

Отзыв

на автореферат диссертации Иванова Никиты Олеговича "Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Основной целью диссертационной работы автора является исследование гладкости обобщенных решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений с переменными коэффициентами на конечном интервале. Из работ Каменского Г. А. и Мышкиса А. Д., Каменского А. Г. известно, что гладкость обобщенных решений первой краевой задачи для функционально-дифференциальных уравнений на конечном интервале может нарушаться на всем интервале даже в случае бесконечно дифференцируемой правой части, но сохраняться на подынтервалах. Впервые условия гладкости обобщенных решений на всем интервале в виде ортогональности правой части уравнения конечному числу линейно независимых функций в случае первой краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения с постоянными коэффициентами на конечном интервале были получены в работе Каменского Г. А., Мышкиса А. Д. и Скубачевского А. Л.. Однако, случай переменных коэффициентов в такой постановке оставался неисследованным. Этот пробел восполняет первая глава диссертационного исследования, основной целью которой, помимо исследования разрешимости и гладкости обобщенных решений на подынтервалах, является получение условий гладкости обобщенного решения первой краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения с разностным оператором, содержащим переменные коэффициенты.

Вторая и третья главы диссертации обращены к исследованию соответственно второй краевой задачи и краевой задачи со смешанными граничными условиями для дифференциально-разностных уравнений с переменными коэффициентами на конечном интервале. В частности, исследование разрешимости указанных задач продолжается формулировкой теорем о гладкости обобщенных решений соответствующих задач на подынтервалах и поиском условий на правую часть дифференциально-разностного уравнения, обеспечивающих гладкость обобщенных решений на всем интервале. Так, при введении дополнительных матриц, составленных из коэффициентов разностного оператора, и наложении естественных условий на эти коэффициенты, проведен анализ коразмерности подпространства функций, стоящих в правой части дифференциально-разностного уравнения, отвечающих гладким решениям на всем интервале.

Стоит отметить, что исследование гладкости обобщенных решений в диссертационной работе строится на новом подходе, основанном на представлении первых производных решения на концах интервала в виде линейных ограниченных функционалов, зависящих от правых частей дифференциально-разностного уравнения.

Автореферат полно и корректно отражает содержание диссертации, а само диссертационное исследование содержит новые результаты о гладкости обобщенных

решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений. Результаты диссертационного исследования опубликованы в 5 статьях в научных журналах, индексируемых в международных базах данных.

Диссертационное исследование Иванова Никиты Олеговича «Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи о гладкости обобщенных решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений, имеющей важное значение для развития теории нелокальных краевых задач.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № УС-12 от 03.07.2023г., а её автор, Иванов Никита Олегович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Доцент кафедры мехатроники и теоретической механики ФГБОУ ВО Московского авиационного института (национального исследовательского университета)

К.ф.-м.н. (01.01.02 Дифференциальные уравнения),

Доцент



Иванова Е. П.

Подпись Ивановой Е. П. заверяю.

12.12.2023

И. о. Директора Дирекции института № 8 МАИ



Кучева Н. А.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

E-mail: elpaliv@yandex.ru

Тел.: +7 499 158-54-72

Отзыв

на автореферат Иванова Никиты Олеговича

“Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале”

Диссертация Иванова Н. О. посвящена исследованию проблемы существования гладких решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений. Как известно, гладкость решений таких задач может нарушаться в рассматриваемой области в отличие от краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Исследованию в данном направлении посвящено немало работ, однако поиск условий гладкости обобщенных решений таких задач остается нетривиальной проблемой современной теории краевых задач для дифференциально-разностных уравнений. В диссертации изучаются краевые задачи на конечном интервале. Важность этого замечания заключается в том, что диссертационное исследование Иванова Н. О., в частности, обращено к поиску условий на правую часть уравнений, при выполнении которых можно утверждать, что обобщенное решение краевой задачи является гладким, т. е. принадлежит пространству Соболева $W_2^2(Q)$, где Q - рассматриваемый интервал. В многомерном случае поиск аналогичных условий невозможен.

История исследования условий на правую часть дифференциально-разностного уравнения, обеспечивающих гладкость обобщенного решения на всем интервале, ограничивается лишь результатами для случая первой краевой задачи с разностным оператором с постоянными коэффициентами. Эти результаты формулируют условия гладкости обобщенного решения такой задачи в виде ортогональности правой части дифференциально-разностного уравнения конечному числу линейно независимых функций в пространстве $L_2(Q)$. Диссертация Иванова Н. О. обобщает эти результаты на случай дифференциально-разностных уравнений с произвольными краевыми условиями и разностным оператором, содержащим переменные коэффициенты.

Текст диссертации изложен на 113 страницах и содержит введение, три главы, заключение и список литературы. Каждая глава исследования посвящена, соответственно, первой и второй краевым задачам, а также краевой задаче со смешанными краевыми условиями. Исследованы разрешимость этих задач и гладкость обобщенных решений на подынтервалах, которые естественным образом возникают в задачах для дифференциально-разностных уравнений. Основными результатами являются теоремы о гладкости обобщенных решений рассматриваемых краевых задач на всем интервале, правый конец которого принимает целое или вещественное значение. Эти теоремы сформулированы в виде условий ортогональности правой части уравнения конечному числу линейно независимых функций. Представленный анализ упомянутых условий использует ряд оригинальных и нетривиальных конструкций и сопровождается содержательными примерами.

Достоверность результатов подкрепляется публикациями в рецензируемых журналах, индексируемых в международных базах данных, и выступлениями на международных конференциях, а также докладами на научных семинарах, в том числе в МГУ им. М. В. Ломоносова и Институте математики им. С. Л. Соболева СО РАН.

Диссертация носит теоретический характер и содержит новые результаты в теории краевых задач для дифференциально-разностных уравнений, а содержание работы верно отражено в автореферате.

Диссертационное исследование Иванова Никиты Олеговича «Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи, посвященной анализу гладкости обобщенных решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений, имеющей важное значение в теории краевых задач для функционально-дифференциально уравнений.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № УС-12 от 03.07.2023г., а её автор, Иванов Никита Олегович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Профессор Института математики, механики и компьютерных наук,
Директор Регионального научно-образовательного
математического центра Южного федерального университета,
Д.ф.-м.н. (01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ),
Доцент

Карапетыанц А. Н.

08.12.23.

Подпись Карапетыанца А. Н. заверяю.

Должность

Заведующий отделом управления персоналом

ФИО *В.Ф. Фришман*



Место работы: Южный федеральный университет

Индекс, адрес 344006, Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105

E-mail: karapetyants@sfedu.ru

Тел.: +7 988 588 8008

**Отзыв на автореферат диссертационного исследования Иванова
Никиты Олеговича «Регулярность решений краевых задач для
дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале»**

Актуальность исследования

Основной целью, которую автор, Иванов Н. О., преследует в своей диссертационной работе «Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале» является исследование обобщенных решений первой, второй краевых задач и задачи со смешанными краевыми условиями для дифференциально-разностного уравнения в дивергентном виде на конечном интервале. Важную часть изучения обобщенных решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений составляет поиск гладких обобщенных решений.

В работах А. Д. Мышкиса и его соавторов впервые было введено понятие обобщенного решения краевой задачи для дифференциального уравнения с отклоняющимся аргументом или, используя современную терминологию, краевой задачи для функционально-дифференциального уравнения. Результаты этих работ показывают, что гладкость обобщенных решений нарушается во всей области даже для бесконечно гладкой правой части уравнения, но можно гарантировать гладкость этих решений в подобластях. Такое явление естественным образом породило интерес математиков к исследованию условий, обеспечивающих гладкость таких решений. Одной из формулировок вопроса при исследовании гладкости обобщенных решений в одномерном случае дифференциально-разностного уравнения была следующая: при каких условиях на правую часть дифференциально-разностного уравнения можно гарантировать гладкость обобщенного решения краевой задачи на всем конечном интервале?

Ответ на данный вопрос был получен в работах А. Л. Скубачевского в случае задачи Дирихле для дифференциально-разностного уравнения с постоянными коэффициентами. Было показано, что при ортогональности правой части уравнения некоторому числу линейно независимых функций гладкость обобщенного решения сохраняется на всем интервале.

Автор диссертации, Иванов Н. О., следует той же постановке вопроса, но изучает условия гладкости обобщенных решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений с переменными коэффициентами.

Достоверность и новизна результатов диссертации

В работах А. Л. Скубачевского для исследования гладкости обобщенных решений использовалось сведение дифференциально-разностного уравнения с постоянными коэффициентами и однородными условиями первого рода к обыкновенному дифференциальному уравнению с многоточечными краевыми условиями. Отметим, что такой подход невозможен в случае переменных коэффициентов. Поэтому для исследования гладкости обобщенных решений первой краевой задачи (Глава 1), второй краевой задачи (Глава 2) и краевой задачи со смешанными краевыми условиями (Глава 3) в диссертационной работе был разработан и применен более универсальный подход, основанный на представлении первых производных решения на концах интервала в виде линейных ограниченных функционалов, зависящих от правой части дифференциально-разностного уравнения. Полученные результаты являются новыми, так как упомянутые задачи ранее не были исследованы в такой постановке. Достоверность результатов обусловлена строгостью доказательств и апробацией в виде публикации 5 статей в рецензируемых журналах.

Теоретическая и практическая значимость результатов

Диссертационная работа Иванова Н. О. носит теоретический характер, а ее результаты могут быть применены для качественного анализа численного моделирования нелокальных краевых задач, которые играют важную роль в теории управления систем с последействием.

Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации

Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Заключение

Диссертационное исследование Иванова Никиты Олеговича «Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи о гладкости обобщенных решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений в виде условий на правую часть уравнения, имеющей важное значение для развития общей теории нелокальных краевых задач.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в

федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № УС-12 от 03.07.2023г., а её автор, Иванов Никита Олегович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Профессор кафедры теории функций и функционального анализа механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Д.ф.-м.н. (01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ),

Член-корр. РАН, профессор

А. А. Шкаликов

4.12.2023.

Подпись Шкаликова А. А. заверяю.

Декан механико-математического факультета

МГУ имени М.В. Ломоносова,

Чл.-корр. РАН, профессор



А. М. Шафаревич

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1

E-mail: office@mech.math.msu.su

Тел.: (495) 939-12-44