа четвертого, пятого и последующих поколений, в которых частотно-временной ресурс выделяется ресурсными блоками.

Пусть η – случайная величина отношения сигнала к шуму (ОСШ) мобильного устройства в зоне покрытия базовой станции (БС). Функцию распределения ОСШ $F_\eta(x)$ можно вывести с использованием модели распространения сигнала, взятой, например, из стандартов, и модели расположения пользователей внутри зоны покрытия. Пусть K – количество модуляционно-кодированных схем, предусмотренных стандартом сети радиодоступа, а $s_i, i = 1, \dots, K$ – нижние границы ОСШ для назначения i -й модуляционно-кодированной схемы. Тогда вероятности $m_i, i = 1, \dots, K$ назначения i -й модуляционно-кодированной схемы имеет вид

$$\begin{aligned} m_i &= F_\eta(s_{i+1}) - F_\eta(s_i), \quad i = 1, \dots, K-1; \\ m_K &= 1 - F_\eta(s_K). \end{aligned} \quad (1)$$

Каждая i -я модуляционно-кодированная схема характеризуется некоторым уровнем избыточности кода и, следовательно, спектральной эффективностью $e_i, i = 1, \dots, K$. Тогда число $r_i, i = 1, \dots, K$ требуемых ресурсных блоков для поддержания скорости передачи данных C (бит/с) при использовании i -й модуляционно-кодированной схемы вычисляется по формулам:

$$r_i = \left\lceil \frac{C}{B e_i} \right\rceil, \quad i = 1, \dots, K, \quad (2)$$

где B – ширина одного ресурсного блока в Гц. Таким образом, пары $(r_i, m_i), i = 1, \dots, K$ образуют дискретное распределение требований к ресурсу.

Во второй главе диссертации изложены результаты анализа простейших РеСМО, в которых возможны только два типа событий: поступление и завершение обслуживания заявок.

В разделе 2.1 разработан сверточный алгоритм вычисления вероятностных характеристик для случая дискретных требований к ресурсу. Рассматривается экспоненциальная РеСМО с N приборами и M -мерным ресурсом объема $\mathbf{R} = (R_1, \dots, R_M)$. В систему поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ , для обслуживания заявкам требуется один прибор и случайный объем ресурса, задаваемый распределением $\{f_{\mathbf{r}}\}$, $\mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}$. Если в системе имеется свободный прибор и требуемый объем ресурса каждого типа, то заявка принимается, в противном случае она теряется. По завершении обслуживания, имеющего экспоненциальную длительность с параметром μ , заявка покидает систему, освобождая прибор и занятый ею объем ресурса. Стационарные вероятности $q_n(\mathbf{r})$ того, что в системе n заявок, занимающих вектор \mathbf{r} ресурса, имеют вид

$$q_n(\mathbf{r}) = q_0 \frac{\rho^n}{n!} f_{\mathbf{r}}^{(n)}, \quad q_0 = \left(1 + \sum_{n=1}^N \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{r}}^{(n)} \right)^{-1}, \quad (3)$$

Здесь $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ имеет смысл предложенной нагрузки, а $f_{\mathbf{r}}^{(n)}$ – вероятность того, что суммарный объем требований n заявок равен \mathbf{r} , которую можно рассчитать при помощи n -кратной свертки исходного распределения $\{f_{\mathbf{r}}\}$, $\mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}$. Обозначим

$$G(n, \mathbf{r}) = 1 + \sum_{k=1}^n \frac{\rho^k}{k!} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{r}}^{(k)}, \quad (4)$$

причем $G(N, \mathbf{R})$ представляет собой нормировочную константу q_0^{-1} .

Утверждение 1. Функции $G(n, \mathbf{r})$, $\mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}$, удовлетворяют соотношению

$$G(1, \mathbf{r}) = 1 + H(1, \mathbf{r}), \quad G(n, \mathbf{r}) = G(n-1, \mathbf{r}) + H(n, \mathbf{r}), \quad n \geq 2, \quad (5)$$

где функции $H(n, \mathbf{r})$, $\mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}$, вычисляются по рекуррентной формуле

$$H(1, \mathbf{r}) = \rho \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{j}}, \quad H(n, \mathbf{r}) = \frac{\rho}{n} \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} f_{\mathbf{j}} H(n-1, \mathbf{r} - \mathbf{j}), \quad 2 \leq n \leq N. \blacksquare \quad (6)$$

Помимо расчета нормировочной константы, функции $G(n, \mathbf{r})$ позволяют вычислять вероятностные характеристики РеСМО без вычисления стационарного распределения, что сформулировано в следующем утверждении.

Утверждение 2. Вероятность π_B потери заявки, а также средний объем σ и второй момент $\sigma^{(2)}$ объема занятого ресурса можно вычислить по формулам

$$\pi_B = 1 - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} f_{\mathbf{j}} G(N-1, \mathbf{R} - \mathbf{j}), \quad (7)$$

$$\sigma = \mathbf{R} - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{m=1}^M \mathbf{e}_m \sum_{r=1}^{R_m} G(N, \mathbf{R} - r\mathbf{e}_m), \quad (8)$$

$$\sigma^{(2)} = 2G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}} \mathbf{r} (G(N, \mathbf{R}) - G(N, \mathbf{r})) - \sigma. \blacksquare \quad (9)$$

Раздел 2.2 посвящен агрегированию входящих потоков в РеСМО. Рассматривается экспоненциальная РеСМО с L входящими потоками. Интенсивности поступления и обслуживания заявок типа l обозначим λ_l и μ_l соответственно, $\rho_l = \frac{\lambda_l}{\mu_l}$ – предложенная нагрузка l -го потока, а $F_l(\mathbf{x})$ – ФР требований к ресурсу заявок типа l . Стационарное распределение $Q_n(\mathbf{x})$ того, что в системе n заявок, занимающих вместе не более \mathbf{x} объема ресурса, имеет вид

$$Q_n(\mathbf{x}) = q_0 \sum_{\substack{n_1, \dots, n_L \geq 0 \\ n_1 + \dots + n_L = n}} \prod_{l=1}^L \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!} (F_1^{(n_1)} * \dots * F_L^{(n_L)})(\mathbf{x}), \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}, \quad 1 \leq n \leq N, \quad (10)$$

$$q_0 = \left(1 + \sum_{n=1}^N \sum_{n_1 + \dots + n_L = n} \prod_{l=1}^L \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!} (F_1^{(n_1)} * \dots * F_L^{(n_L)})(\mathbf{R}) \right)^{-1}, \quad (11)$$

где знак * означает свертку. В диссертации показано, что вычисление стационарного распределения (10) – (11) можно осуществлять по более простым формулам за счет агрегирования потоков заявок, что сформулировано в следующей теореме.

Теорема 1. Стационарные вероятности $Q_n(\mathbf{x})$ того, что в системе n заявок, которые суммарно занимают объем не более \mathbf{x} ресурса, могут быть вычислены по формулам

$$Q_n(\mathbf{x}) = q_0 \frac{\rho^n}{n!} F^{(n)}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}, \quad 1 \leq n \leq N, \quad (12)$$

$$q_0 = \left(1 + \sum_{n=1}^N \frac{\rho^n}{n!} F^{(n)}(\mathbf{R}) \right)^{-1}, \quad (13)$$

где $\rho = \rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_L$ и $\phi_l = \rho_l / \rho$, $l = 1, 2, \dots, L$, а $F(\mathbf{x})$ представляет собой смесь ФР $F_l(\mathbf{x})$ с весами $\phi_l = \rho_l / \rho$:

$$F(\mathbf{x}) = \phi_1 F_1(\mathbf{x}) + \phi_2 F_2(\mathbf{x}) + \dots + \phi_L F_L(\mathbf{x}). \blacksquare \quad (14)$$

Утверждение 3. В случае дискретного распределения требований вероятность $\pi_{B,l}$ потери заявки типа l вычисляется по формуле

$$\pi_{B,l} = 1 - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} f_{l,j} G(N-1, \mathbf{R} - \mathbf{j}). \blacksquare \quad (15)$$

Раздел 2.3 посвящен свойству нечувствительности стационарного распределения РеСМО с пуассоновским входящим потоком к виду распределения времени обслуживания. Рассматривается РеСМО в обозначениях раздела 2.1, однако время обслуживания теперь задается ФР $B(x)$ с конечным средним $b > 0$, а распределение требований к ресурсу задается ФР $F(\mathbf{x})$. Поведение РеСМО описывается случайным процессом $(\xi(t), \delta(t), \beta(t))$, где $\xi(t)$ – число заявок в системе в момент времени t , $\delta(t)$ –

суммарный объем занятого ресурса, а $\boldsymbol{\beta}(t) = (\beta_1(t), \dots, \beta_{\xi(t)}(t))$ представляет собой вектор прошедших времен обслуживания.

Будем считать, что в момент поступления заявки система из состояния $(k, \mathbf{x}, t_1, \dots, t_k)$ с вероятностью $\frac{F(\mathbf{y})}{k+1}$ переходит в одно из состояний $(k, \mathbf{x} + \mathbf{y}, t_1, \dots, t_{i-1}, 0, t_i, \dots, t_k)$, $i = 1, 2, \dots, k+1$. Обозначим

$$q_0(t) = P\{\xi(t) = 0\}, \quad (16)$$

$$Q_k(\mathbf{x}, t_1, \dots, t_k; t) = P\{\xi(t) = k, \boldsymbol{\delta}(t) < \mathbf{x}, \beta_1(t) < t_1, \dots, \beta_k(t) < t_k\}, \quad (17)$$

а $q_k(\mathbf{x}, t_1, \dots, t_k; t)$ – плотности нестационарных вероятностей $Q_k(\mathbf{x}, t_1, \dots, t_k; t)$.

Выписав переходные вероятности за малый интервал времени Δt и переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, можно получить систему интегро-дифференциальных уравнений, решение которой сформулировано в следующей теореме.

Теорема 2. Если время обслуживания заявок с ФР $B(x)$ имеет конечное среднее $b > 0$, то стационарные плотности $q_k(\mathbf{x}, t_1, \dots, t_k)$ случайного процесса $(\xi(t), \boldsymbol{\delta}(t), \boldsymbol{\beta}(t))$ имеют вид

$$q_k(\mathbf{x}, t_1, \dots, t_k) = q_0 \frac{\lambda^k}{k!} F^{(k)}(\mathbf{x}) \prod_{i=1}^k [1 - B(t_i)], \quad 0 \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}, 1 \leq k \leq N, \quad (18)$$

$$q_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^N \frac{\rho^k}{k!} F^{(k)}(\mathbf{x}) \right)^{-1}, \quad (19)$$

где $\rho = \lambda b$. ■

Проинтегрировав выражение (18) по переменным t_1, \dots, t_k , получим, что стационарное распределение $Q_k(\mathbf{x}) := Q_k(\mathbf{x}, \infty, \dots, \infty)$ не зависит от вида ФР времени обслуживания, а зависит только от среднего значения.

Данное свойство нечувствительности к виду ФР времени обслуживания имеет место и для более широкого класса РеСМО. Рассмотрим РеСМО с пуассоновским входящим потоком, интенсивность λ_k которого зависит от числа заявок в системе. Заявки содержат некоторый объем работы, распределенный согласно ФР $B(x)$ со средним b , по выполнении которого она покидает систему. Скорости обслуживания заявок приборами σ_k постоянны и также зависят от числа заявок в системе, а требования заявок к ресурсу задаются, как и прежде, ФР $F(\mathbf{x})$. Поведение системы можно описать СП $(\xi(t), \boldsymbol{\gamma}(t), \boldsymbol{\beta}(t))$, где $\boldsymbol{\gamma}(t)$ – вектор объемов ресурса, занятых каждой заявкой, а $\boldsymbol{\beta}(t) = (\beta_1(t), \beta_2(t), \dots, \beta_{\xi(t)}(t))$ – вектор объемов обслуженной работы каждой заявки. Для данной системы была доказана теорема, аналогичная теореме 2.

Теорема 3. Если средний объем работ b конечен, то стационарное распределение СП $(\xi(t), \gamma(t), \beta(t))$ имеет вид

$$Q_k(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k, y_1, \dots, y_k) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = k, \gamma_1(t) \leq \mathbf{x}_1, \dots, \gamma_k(t) \leq \mathbf{x}_k, \beta_1(t) < y_1, \dots, \beta_k(t) < y_k\} =$$

$$= q_0 F(\mathbf{x}_1) \cdots F(\mathbf{x}_k) \frac{1}{k!} \prod_{i=1}^k \frac{\lambda_{i-1}}{\sigma_i} \int_0^{y_i} [1 - B(y)] dy, \quad y_1 \geq 0, \dots, y_k \geq 0, \sum_{i=1}^k \mathbf{x}_i \leq R, 1 \leq k \leq N, \quad (20)$$

$$q_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^N \frac{b^k}{k!} \prod_{i=1}^k \frac{\lambda_{i-1}}{\sigma_i} \sum_{\mathbf{x}_1 + \dots + \mathbf{x}_k = R} F(\mathbf{x}_1) \cdots F(\mathbf{x}_k) \right)^{-1} \cdot \blacksquare \quad (21)$$

Аналогично, проинтегрировав выражение (20) по переменным y_1, \dots, y_k , получим, что стационарное распределение $Q_k(\mathbf{x}) := Q_k(\mathbf{x}, \infty, \dots, \infty)$ РеСМО с пуассоновским входящим потоком и интенсивностями поступления и обслуживания, зависящими от числа заявок в системе, не зависит от вида ФР времени обслуживания, а зависит только от среднего значения.

В разделе 2.4 проведен анализ РеСМО с одним типом ресурса, экспоненциальным обслуживанием, дискретным распределением требований $\{f_j\}$, $0 \leq j \leq R$ и входящим МАР-потоком, управляемым марковским процессом (МП) с K состояниями. МАР-поток определяется матрицами \mathbf{A}_0 и \mathbf{A}_1 , где $\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}$ – инфинитезимальная матрица управляющего МП. Будем считать, что матрица \mathbf{A} неразложима, и пусть θ – стационарное распределение управляющего МП. Тогда средняя интенсивность поступления имеет вид $\lambda = \theta \mathbf{A} \mathbf{1}$. Поведение системы описывается МП $\{\xi(t), \delta(t), \eta(t)\}$, где $\eta(t)$ – состояние управляющего МАР-потоком процесса. Пространство состояний процесса разбивается на непересекающиеся подмножества $S_0 = \{(0, k) : 1 \leq k \leq K\}$ и $S_n = \{(n, r, k) : 0 \leq n \leq N, 0 \leq r \leq R, f_r^{(n)} > 0, 1 \leq k \leq K\}$, $1 \leq n \leq N$.

Пусть s_n – число ненулевых вероятностей $f_r^{(n)}$, $0 \leq r \leq R$ в n -кратной свертке распределения $\{f_j\}$, $0 \leq j \leq R$, а $I(n, r)$ – порядковый номер ненулевой вероятности $f_r^{(n)}$ в ряду $\{f_r^{(n)}\}$, $0 \leq r \leq R$. Тогда вектора стационарных вероятностей $\mathbf{q}_n = (\mathbf{q}_n(r_1), \dots, \mathbf{q}_n(r_{s_n}))$, $1 \leq n \leq N$, где $\mathbf{q}_n(r_i) = (q_n(r_i, 1), \dots, q_n(r_i, K))$, $(n, r_i, k) \in S_n$, и $\mathbf{q}_0 = (q_0(1), q_0(2), \dots, q_0(K))$ удовлетворяют системе уравнений равновесия

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_0 \mathbf{D}_0 + \mathbf{q}_1 \mathbf{M}_1 &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{q}_{n-1} \mathbf{\Lambda}_{n-1} + \mathbf{q}_n \mathbf{D}_n + \mathbf{q}_{n+1} \mathbf{M}_{n+1} &= \mathbf{0}, \quad 1 \leq n \leq N-1, \\ \mathbf{q}_{N-1} \mathbf{\Lambda}_{N-1} + \mathbf{q}_N \mathbf{D}_N &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\mathbf{D}_0 = \mathbf{A}_0$, а остальные диагональные блоки являются блочно-диагональными размерностью $s_n K \times s_n K$:

$$\mathbf{d}_n(I(n, r), I(n, r)) = \mathbf{A} - n\mu\mathbf{I} - \left(\sum_{j=0}^{R-r} f_j \right) \mathbf{A}_1, \quad 0 \leq r \leq R, f_r^{(n)} > 0, 1 \leq n \leq N-1, \quad (23)$$

$$\mathbf{d}_N(I(N, r), I(N, r)) = \mathbf{A} - N\mu\mathbf{I},$$

матрица Λ_0 представляет собой блочную строку с блочными элементами

$$\lambda_0(I(1, r)) = f_r \mathbf{A}_1, \quad 0 \leq r \leq R, f_r > 0, \quad (24)$$

а $\Lambda_n, 1 \leq n \leq N-1$ – блочные верхнетреугольные матрицы размерности $s_n K \times s_{n-1} K$:

$$\lambda_n(I(n, r), I(n+1, s)) = f_{s-r} \mathbf{A}_1, \quad 0 \leq r \leq s \leq R, f_r^{(n)} > 0, f_s^{(n+1)} > 0, \quad (25)$$

матрица \mathbf{M}_1 представляет собой блочную строку с блочными элементами

$$\mathbf{m}_1(I(1, r)) = \mu\mathbf{I}, \quad 0 \leq r \leq R, f_r > 0, \quad (26)$$

а $\mathbf{M}_n, 2 \leq n \leq N$ – блочные нижнетреугольные матрицы размерности $s_n K \times s_{n+1} K$:

$$\mathbf{m}_n(I(n, r), I(n-1, s)) = \frac{f_{r-s} f_s^{(n-1)}}{f_r^{(n)}} n\mu\mathbf{I}, \quad 0 \leq s \leq r \leq R, f_r^{(n)} > 0, f_s^{(n-1)} > 0. \quad (27)$$

Решая систему (22) совместно с условием нормировки, можно найти стационарное распределение. Среднее число занятых единиц ресурса и вероятность потери заявки имеют вид

$$\sigma = \sum_{(n,r,k) \in S} r q_n(r, k), \quad \pi_B = 1 - \lambda^{-1} \left(\sum_{\substack{n,r: 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 \leq r \leq R, f_r^{(n)} > 0}} \mathbf{q}_n(r) \sum_{j=0}^{R-r} f_j \right) \mathbf{A} \mathbf{1}. \quad (28)$$

В третьей главе диссертации разработана и проанализирована экспоненциальная РеСМО с дискретными требованиями к ресурсу и сигналами. Рассматривается РеСМО с N приборами и дискретным одномерным ресурсом объема R единиц. В систему поступает пуассоновский поток заявок интенсивностью λ , для обслуживания которых требуются один прибор и случайное число единиц ресурса, задаваемое распределением $\{f_r\}, 0 \leq r \leq R$. Если в системе достаточно свободного ресурса для удовлетворения требований заявки, то она принимается и занимает требуемый объем на все время обслуживания, экспоненциально распределенное с параметром μ . На каждую заявку, находящуюся на обслуживании в системе, поступает независимый пуассоновский поток сигналов с интенсивностью γ . При поступлении сигнала от соответствующего потока заявка освобождает занятый объем ресурса, формирует новые ресурсные требования в соответствии с тем же распределением $\{f_j\}, 0 \leq j \leq R$, и пытается продолжить свое обслуживание. Если число свободных единиц ресурса меньше нового требования заявки,

процесс обслуживания прекращается, и заявка покидает систему. В противном случае процесс обслуживания заявки продолжается.

Поведение процесса описывается СП $X(t) = \{\xi(t), \delta(t)\}$, где $\xi(t)$ – число заявок в системе в момент времени t , а $\delta(t)$ – суммарное число единиц ресурса, занимаемых всеми заявками. Множество состояний S процесса $X(t)$ разделяется на непересекающиеся подмножества $S_0 = \{0\}$ и $S_n = \{(n, r) : 0 \leq r \leq R, f_r^{(n)} > 0\}$, $1 \leq n \leq N$. Инфинитезимальная матрица процесса записывается в блочном трехдиагональном виде, что позволяет применять специальные численные методы для вычисления стационарных вероятностей.

Получив стационарное распределение, можно перейти к вычислению вероятностных характеристик. Во-первых, вероятность потери заявки π_B и средний объем σ занятого ресурса задаются выражениями, аналогичными выражениям для РеСМО без сигналов:

$$\pi_B = 1 - \sum_{n < N, (n,r) \in S_n} q_n(r) \sum_{j=0}^{R-r} f_j, \quad \sigma = \sum_{(n,r) \in S} r q_n(r). \quad (29)$$

Особый интерес при анализе данной РеСМО вызывают эффекты прерывания обслуживания заявок из-за поступления сигналов. Заметим, что в течение времени обслуживания заявки могут поступить несколько сигналов, каждый из которых может вызвать прерывание ее обслуживания. Долю заявок от всех принятых в систему, обслуживание которых было прервано, будем называть вероятностью прерывания π_T .

Утверждение 4. Вероятность прерывания π_T в РеСМО с сигналами принимает вид

$$\pi_T = \frac{\gamma \bar{N} \pi_S}{\lambda(1 - \pi_B)}, \quad (30)$$

где π_S имеет смысл вероятности того, что при поступлении сигнала соответствующая заявка прерывается, а \bar{N} – среднее число заявок в системе

$$\pi_S = \sum_{(n,r) \in S, n > 0} q_n(r) \sum_{j=0}^r \varphi_j(n, r) \sum_{i=R-r+j+1}^R f_i, \quad \bar{N} = \sum_{(n,r) \in S} n q_n(r). \quad (31)$$

В разделе 3.2. разработан метод приближенного анализа РеСМО с сигналами с использованием имитирующей РеСМО без сигналов, но с дополнительным входящим потоком, интенсивность которого пересчитывается итерационно.

Идея приближенного метода основывается на следующей интерпретации событий, происходящих при поступлении сигналов. Будем считать, что при поступлении сигнала заявка покидает систему, но с вероятностью $\frac{\gamma}{\mu + \gamma}$ тут же возвращаются обратно с новым требованием к ресурсу. В этом случае времена пребывания заявок на обслуживании будут так же экспоненциальными с суммарным параметром $\mu + \gamma$, среднюю интенсивность ухода заявок из системы можно выразить как $(\mu + \gamma)\bar{N}$, а с учетом вероятности возврата

средняя интенсивность потока возвращающихся заявок равна $\gamma\bar{N}$. В имитирующей системе предполагается, что поток возвращающихся заявок является пуассоновским.

Таким образом, имитирующая система является РеСМО без сигналов с двумя типами заявок, стационарное распределение которой имеет мультипликативный вид (12) – (14), а ее вероятностные характеристики могут быть вычислены с использованием алгоритмов разделов 2.1 и 2.2.

Будем называть поток впервые поступающих заявок потоком первичных заявок с интенсивностью $\lambda_1 = \lambda$, а поток возвращающихся – потоком вторичных заявок с интенсивностью $\lambda_2 = \gamma\bar{N}$. Тогда среднее число \bar{N} заявок в системе удовлетворяет соотношению

$$\bar{N} = \frac{\lambda + \gamma\bar{N}}{\mu + \gamma} \left(1 - \pi \left(\frac{\lambda + \gamma\bar{N}}{\mu + \gamma} \right) \right), \quad (32)$$

где $\frac{\lambda + \gamma\bar{N}}{\mu + \gamma}$ – предложенная нагрузка, а $\pi(\cdot)$ имеет смысл вероятности потери, зависящей от предложенной нагрузки.

Для расчета интенсивности потока вторичных заявок используется метод простой итерации, т.е., начиная с интенсивности $\lambda_2 = 0$, на каждой итерации пересчитывается среднее число \bar{N} заявок в системе, из которого вычисляется новое значение интенсивности λ_2 до тех пор, пока модуль разности нового и предыдущего значений \bar{N} превышает заданный порог точности ε .

Теорема 4. Для всех положительных значений интенсивностей λ , μ , γ , а также вероятностного распределения $\{f_j\}$, $0 \leq j \leq R$ и его свертков $\{f_j^{(n)}\}$, $1 \leq n \leq N$, уравнение $x = Z(x)$, где

$$Z(x) = \frac{\lambda + \gamma x}{\mu + \gamma} \left(1 - \pi \left(\frac{\lambda + \gamma x}{\mu + \gamma} \right) \right), \quad (33)$$

$$\pi(y) = 1 - \left(1 + \sum_{n=1}^N \frac{y^n}{n!} \sum_{r=0}^R f_r^{(n)} \right)^{-1} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{y^n}{n!} \sum_{r=0}^R f_r^{(n+1)}. \quad (34)$$

имеет единственное решение при $x \geq 0$, которое достигается методом простой итерации.

Когда заданная точность достигнута, можно переходить к вычислению вероятностных характеристик. Так, вероятность потери π_B в исходной системе имитируется вероятностью потери $\pi_{B,1}$ первичных заявок, а вероятность π_S того, что при поступлении сигнала заявка прерывается, – вероятностью потери $\pi_{B,2}$ вторичных заявок. Наконец, вычисляется вероятность прерывания π_T .

В разделе 3.3 предложенный в разделе 3.2 метод приближенного расчета был модифицирован для снижения относительной погрешности. Для этого предполагается, что вторичные заявки в имитирующей модели могут поступать только в моменты окончания обслуживания. Тогда для расчета вероятности π_s того, что в момент поступления сигнала обслуживание заявки прерывается, необходимо использовать не стационарные вероятности по времени, а вероятности по цепи Маркова (ЦМ), вложенной по моментам окончания обслуживания заявок.

Рассматривается тот же марковский процесс $X(t) = \{\xi(t), \delta(t)\}$ из раздела 3.1 с нулевой интенсивностью поступления сигналов ($\gamma = 0$). Пусть $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, \dots$ – моменты окончания обслуживания заявок. Процесс $X_n = \{\xi(\tau_n + 0), \delta(\tau_n + 0)\}$ представляет собой ЦМ, вложенную по моментам окончания обслуживания. В диссертации выведена система уравнений равновесия рассматриваемой ЦМ и доказана теорема о ее стационарном распределении.

Теорема 5. Стационарные вероятности $\hat{q}_k(r)$ ЦМ X_n , являющиеся единственным вероятностным решением системы уравнений равновесия, имеют вид

$$\hat{q}_k(r) = \hat{q}_0 \frac{\rho^k}{k!} f_r^{(k)} \sum_{s=0}^{R-r} f_s, \quad 1 \leq k \leq N-1, 0 \leq r \leq R, \quad \hat{q}_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{r=0}^R \frac{\rho^k}{k!} f_r^{(k)} \sum_{s=0}^{R-r} f_s \right)^{-1}. \quad (35)$$

Утверждение 5. Вероятность $\pi_{B,2}$ потери вторичных заявок может быть выражена через функции $G(n, r)$ в виде

$$\pi_{B,2} = \frac{\sum_{j=0}^R f_j \sum_{i=0}^j f_i [G(N-1, R-i) - G(N-1, R-j)]}{\sum_{i=0}^R f_i G(N-1, R-i)}. \quad (36)$$

В результате сформулирован модифицированный итерационный метод приближенного расчета вероятностных характеристик РеСМО с сигналами.

0. Начинается итерационная процедура при $\rho^{(0)} = \frac{\lambda}{\mu + \gamma}$.

1. Вычисляется вероятность $\pi_B^{(0)}$ потери заявки при помощи сверточного алгоритма по формуле (7), а также среднее число $\bar{N}^{(0)}$ заявок в системе. Переходим к первому циклу итерации ($k = 1$).

2. Пересчитываются нагрузочные параметры, т.е. $\rho^{(k)} = \frac{\lambda + \gamma \bar{N}^{(k-1)}}{\mu + \gamma}$, и вероятности $\pi_{B,1}^{(k)}$

и $\pi_{B,2}^{(k)}$ потери первичных и вторичных заявок, соответственно, по формулам (15) и (36).

3. Пересчитывается среднее число $\bar{N}^{(k)}$ заявок в системе. Если $|\bar{N}^{(k)} - \bar{N}^{(k-1)}| \geq \varepsilon$, где ε – заданный уровень точности, то возвращаемся к шагу 2 и начинаем следующий цикл итерации ($k := k + 1$). В противном случае переходим к последнему шагу 4.

4. Вычисляются финальные вероятности $\pi_B = \pi_{B,1}$ и $\pi_S = \pi_{B,2}$, а также вероятность прерывания π_T .

На рисунке 1 проиллюстрирована погрешность вычислений с использованием разработанных приближенных методов. Расчеты проводились при $N = R = 100$, интенсивности обслуживания заявок $\mu = 1$ и геометрическом распределении требований к ресурсу с параметром $p = 0,2$. Графики показывают, что в наиболее интересном с точки зрения приложения к анализу производительности сетей связи диапазоне нагрузочных параметров модифицированный метод приближенного расчета обеспечивает относительную погрешность не выше 6%.

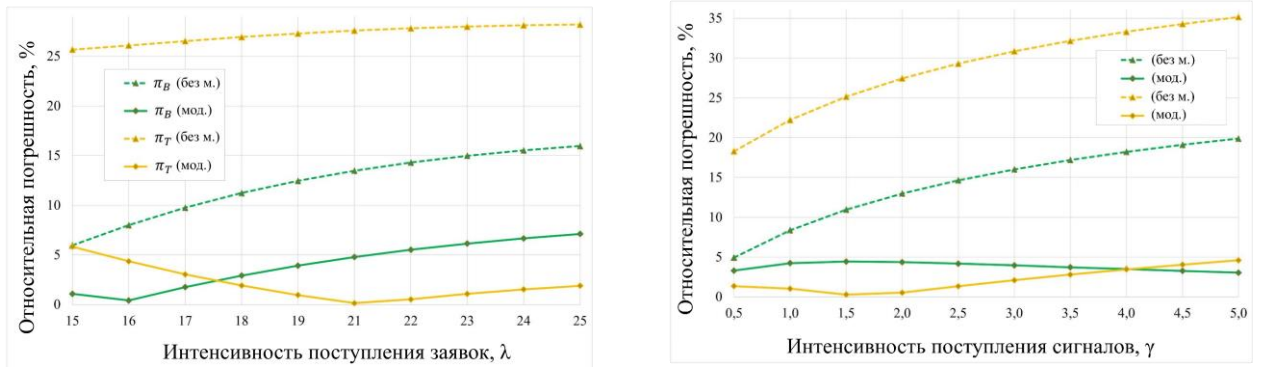


Рисунок 1. Относительная погрешность вычисления вероятностей потери и прерывания в зависимости от (а) интенсивности поступления заявок, (б) интенсивности поступления сигналов.

Четвертая глава диссертации посвящена применениям разработанных моделей и методов их расчета к различным механизмам и сценариям использования сетей радиодоступа пятого поколения 5G NR. При эксплуатации в городской среде сетей радиодоступа, использующих миллиметровый диапазон длин волн, эффекты блокировки пути распространения сигнала приводят к нестабильности качества радиоканалов и высокой вероятности прерывания пользовательских сессий передачи данных. Для решения этой проблемы был предложен ряд механизмов, включая резервирование части полосы пропускания, механизмы мультисвязности, основанные на поддержании соединений с несколькими БС, а также их комбинации. Для анализа механизмов повышения непрерывности сессий применяются РеСМО с сигналами. Поступление и обслуживания заявок в РеСМО моделирует поступление запросов на установление сессий передачи данных и их обслуживание базовой станцией, а сигналы моделируют скачки качества радиоканала. В разделе 4.1 изложен метод моделирования эффектов блокировок пути прямого распространения сигнала в диапазоне миллиметровых длин волн, в том числе способ учета этих эффектов в параметрах РеСМО с сигналами.

В разделе 4.2 проведен анализ механизма резервирования ресурса. Механизм описывается РеСМО с сигналами, в которой, в отличие от рассмотренной в главе 3, поступающим заявкам доступен не весь объем ресурса, а только его часть $R_0 < R$. Стационарные вероятности в этом случае являются решением следующей системы уравнений равновесия:

$$\lambda q_0 \sum_{j=0}^{R_0} f_j = \mu \sum_{j:(1,j) \in S_1} q_1(j) + \gamma \sum_{j:(1,j) \in S_1} q_1(j) \sum_{s=R-j+1}^R f_s, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & \left(\lambda \sum_{j=0}^{R_0-r} f_j + k\mu + k\gamma \right) q_k(r) = H(R_0 - r) \lambda \sum_{j \geq 0: (k-1, r-j) \in S_{k-1}} q_{k-1}(r-j) f_j + \\ & + (k+1)\mu \sum_{j \geq 0: (k+1, r+j) \in S_{k+1}} q_{k+1}(r+j) \varphi_j(k+1, r+j) + k\gamma \sum_{j \geq 0: (k, j) \in S_k} q_k(j) \sum_{i=0}^{\min(j, r)} \varphi_{j-i}(k, j) f_{r-i} + \\ & + (k+1)\gamma \sum_{s=R-r+1}^R f_s \sum_{j \geq 0: (k+1, r+j) \in S_{k+1}} q_{k+1}(r+j) \varphi_j(k+1, r+j), \quad 1 \leq k \leq N-1, (k, r) \in S_k, \\ & N(\mu + \gamma) q_N(r) = H(R_0 - r) \lambda \sum_{j \geq 0: (N-1, j) \in S_{N-1}} q_{N-1}(r-j) f_j + \\ & + N\gamma \sum_{j \geq 0: (N, j) \in S_N} q_N(j) \sum_{i=0}^{\min(j, r)} \varphi_{j-i}(N, j) f_{r-i}, \quad (N, r) \in S_N. \end{aligned} \quad (39)$$

Из стационарного распределения выводятся вероятностные характеристики.

Утверждение 6. Вероятности π_B потери заявки и π_T прерывания обслуживания принимают вид

$$\pi_B = 1 - \sum_{n < N, (n, r) \in S_n} q_n(r) \sum_{j=0}^{R_0-r} f_j, \quad \pi_T = \frac{\gamma \bar{N} \pi_s}{\lambda(1 - \pi_B)}, \quad (40)$$

где π_s – вероятность того, что при поступлении сигнала заявка прерывается:

$$\pi_s = \sum_{(n, r) \in S, n > 0} q_n(r) \sum_{j=0}^r \varphi_j(n, r) \sum_{i=R-r+j+1}^R f_i. \quad (41)$$

В разделе 4.3 проведен анализ совместного механизма мультисвязности и резервирования ресурса. Предполагается, что пользователи распределены в круговой области радиуса r_c согласно пуассоновскому точечному процессу с плотностью λ_B , а K БС размещаются на окружности на постоянном расстоянии $2\pi r_c / K$ друг от друга. Рассматриваемый сценарий развертывания сети изображен на рисунке 2(а). При поступлении в систему новой сессии передачи данных ей доступна только часть радиоресурса, исключая зарезервированный объем. Если в системе достаточно свободного ресурса для обеспечения требований сессии, то она принимается на обслуживание. При блокировке прямой видимости сессия перенаправляется на другую

БС, где ей становится доступен весь объем ресурса. Если в новой БС достаточно ресурса, то сессия продолжает обслуживаться, в противном случае обслуживание прерывается.

Описанная система моделируется сетью РеСМО, представленной на рисунке 2(б). Сеть состоит из K узлов, k -й узел является РеСМО с N_k приборами и одномерным ресурсом объема $R_{k,1}$ единиц. На каждый узел поступает пуассоновский поток заявок с одинаковой для всех узлов интенсивностью λ_k , $k = 1, 2, \dots, K$, а суммарный поток заявок на все узлы $\lambda = \sum_{k=1}^K \lambda_k$. Требования к ресурсу поступающих в k -й узел заявок задаются рядом распределения $\{f_{0,r}\}$, $r > 0$. Для новых заявок доступны только $R_{k,0}$ единиц ресурса, $R_{k,0} = R_{k,1}(1 - \theta)$. Если при поступлении заявки в узле недостаточно свободного ресурса, то заявка теряется. В противном случае заявка занимает требуемый объем ресурса на все время обслуживания или до поступления сигнала. Времена обслуживания распределены экспоненциально с параметром μ .

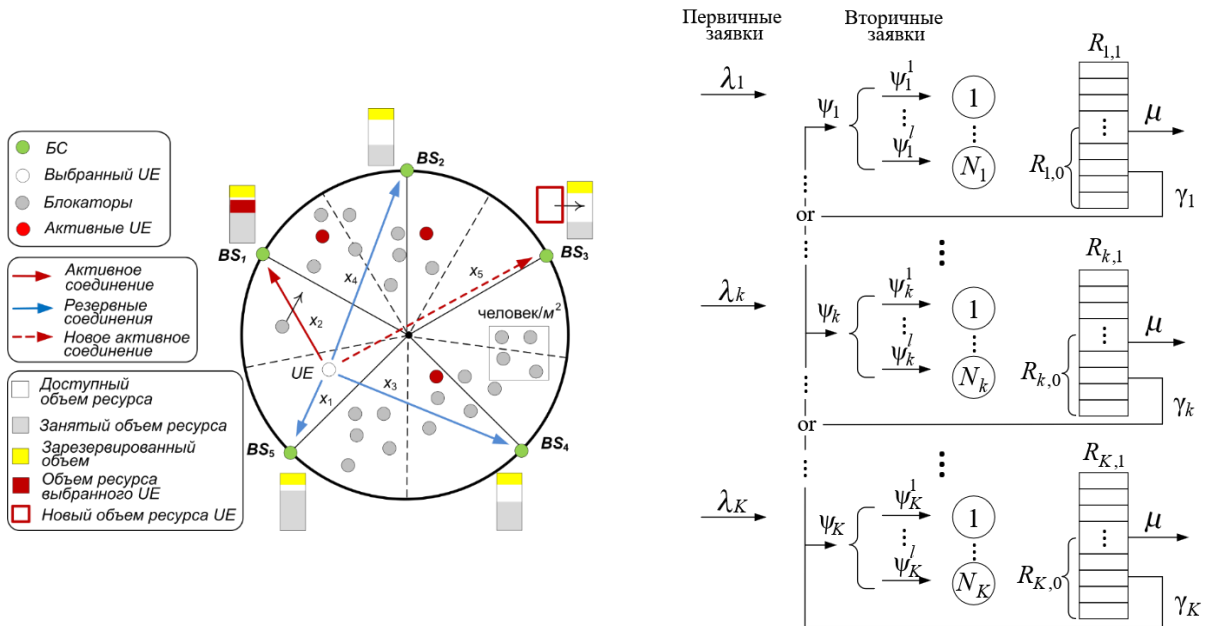


Рис. 2. (а) Сценарий развертывания сети мобильной связи, (б) схема исследуемой сети РеСМО.

На каждую заявку, находящуюся на обслуживании в узле k , поступает пуассоновский поток сигналов интенсивностью γ_k , $k = 1, 2, \dots, K$. При поступлении сигнала соответствующая заявка освобождает занятый ею объем ресурса, генерирует новое требование в соответствии с рядом распределения $\{f_{1,r}\}$, $r > 0$. Если в узле k достаточно свободного ресурса для удовлетворения нового требования, то заявка продолжает обслуживание в том же узле. В противном случае, если $M > 1$, заявка покидает узел k и пытается продолжить обслуживание на любом другом узле с вероятностью $1/K$. Перенаправленные заявки будем называть вторичными, «уровнем» v вторичной заявки называется количество перенаправлений. Вторичные заявки

образуют пуассоновский входящий поток на каждый узел с интенсивностями ψ_k , $\psi_k = \sum_v \psi_k^v$, $k = 1, 2, \dots, K$. Вторичной заявке доступен весь имеющийся объем $R_{k,1}$ ресурса на том узле, куда она перешла. Если на конечном узле недостаточно свободного ресурса или нет свободных приборов, то вторичная заявка теряется. Потеря вторичной заявки приводит к прерыванию обслуживания.

Для анализа модели используется метод декомпозиции. Предполагается, что процесс обслуживания в каждом узле независим от других. Для расчета вероятностных характеристик используется итерационный подход, на v -й итерации которого вычисляется интенсивность поступления вторичных заявок уровня v .

Рассматривается функционирование отдельного k -го узла сети РеСМО. На узел поступает два пуассоновских потока заявок: поток первичных и вторичных заявок с интенсивностями λ_k и ψ_k соответственно. Времена обслуживания распределены экспоненциально с параметром $\mu + \gamma_k$, учитывая поступления сигналов. Поведение системы описывается процессом $X(t) = \{\xi_1(t), \xi_2(t), \delta(t)\}$, где $\xi_1(t)$ – число первичных заявок, $\xi_2(t)$ – число вторичных заявок, а $\delta(t)$ – суммарный объем занятого всеми заявками ресурса в момент времени t . В диссертации выписана система уравнений равновесия для стационарных вероятностей $Q_{n_1, n_2}(r)$ того, что в системе n_1 первичных заявок, n_2 вторичных заявок, а суммарно занятый объем ресурса равен r единиц. Численное решение системы уравнений равновесия позволяет перейти к вычислению вероятностных характеристик.

Вероятности $\pi_{B,k}$ потери новой заявки на узле k и вероятность $\tilde{\pi}_{S,k}$ того, что при переходе на другой узел вторичной заявки на целевом узле недостаточно ресурса для продолжения обслуживания, принимают вид

$$\pi_{B,k} = 1 - \sum_{\substack{0 \leq n_1 + n_2 \leq N_k - 1, \\ r \leq R_{k,0}, (n_1, n_2, r) \in S_{n_1, n_2}}} Q_{n_1, n_2}(r) \sum_{j=0}^{R_{k,0}-r} f_{0,j}, \quad \tilde{\pi}_{S,k} = 1 - \sum_{\substack{0 \leq n_1 + n_2 \leq N_k - 1 \\ (n_1, n_2, r) \in S_{n_1, n_2}}} Q_{n_1, n_2}(r) \sum_{j=0}^{R_{k,1}-r} f_{1,j}. \quad (42)$$

Обслуживание заявки прерывается в случае, если она получила отказ в $M - 1$ узлах. Тогда вероятность $\pi_{S,k}$ того, что переход на другой узел вызовет блокировку вторичной заявки, можно записать в виде

$$\pi_{S,k} = \left(\tilde{\pi}_{S,k} \right)^{M-1}. \quad (43)$$

Интенсивности поступления вторичных заявок рассчитываются по рекуррентным формулам для всех узлов $k = 1, 2, \dots, K$:

$$\psi_k = \sum_{v=1}^{\infty} \psi_k^v, \quad \psi_k^1 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \lambda_i (1 - \pi_{B,i}) \frac{\gamma_i}{\mu + \gamma_i}, \quad \psi_k^v = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \psi_i^{v-1} (1 - \pi_{S,i}) \frac{\gamma_i}{\mu + \gamma_i}, \quad v > 1. \quad (44)$$

Усредняя по всем узлам, получим вероятностные характеристики по всей сети: вероятность π_B потери новой заявки, вероятность π_S того, что переход на другой узел вызовет блокировку вторичной заявки, и вероятность π_T прерывания обслуживания:

$$\pi_B = \sum_{k=1}^K \frac{\lambda_k}{\lambda} \pi_{B,k}, \quad \pi_S = \sum_{k=1}^K \frac{\psi_k}{\psi} \pi_{S,k}, \quad \pi_T = \frac{\pi_S \sum_{k=1}^K \psi_k}{\lambda(1 - \pi_B)} \quad (45)$$

Процесс расчета стационарных вероятностей и показателей эффективности системы является итерационным, так как на каждой итерации добавляется следующий уровень вторичных заявок. В диссертации получен алгоритм расчета.

На рисунке 3 показаны вероятности потери и прерывания в зависимости от степени мультисвязности для разных значений доли зарезервированного ресурса $1 - \theta$, плотности λ_B расположения пользователей, при требуемой скорости $C = 3$ Мбит/с, $\lambda = 0.15$. График позволяет сделать вывод, что степень увеличение доли зарезервированного ресурса позволяет снизить вероятность прерывания π_T , а степень мультисвязности $M > 3$ не приводит к значительному улучшению вероятности прерывания сессий.

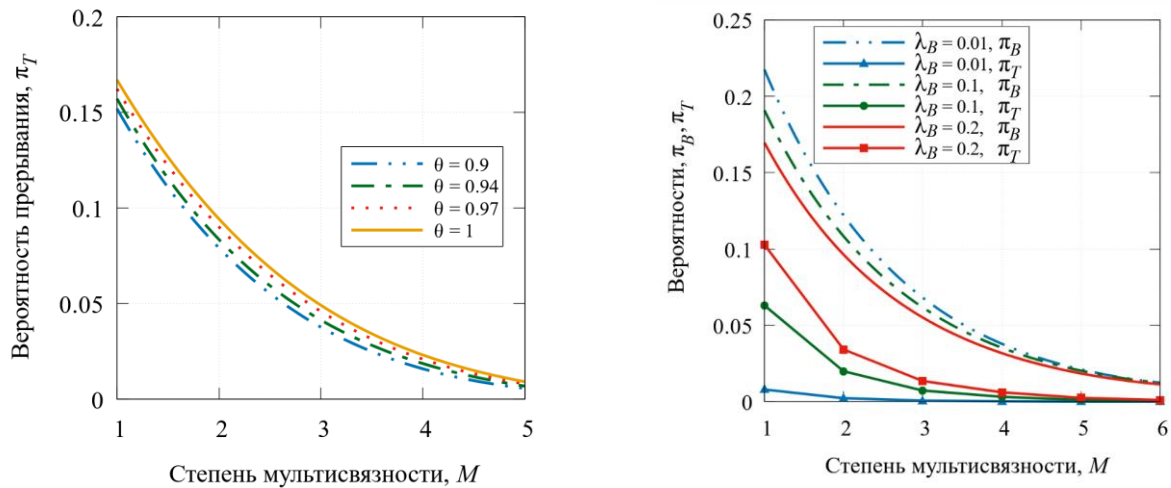


Рис. 3. Вероятностные характеристики системы в зависимости от степени мультисвязности при (а) разных значениях доли зарезервированного ресурса, (б) разных значениях плотности блокаторов.

В разделе 4.4 проведен анализ влияния повторных вызовов и адаптации скорости передачи данных на функционирование базовой станции сети радиодоступа 5G NR. Система моделируется РеСМО с сигналами и повторными вызовами. Пусть в системе N приборов и одномерный ресурс объема R единиц. Заявки поступают согласно пуассоновскому потоку интенсивностью λ , требования заявок к ресурсу заданы распределением $f_{1,j}$, $1 \leq j \leq R$. Если при поступлении заявки в системе достаточно свободного ресурса, то она принимается на обслуживание. В противном случае она уходит на орбиту с вероятностью θ или уходит из системы с вероятностью $1 - \theta$. На орбите заявка находится экспоненциально распределенное время с параметром α , по истечении которого пытается вернуться на обслуживание с новым требованием к ресурсу,

которое определяется согласно распределению $f_{2,j}$, $0 \leq j \leq R$. Времена обслуживания распределены также экспоненциально с параметром μ . Аналогично система реагирует и на поступление сигналов.

Поведение системы может быть описано трехмерным случайным процессом $X(t) = (\xi(t), \delta(t), \eta(t))$, где $\xi(t)$ – число заявок на обслуживании в момент t , $\delta(t)$ – суммарный объем занятого ими ресурса, и $\eta(t)$ – число заявок на орбите. В диссертации выведена система уравнений равновесия, численное решение которой позволяет перейти к вычислению вероятностных характеристик.

Утверждение 7. Вероятность потери заявки π_B вычисляется по формуле

$$\pi_B = \pi_1 + \frac{(1-\theta)\pi_2\pi_3}{1-\theta(1+\pi_3)}, \quad (46)$$

где π_1 – вероятность того, что первичная заявка при поступлении не принимается на обслуживание и покидает систему, π_2 – вероятность того, что первичная заявка при поступлении не принимается на обслуживание и уходит на орбиту, а π_3 – вероятность того, что вторичная заявка при поступлении с орбиты не принимается на обслуживание и уходит из системы:

$$\pi_1 = \sum_{r=1}^R \left(q(N, r, M) + (1-\theta) \sum_{m=0}^{M-1} q(N, r, m) \right) + \quad (47)$$

$$+ \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{r=1}^R \left(q(n, r, M) + (1-\theta) \sum_{m=0}^{M-1} q(n, r, m) \right) \sum_{j=R-r+1}^R f_{1,j},$$

$$\pi_2 = \theta \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{r=1}^R \sum_{m=0}^{M-1} q(n, r, m) \sum_{j=R-r+1}^R f_{1,j} + \theta \sum_{r=1}^R \sum_{m=0}^{M-1} q(N, r, m), \quad (48)$$

$$\pi_3 = \frac{(1-\theta)}{M} \left[\sum_{n=1}^{N-1} \sum_{r=1}^R \sum_{m=1}^M m q(n, r, m) \sum_{j=R-r+1}^R f_{2,j} + \sum_{r=1}^R \sum_{m=1}^M m q(N, r, m) \right], \quad (49)$$

Вероятность прерывания π_T можно вычислять по формуле

$$\pi_T = (1 - \pi_B) \frac{\pi_8 + \pi_9 \pi_7}{1 - \pi_9 (1 - \pi_7)}, \quad (50)$$

где π_7 – вероятность того, что период ожидания заявки закончится ее уходом из системы, π_8 – вероятность того, что период обслуживания закончится уходом заявки из системы, а π_9 – вероятность того, что период обслуживания закончится уходом заявки на орбиту

$$\pi_7 = \frac{\pi_3}{1 - \pi_4}, \quad \pi_8 = \frac{\gamma \pi_5}{\mu + \gamma(\pi_5 + \pi_6)}, \quad \pi_9 = \frac{\gamma \pi_6}{\mu + \gamma(\pi_5 + \pi_6)}. \quad (51)$$

Глава 5 посвящена применениям аппарата РеСМО к анализу гетерогенных сетей с различными технологиями радиодоступа. Так, в *разделе 5.1* проводится анализ будущих

развертываний сетей шестого поколения (6G), на участке радиодоступа которых будет использован терагерцевый диапазон частот (0,3 – 3 ГГц). В этом диапазоне сохраняются риски сбоев соединения из-за блокировок путей прямого распространения сигнала, как и в диапазоне миллиметровых длин волн, а также появляются кратковременные сбои из-за микромобильности устройств. Исследуется сценарий мультисвязности, при котором обслуживание сессий передачи данных может быть перенаправлено с терагерцевой БС на БС 5G NR, использующей миллиметровый диапазон, на периоды сбоев соединения.

Сценарий моделируется системой с $K + 1$ узлами, где узлы с номерами $1, 2, \dots, K$ моделируют терагерцевые БС в виде бесконечнолинейных СМО, а узел $K + 1$ – БС 5G NR в виде РеСМО с сигналами. На каждый узел поступает пуассоновский поток запросов интенсивностью λ_k , $k = 1, \dots, K + 1$, времена обслуживания считаем экспоненциальными с параметром μ . Заявки, которые изначально поступают на узел $K + 1$, не перенаправляются и обслуживаются только на нем. Требования заявок, изначально поступающих на узел $K + 1$, задаются распределением $\{f_{1,r}\}$, $0 \leq r \leq R$, а заявок, которые перенаправляются на узел $K + 1$ с других узлов, – распределением $\{f_{2,r}\}$, $0 \leq r \leq R$. Если в момент поступления или перенаправления заявки с другого узла свободного объема ресурса в узле недостаточно, то заявка теряется. На каждую заявку, обслуживаемую на узле $K + 1$, поступает пуассоновский поток сигналов интенсивностью γ , а на каждую заявку, обслуживаемую в узлах $1, 2, \dots, K$, поступают два пуассоновских потока сигналов с интенсивностями γ_B и γ_M (b - и m -сигналы), которые моделируют интенсивность сбоев соединения, вызванных блокировкой и микромобильностью соответственно. Длительность сбоев предполагается экспоненциальной с параметрами β_B и β_M . Для анализа описанной модели используется метод декомпозиции в предположении о независимости функционирования узлов друг от друга, а интенсивности потоков перенаправленных заявок итерационно пересчитываются.

Среднее число \bar{N}_k заявок в узлах $k = 1, \dots, K$, а также суммарные интенсивности $V_{B,K+1}$ и $V_{M,K+1}$ перенаправлений на узел $K + 1$, вызванные b - и m -сигналами, имеют вид

$$\bar{N}_k = \frac{\lambda_k + V_{B,k} + V_{M,k}}{\mu + \gamma_B + \gamma_M}, \quad V_{B,K+1} = \sum_{k=1}^K \bar{N}_k \gamma_B, \quad V_{M,K+1} = \sum_{k=1}^K \bar{N}_k \gamma_M. \quad (52)$$

Для анализа характеристик узла $K + 1$ использован подход с построением имитирующей модели без сигналов по принципам, изложенным в разделе 3.3. Тогда вместо сигналов в имитирующей модели появляется поток вторичных заявок интенсивностью V_{K+1} . Кроме того, потоки перенаправленных заявок с остальных узлов интенсивностями $V_{B,K+1}$ и $V_{M,K+1}$ добавляют еще два входных потока. Стационарные

вероятности такой РеСМО вычисляются с помощью итерационного алгоритма из раздела 3.3, а вероятности потери заявок каждого типа принимают вид

$$\pi_{1,K+1} = 1 - \sum_{n=1}^{N-1} q_n(r) \sum_{j=R-r+1}^R f_{1,j}, \quad \pi_{2,K+1} = 1 - \sum_{n=1}^{N-1} \hat{q}_n(r) \sum_{j=R-r+1}^R f_{1,j}, \quad (53)$$

$$\pi_{i,K+1} = 1 - \sum_{n=1}^{N-1} q_n(r) \sum_{j=R-r+1}^R f_{2,j}, \quad i = 3, 4, \quad (54)$$

а интенсивности $V_{B,k}$ и $V_{M,k}$ возвращения заявок на исходные узлы –

$$V_{B,k} = \frac{\bar{N}_k \gamma_B (1 - \pi_{3,K+1}) \beta_B}{\mu + \beta_B}, \quad V_{M,k} = \frac{\bar{N}_k \gamma_M (1 - \pi_{4,K+1}) \beta_M}{\mu + \beta_M}, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (55)$$

Утверждение 8. Вероятности прерывания обслуживания заявки, изначально поступившей на узел k , имеют вид

$$\pi_{T,K+1} = \frac{\gamma \pi_{2,K+1}}{\mu + \gamma \pi_{2,K+1}}, \quad \pi_{T,k} = \frac{\bar{N}_k (\gamma_B \pi_{3,K+1} + \gamma_M \pi_{4,K+1})}{\lambda_k}, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (56)$$

В диссертации разработан алгоритм итерационного пересчета интенсивностей перенаправления заявок между узлами и вычисления итоговых вероятностных характеристик, а также проведен сравнительный анализ использования различных схем первичной ассоциации пользователей и стратегий мультисвязности.

В *разделе 5.2* исследована технология NR-U, которая подразумевает использование нелицензированного диапазона частот для сглаживания пиков потребления ресурса БС и выгрузки части сессий передачи данных в случае нехватки ресурса. Рассматривается развертывание БС NR-U и точек доступа беспроводной сети стандарта IEEE 802.11 ad/ay (WiGig). Лицензированная часть БС NR-U использует диапазон 28 ГГц с полосой пропускания B_N МГц, а нелицензированная – диапазон 60 ГГц с полосой пропускания B_W МГц. Радиус покрытия в лицензированном диапазоне обозначим r_L , а в нелицензированном – r_U , причем $r_U < r_L$.

Из-за различия радиуса покрытия в лицензированном и нелицензированном диапазонах вводятся два типа сессий. Первый тип генерируется UE, которые находятся на расстоянии $r_U < x \leq r_L$ от БС, и может обслуживаться только в лицензированном диапазоне. Если при поступлении такой сессии ресурса в лицензированном диапазоне недостаточно, то она теряется. Сессии второго типа генерируются UE, которые находятся на расстоянии $x \leq r_U$ от БС, и могут быть выгружены в нелицензированный диапазон.

Требования к ресурсу задаются распределениями $\{f_{1,j}\}$ и $\{f_{2,j}\}$, $0 \leq j \leq R$.

Построение модели осуществляется в два этапа. Сначала построена модель обслуживания в лицензированном диапазоне в виде РеСМО с двумя входящими

потоками, из которой выводятся вероятности π_B потери сессии, π_O выгрузки сессии и распределение $\{\tilde{f}_j\}$, $0 \leq j \leq R$ требований к ресурсу выгружаемых сессий. Далее вероятность π_O и распределение $\{\tilde{f}_j\}$, $0 \leq j \leq R$ используются как входные параметры модели обслуживания в нелицензированном диапазоне для анализа достижимой скорости передачи данных.

Стационарное распределение РеСМО получено с помощью теоремы 1 из раздела 2.2. Тогда вероятность π_B потери сессий первого типа равна вероятности потери $\pi_{B,1}$ заявок первого типа, а вероятность выгрузки π_O сессий второго типа равна вероятности потери заявок второго типа:

$$\pi_B = \pi_{B,1} = 1 - q_0 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!} \sum_{r=0}^R f_r^{(n)} \sum_{j=0}^{R-r} f_{1,j}, \quad \pi_O = \pi_{B,2} = 1 - q_0 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!} \sum_{r=0}^R f_r^{(n)} \sum_{j=0}^{R-r} f_{2,j}. \quad (57)$$

Утверждение 9. Распределение $\{\tilde{f}_j\}$, $0 \leq j \leq R$, требований к ресурсу выгружаемых заявок можно вычислять с помощью сверточного алгоритма из раздела 2.1 по формуле

$$\tilde{f}_j = \frac{f_{2,j}}{\pi_O} \frac{G(N, R) - G(N-1, R-j)}{G(N, R)}. \quad (58)$$

Модель обслуживания в нелицензированном диапазоне построена с помощью аппарата цепей Маркова. Построена ЦМ, описывающая процедуру случайного доступа устройства к общему каналу передачи и получена формула для вероятности π_N того, рассматриваемое устройство осуществляет попытку передачи в некотором кадре.

Утверждение 10. Вероятность π_N передачи устройства в случайном кадре имеет вид

$$\pi_N = \left[\frac{1}{2} + \frac{(1 - 2^{T+1} (1 - \theta)^{T+1}) \theta W}{2(2\theta - 1)(1 - (1 - \theta)^{T+1})} \right]^{-1}, \quad (59)$$

где W – минимальный размер конкурентного окна, $\theta = (1 - p_c)(1 - p_b)$ – вероятность успешной передачи, $p_c = p_c(n_N, n_W)$ – вероятность коллизии, возникающая, если в одном кадре передают два или более устройства и зависящая от числа конкурирующих NR-U и WiGig устройств, а p_b – вероятность блокировки пути прямого распространения. В диссертации показано, что эти параметры связаны системой из трех нелинейных уравнений, которые решаются численно.

Используя полученные вероятности $\theta = \theta(n_N, n_W)$ и $\pi_N = \pi_N(n_N, n_W)$, выводится вероятность Π_N того, что устройство NR-U успешно передает пакет в случайном кадре:

$$\Pi_N = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\rho_N)^i}{i!} e^{-\rho_N} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\rho_W)^j}{j!} e^{-\rho_W} \pi_N(i, j) \theta(i, j). \quad (60)$$

В диссертации показано, что из распределения $\{\tilde{f}_j\}$ требований выгружаемых заявок можно получить вероятности m_k назначения k -й модуляционно кодовой схемы со спектральной эффективностью e_k , что позволяет вывести распределение скорости передачи данных C_U , достигаемой NR-U UE в нелицензированном диапазоне. Математическое ожидание $M[C_U]$ принимает вид

$$M[C_U] = \sum_k m_k \Pi_N B_w e_k. \quad (61)$$

В диссертации приведен пример численного расчета средней скорости передачи данных и других вероятностных характеристик системы, а также проведен сравнительный анализ различных схем выгрузки в нелицензированный диапазон.

В **заключении** сформулированы основные научные результаты работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты работы состоят в следующем.

1. Разработан метод построения функции распределения ступенчатого вида, описывающей случайные требования сессий пользователей к объему ресурса сети мобильной связи. Ступенчатый вид функции распределения возникает из-за конечного набора схем модуляции и кодирования технологий радиодоступа. Метод позволяет описывать процесс обслуживания пользовательских сессий на БС сети радиодоступа с помощью моделей РеСМО с дискретными требованиями к ресурсу.
2. Разработан рекуррентный алгоритм сверточного типа для расчета нормирующей константы совместного стационарного распределения числа заявок и объема занимаемого ими ресурса в экспоненциальной РеСМО с дискретным распределением требований к ресурсу. Алгоритм позволяет вычислять вероятность блокировки заявки, средний объем и дисперсию занятого ресурса в процессе вычисления нормирующей константы. Показано, что разработанный алгоритм может быть применен к РеСМО с несколькими входящими потоками.
3. Доказано свойство нечувствительности совместного стационарного распределения числа заявок в системе и занятого ими ресурса к виду функции распределения времени обслуживания в РеСМО с пуассоновским входящим потоком, интенсивностями поступления и обслуживания, зависящими от числа заявок в системе, и произвольным распределением требований заявок к ресурсу.
4. Разработана модель ресурсной СМО с сигналами, при поступлении которых обслуживаемая заявка меняет требования к объему ресурса. Если новые требования превышают объем незанятого ресурса, то обслуживание заявки прерывается. Поток сигналов моделирует процесс изменения состояния радиоканала из-за возникновения блокировок пути прямого распространения сигнала в высокочастотной сети радиодоступа.

5. Разработан приближенный метод расчета стационарного распределения и вероятностных характеристик для РеСМО с дискретным распределением требований к ресурсу и сигналами. Метод заключается в построении имитирующей модели РеСМО без сигналов с дополнительным входящим потоком, интенсивность которого вычисляется итерационно по показателю среднего числа заявок в системе. Доказана теорема о сходимости итерационного алгоритма. Относительная погрешность вычисления вероятности потери заявки и вероятности прерывания обслуживания на близких к реальным наборам исходных данных составляет 5-10%.
6. Разработана модель функционирования БС беспроводной сети пятого поколения 5G NR, функционирующей в миллиметровом диапазоне частот, в виде РеСМО с сигналами. Сигналы позволили учесть ключевую особенность сетей – блокировку узконаправленных лучей миллиметровых радиоволн небольшими подвижными объектами и вызываемые этим кратковременные прерывания связи. Проведен анализ эффективности совместного использования механизма резервирования части радиоресурса для текущих сессий передачи данных, испытывающих кратковременные прерывания связи, а также механизма мультисвязности, предполагающего наличие активного подключения с несколькими БС для снижения вероятности прерывания обслуживания.
7. Разработана модель функционирования БС сети 5G NR с учетом эффекта повторных вызовов в виде РеСМО с сигналами и орбитой. Модель позволяет проводить анализ влияния эффекта повторных вызовов на показатели качества обслуживания пользовательских сессий с учетом нестабильность качества радиоканала высокочастотной сети. Получены формулы для расчета вероятности потери при поступлении, вероятности успешного обслуживания без ожидания, вероятности успешного обслуживания с ожиданием и вероятности прерывания обслуживания.
8. Разработана модель функционирования гетерогенной сети радиодоступа шестого поколения, состоящей из БС, использующих терагерцевый диапазон частот, и базовых станций 5G NR в миллиметровом диапазоне длин волн, на которые могут выгружаться сессии передачи данных из терагерцевых БС в моменты прерывания соединения. Модель построена в виде сети РеСМО с сигналами. Сигналы позволили моделировать переключение обслуживания сессий между БС. С использованием разработанной модели проведен сравнительный анализ нескольких схем первичной ассоциации пользователей в гетерогенной сети и различных стратегий мультисвязности.
9. Разработана модель системы 5G NR-U с совместным использованием лицензируемых и нелицензируемых диапазонов частот. Модель описывает функционирование системы в лицензируемом диапазоне в виде РеСМО, которая позволяет рассчитать долю трафика, выгружаемую в нелицензируемые частоты, и распределение требований к ресурсу выгружаемых сессий. Конкуренция пользовательских устройств за возможность использования нелицензируемых частот моделируется цепью Маркова, что позволяет вычислять распределение скорости передачи данных в нелицензируемом диапазоне.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Работы, опубликованные в изданиях, индексируемых в международных базах индексации и цитирования Web of Science и Scopus

1. Maslov A., Sopin E., Samouylov K. Accurate Approximation for Resource Queuing Systems with Losses and Signals // *Mathematics*. — 2025. — Vol. 13, No. 4. — Art. No. 619.
2. 1. Sopin E., Begishev V., Prosvirov V., Samuyilov K., Koucheryavy Y. The Impact of Traffic Characteristics on System and User Performance in 5G/6G Cellular Systems // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. — 2025. — Vol. 74, No 12. — P. 19483-19495.
3. Maslov A.R., Sopin E.S., Shorgin S.Ya. Convolution Algorithm for Evaluation of Probabilistic Characteristics of Resource Loss Systems with Signals // *Lecture Notes in Computer Science*. — 2025. — Vol. 15460. — P. 289-299.
4. Nazarin A., Sopin E. Implementation of a Convolution Algorithm to the Evaluation of Stationary Characteristics of Resource Loss System with Resource-Dependent Service Times // *Communications in Computer and Information Science*. — 2025. — Vol. 2472. — P. 108-118.
5. Sopin E., Moltchanov D., Maslov A., Begishev V., Samuylov A., Samouylov K., Koucheryavy Y. User Persistence in 5G/6G mmWave/Sub-THz Systems With Blockage: Does It Pay Off? // *IEEE Transactions on Wireless Communications*. — 2024. — Vol. 23, No. 10. — P. 14864-14878.
6. Sopin E., Maslov A., Begishev V., Samuyilov K. The Impact of Rate Adaptation on User Performance in 5G/6G mmWave/Sub-THz Systems // *IEEE Communications Letters*. — 2023. — Vol. 27, No. 11. — P. 3137-3141.
7. Golos E., Daraseliya A., Sopin E., Begishev V., Gaidamaka Y. Optimizing Service Areas in 6G mmWave/THz Systems with Dual Blockage and Micromobility // *Mathematics*. — 2023. — Vol. 11, No. 4. — Art. No. 870.
8. Daraseliya A., Sopin E., Moltchanov D., Koucheryavy Y., Samouylov K. Performance of Offloading Strategies in Collocated Deployments of Millimeter Wave NR-U Technology // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. — 2023. — Vol. 72, No. 2. — P. 2535-2549.
9. Sopin E., Moltchanov D., Daraseliya A., Koucheryavy Y., Gaidamaka Y. User Association and Multi-Connectivity Strategies in Joint Terahertz and Millimeter Wave 6G Systems // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. — 2022. — Vol. 71, No. 12. — P. 12765-12781.
10. Sopin E., Begishev V., Moltchanov D., Samuylov A. Evaluation of the New and Accepted Customers Blocking Probabilities in a Network of Resource Loss Systems // *Communications in Computer and Information Science*. — 2022. — Vol. 1605. — P. 105-116.
11. Moltchanov D., Sopin E., Begishev V., Samuylov A., Koucheryavy Y., Samouylov K. A Tutorial on Mathematical Modeling of 5G/6G Millimeter Wave and Terahertz Cellular Systems // *IEEE Communications Surveys and Tutorials*. — 2022. — Vol. 24, No. 2. — P. 1072-1116.
12. Moltchanov D., Samuylov A., Lisovskaya E., Kovalchukov R., Begishev V., Sopin E., Sopin E., Gaidamaka Y., Gaidamaka Y., Koucheryavy Y. Performance Characterization and Traffic Protection in Street Multi-Band Millimeter-Wave and Microwave Deployments // *IEEE Transactions on Wireless Communications*. — 2022. — Vol. 21, No. 1. — P. 163-178.
13. Daraseliya A.V., Sopin E.S. Resource Requirements Distribution Evaluation for Traffic Offloading Strategies in NR-U Networks // *Communications in Computer and Information Science*. — 2022. — Vol. 1605. — P. 317-329.
14. Daraseliya A., Korshykov M., Sopin E., Moltchanov D., Andreev S., Samouylov K. Coexistence Analysis of 5G NR Unlicensed and WiGig in Millimeter-Wave Spectrum // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. — 2021. — Vol. 70, No. 11. — P. 11721-11735.
15. Begishev V., Sopin E., Moltchanov D., Pirmagomedov R., Samuylov A., Andreev S., Koucheryavy Y., Samouylov K. Performance Analysis of Multi-Band Microwave and Millimeter-Wave Operation in 5G NR Systems // *IEEE Transactions on Wireless Communications*. — 2021. — Vol. 20, No. 6. — P. 3475-3490.

16. Begishev V., Sopin E., Moltchanov D., Kovalchukov R., Samuylov A., Andreev S., Koucheryavy Y., Samouylov K. Joint Use of Guard Capacity and Multiconnectivity for Improved Session Continuity in Millimeter-Wave 5G NR Systems // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. — 2021. — Vol. 70, No. 3. — P. 2657-2672.
17. Ageev K., Sopin E., Shorgin S., Chursin A. The Probabilistic Measures Approximation of a Resource Queuing System with Signals // *Lecture Notes in Computer Science*. — 2021. — Vol. 13144. — P. 80-91.
18. Ageev K., Sopin E., Samouylov K. Resource Sharing Model with Minimum Allocation for the Performance Analysis of Network Slicing // *Communications in Computer and Information Science*. — 2021. — Vol. 1391. — P. 378-389.
19. Sopin E., Begishev V., Moltchanov D., Samuylov A. Resource Queuing System with Preemptive Priority for Performance Analysis of 5G NR Systems // *Lecture Notes in Computer Science*. — 2020. — Vol. 12563. — P. 87-99.
20. Daraseliya A., Korshykov M., Sopin E., Moltchanov D., Koucheryavy Y., Samouylov K. Handling overflow traffic in millimeter wave 5G NR deployments using NR-U technology // *IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC*. — 2020.
21. Zhukov F., Galinina O., Sopin E., Andreev S., Samouylov K. On Load-Aware Cell Association Schemes for Group User Mobility in mmWave Networks // *International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops*. — 2019. .
22. Sopin E., Samouylov K. Analysis of the Limited Resources Queuing System with Signals and Multiple Flows of Customers // *ITM Web of Conferences*. — 2019. — Vol. 24.
23. Sopin E., Ageev K., Samouylov K. Approximate analysis of the limited resources queuing system with signals // *Proceedings - European Council for Modelling and Simulation, ECMS*. — ECMS, 2019. — Vol. 33. — P. 462-465.
24. Sopin E., Samouylov K., Shorgin S. The analysis of the computation offloading scheme with two-parameter offloading criterion in fog computing // *Lecture Notes in Computer Science*. — 2019. — Vol. 11874. — P. 11-20.
25. Lu X., Sopin E., Petrov V., Galinina O., Moltchanov D., Ageev K., Andreev S., Koucheryavy Y., Samouylov K., Dohler M. Integrated Use of Licensed- and Unlicensed-Band mmWave Radio Technology in 5G and Beyond // *IEEE Access*. — 2019. — Vol. 7. — P. 24376-24391.
26. Korshykov M.V., Daraseliya A.V., Sopin E.S. Development of Analytical Framework for Evaluation of LTE-LAA Probabilistic Metrics // *Lecture Notes in Computer Science*. — 2019. — Vol. 11660. — P. 318-328.
27. Begishev V., Moltchanov D., Sopin E., Samuylov A., Andreev S., Koucheryavy Y., Samouylov K. Quantifying the Impact of Guard Capacity on Session Continuity in 3GPP New Radio Systems // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. — 2019. — Vol. 68, No. 12. — P. 12345-12359.
28. Ageev K., Garibyan A., Golskaya A., Gaidamaka Y., Sopin E., Samouylov K., Correia L.M. Modelling of Virtual Radio Resources Slicing in 5G Networks // *Communications in Computer and Information Science*. — 2019. — Vol. 1109. — P. 150-161.
29. Sopin E., Ageev K., Shorgin S. Simulation of the limited resources queuing system for performance analysis of wireless networks // *Proceedings - European Council for Modelling and Simulation, ECMS2018*. — 2018. — P. 505-509.
30. Sopin E.S., Ageev K.A., Markova E.V., Vikhrova O.G., Gaidamaka Yu.V. Performance Analysis of M2M Traffic in LTE Network Using Queuing Systems with Random Resource Requirements // *Automatic Control and Computer Sciences*. — 2018. — Vol. 52, No. 5. — P. 345-353.
31. Sopin E., Vikhrova O., Samouylov K. LTE network model with signals and random resource requirements // *International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops*. — 2018. — P. 101-106.
32. Samouylov K.E., Gaidamaka Y.V., Sopin E.S. Simplified analysis of queueing systems with random requirements // *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*. — 2018. — Vol. 231. — P. 381-390.

33. Begishev V.O., Sopin E.S., Moltchanov D.A., Samuylov A.K., Gudkova I.A., Samouylov K.E. An Accurate Model of the 3GPP NR Access Point Service Process // CEUR Workshop Proceedings. — 2018. — Vol. 2332. — P. 4-12.
34. Ageev K., Sopin E., Konstantin S. Simulation of the Limited Resources Queuing System with Signals // 2018 10th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). — IEEE, 2018. — P. 1-5.
35. Sopin E.S., Samouylov K.E. On the analysis of the limited resources queuing system under MAP arrivals // ITM Web of Conferences. — 2017. — Vol. 16.
36. Samouylov K., Sopin E., Vikhrova O. Analysis of queueing system with resources and signals // Communications in Computer and Information Science. — 2017. — Vol. 800. — P. 358-369.
37. Ometov A., Sopin E., Gudkova I., Andreev S., Gaidamaka Y.V., Koucheryavy Y. Modeling Unreliable Operation of mmWave-Based Data Sessions in Mission-Critical PPDR Services // IEEE Access. — 2017. — Vol. 5. — P. 20536-20544.
38. Sopin E., Samouylov K., Vikhrova O., Kovalchukov R., Moltchanov D., Samuylov A. Evaluating a case of downlink uplink decoupling using queuing system with random requirements // Lecture Notes in Computer Science. — 2016. — Vol. 9870. — P. 440-450.
39. Naumov V., Samouylov K., Yarkina N., Sopin E., Andreev S., Samuylov A. LTE performance analysis using queuing systems with finite resources and random requirements // International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. — 2016. — P. 100-103.
40. Naumov V., Samouylov K., Sopin E., Andreev S. Two approaches to analyzing dynamic cellular networks with limited resources // International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. — 2014. — P. 485-488.

Работы в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в наукометрической базе данных RSCI

41. Назарьин А.И., Сопин Э.С., Шоргин С.Я. Разработка сверточного алгоритма для расчета стационарных характеристик ресурсных систем с временем обслуживания, зависящим от объема требований // Системы и средства информатики. — 2024. — Т. 34, № 4. — С. 48-58.
42. Сопин Э.С., Маслов А.Р., Шоргин В.С., Бегишев В.О. Моделирование настойчивого поведения пользователей в сетях 5G NR с адаптацией скорости и блокировками // Информатика и её применения. — 2023. — Т. 17, № 3. — С. 25-32.
43. Дараселия А.В., Сопин Э.С., Молчанов Д.А., Самуйлов К.Е. Анализ стратегии разгрузки базовых станций 5G NR с помощью технологии NR-U // Информатика и её применения. — 2021. — Т. 15, № 3. — С. 98-111.
44. Агеев К.А., Сопин Э.С., Яркина Н.В., Самуйлов К.Е., Шоргин С.Я. Анализ механизмов нарезки сети с учетом гарантий для различных типов трафика // Информатика и её применения. — 2020. — Т. 14, № 3. — С. 94-100.
45. Бегишев В.О., Сопин Э.С., Молчанов Д.А., Самуйлов А.К., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е. Оценка эффективности механизма резервирования полосы пропускания для технологии mmWave в сетях связи пятого поколения // Информационно-управляющие системы. — 2019. — № 5. — С. 51-63.
46. Сопин Э.С., Наумов В.А., Самуйлов К.Е. Об инвариантности стационарного распределения системы массового обслуживания с ограниченными ресурсами и с интенсивностями поступления и обслуживания, зависящими от состояния системы // Информатика и её применения. — 2018. — Т. 12, № 3. — С. 42-47.
47. Самуйлов К.Е., Сопин Э.С., Шоргин С.Я. Система массового обслуживания с ограниченными ресурсами и сигналами для анализа показателей эффективности беспроводных сетей // Информатика и её применения. — 2017. — Т. 11, № 3. — С. 99-105.
48. Вихрова О.Г., Самуйлов К.Е., Сопин Э.С., Шоргин С.Я. К анализу показателей качества обслуживания в современных беспроводных сетях // Информатика и её применения. — 2015. — Т. 9, № 4. — С. 48-55.

Зарегистрированные свидетельства на программу для электронных вычислительных машин

49. Назарьин А.И., Дараселия А.В., Сопин Э.С. Расчет вероятности блокировки физического канала управления «вниз» в сети 5G New Radio // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU2025681999, опублик. 20.08.2025.
50. Назарьин А.И., Сопин Э.С. Расчет стационарных характеристик ресурсных систем с временем обслуживания, зависящим от объема требований // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU2025662903, опублик. 23.05.2025.
51. Маслов А.Р., Сопин Э.С. Приближённое вычисление вероятностных характеристик ресурсной системы массового обслуживания с сигналами // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU2024687151, опублик. 14.11.2024.
52. Маслов А.Р., Сопин Э.С. Аналитический расчёт вероятностных характеристик ресурсной системы массового обслуживания с сигналами и повторными заявками // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU2022660965, опублик. 14.06.2022.
53. Конюхов Р.И., Голос Е.С., Дараселия А.В., Сопин Э.С. Расчёт вероятности потери сессии при совместном обслуживании в миллиметровом и терагерцевом диапазонах частот с учетом блокировок прямой видимости // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU2022660566, опублик. 06.06.2022.
54. Шунгаров И.Х., Сопин Э.С. Анализ СМО со случайными коэффициентами скоростей для оценки показателей эффективности передачи эластичного трафика в беспроводных сетях // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU2021661921, опублик. 19.07.2021.
55. Бегишев В.О., Молчанов Д.А., Самуйлов А.К., Сопин Э.С. Расчет эффективности механизма резервирования полосы пропускания в сетях доступа миллиметрового диапазона "Новое радио" // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU2020610576, опублик. 16.01.2020.
56. Агеев К.А., Сопин Э.С., Самуйлов К.Е. Разработка инструмента имитационного моделирования систем массового обслуживания с ограниченным ресурсом // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU2018661883, опублик. 20.09.2018.

Монографии

57. Сопин Э.С., Самуйлов К.Е. Ресурсные системы массового обслуживания и их применения к анализу беспроводных сетей // М.: Техносфера, 2026. – 160 с.
58. Гайдамака Ю.В., Сопин Э.С., Гудкова И.А., Андреев С.Д., Шоргин С.Я., Самуйлов К.Е. Модели и методы анализа и расчета показателей эффективности беспроводных гетерогенных сетей: монография // М.: ФИЦ ИУ РАН, 2018. – 71 с.

Учебно-методические пособия

59. Молчанов Д.А., Бегишев В.О., Сопин Э.С. Имитационное моделирование сетей и систем телекоммуникаций: учебное пособие // – М.: РУДН, 2024. – 110 с.
60. Молчанов Д.А., Бегишев В.О., Самуйлов А.К., Сопин Э.С., Гайдамака Ю.В. Построение моделей и анализ производительности беспроводных сетей радиодоступа 5G «Новое Радио»: учебное пособие // – М.: РУДН, 2021. – 95 с.

Сопин Эдуард Сергеевич (Россия)

Модели ресурсных систем массового обслуживания и их применения к анализу и расчету показателей эффективности беспроводных сетей

Диссертационная работа посвящена разработке моделей ресурсных систем массового обслуживания, методов их анализа и расчета, а также их применениям к анализу систем радиодоступа сетей мобильной связи. Для известных ранее ресурсных моделей разработан сверточный алгоритм вычисления нормировочной константы стационарного распределения, а также доказано свойство нечувствительности стационарных характеристик к виду функции распределения времени обслуживания. Проведен анализ ресурсной модели с коррелированным входящим потоком. Предложен новый класс ресурсных систем массового обслуживания с сигналами, выведены точные формулы для расчета вероятностных характеристик, также разработан метод их приближенного расчета. Предложен метод построения функции распределения, описывающей случайные требования сессий передачи данных к частотно-временным ресурсам сети, позволяющий сводить задачи расчета показателей эффективности сетей радиодоступа к расчету вероятностных характеристик ресурсных систем. С помощью разработанных моделей, методов и алгоритмов был проведен сравнительный анализ механизмов повышения показателей непрерывности сессий передачи данных в высокочастотной сети, стратегий выгрузки трафика в нелицензированный диапазон частот и политик первичной ассоциации устройств с базовыми станциями в гетерогенной сети радиодоступа.

Sopin Eduard Sergeevich (Russia)

Models of resource loss systems and their applications to the performance analysis of mobile networks

The thesis is devoted to the development of models of resource loss systems, methods of their analysis and evaluation, as well as their applications to the analysis of radio access networks of mobile communication systems. For previously known resource models, a convolutional algorithm for calculating the normalization constant has been developed, and the property of insensitivity of stationary characteristics to the type of service time distribution function has been proved. The analysis of a resource model with a correlated incoming flow is carried out. A new class of resource queuing systems with signals is proposed, precise formulas for calculating probabilistic characteristics are derived, and a method for their approximate calculation is also developed. A method is proposed for constructing a distribution function describing the random requirements of data transmission sessions for network time-frequency resources, which makes it possible to reduce the tasks of calculating the performance metrics of radio access networks to calculating the probabilistic characteristics of resource systems. Using the developed models, methods, and algorithms, a comparative analysis of mechanisms for increasing the continuity of data transmission sessions in a high-frequency network, strategies for offloading traffic to an unlicensed frequency range, and policies for primary device association with base stations in a heterogeneous radio access network was carried out.