

Отзыв

официального оппонента на диссертацию Сахарова Сергея Игоревича «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы

Диссертационное исследование посвящено изучению вопросов существования, единственности и интегральных представлений классических решений начальных и начально-краевых задач для параболических систем второго порядка с одной пространственной переменной в полуограниченных и ограниченных областях с негладкими боковыми границами, допускающими наличие «клювов». На боковых границах областей задаются граничные условия общего вида с переменными матричными коэффициентами, что приводит автора к дополнительным исследованиям, связанным с алгебраическими условиями разрешимости поставленных задач.

Впервые параболические системы были введены И.Г. Петровским, им же положено начало исследованию задачи Коши для таких систем. В дальнейшем при изучении начальных и начально-краевых задач для параболических систем были получены известные результаты В. Погожельского, С.Д. Эйдельмана, В.А. Солонникова, А. Фридмана и многих других.

Особый интерес начально-краевые задачи для параболических уравнений и систем представляют в рассматриваемом в диссертации случае областей с негладкими боковыми границами. При их исследовании автор использует развитый в работах Л.И. Камынина, Е.А. Бадерко и М.Ф. Череповой метод параболических потенциалов, позволяющий предъявлять решения таких задач в конструктивном виде. Актуальность темы диссертации обусловлена необходимостью дальнейшего развития этого метода.

Достоверность и новизна результатов диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 169 страниц.

Во введении автор излагает основные положения диссертационной работы. Также здесь приводится обоснование актуальности выбранной

тематики и новизны полученных результатов и, кроме того, демонстрируется их теоретическая и практическая значимость.

В Главе 1 рассматривается вторая начально-краевая задача для пространственно одномерных параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, в областях с негладкими боковыми границами из класса Дини-Гёльдера, и устанавливается единственность классического решения этой задачи в пространстве вектор-функций, непрерывных и ограниченных вместе со своей пространственной производной первого порядка в замыкании областей. На первом этапе (§ 3 диссертации) исследование вопроса единственности решения этой задачи проводится в случае полуограниченной области. Затем, на основе полученных в § 3 результатов и теоремы о единственности классического решения задачи Коши, доказанной Е.А. Бадерко и М.Ф. Череповой, с использованием метода «разбиения единицы» аналогичная теорема доказывается в § 4 для случая ограниченной области. Результаты Главы 1 используются далее в Главе 3 для доказательства единственности классических решений начально-краевых задач с граничными условиями общего вида. В ходе исследований автор использует методы, разработанные в работах Е.А. Бадерко для случая параболических уравнений высокого порядка со многими пространственными переменными, а также в работах Е.А. Бадерко, М.Ф. Череповой – для случая параболических систем с гёльдеровыми коэффициентами. Отметим, что вопрос единственности классических решений начально-краевых задач в случае параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, и боковых границ из класса Дини-Гёльдера ранее не рассматривался. Отметим также, что для систем принцип максимума, вообще говоря, не имеет места, и вопрос единственности решения начально-краевых задач (особенно в областях с негладкими границами) представляет собой отдельную проблему.

В Главе 2 с помощью оригинальной техники исследуется гладкость потенциала Пуассона в пространстве вектор-функций, непрерывных и ограниченных вместе со своей пространственной производной первого порядка в замыкании полосы, а также характер его непрерывности по временной переменной. Кроме того, изучается поведение следов этого потенциала на негладких кривых из класса Дини-Гёльдера. Установленные в Главе 2 свойства потенциала Пуассона используются автором далее в Главе 3 при доказательстве теорем об однозначной классической разрешимости начально-краевых задач для параболических систем в областях с боковыми границами из класса Дини-Гёльдера. Отдельным результатом Главы 2 является теорема об однозначной классической разрешимости задачи Коши для параболической системы с

коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, в пространстве вектор-функций, непрерывных и ограниченных вместе со своей пространственной производной первого порядка в замыкании полосы. Исследуется характер гладкости полученного решения и дается его интегральное представление. При этом начальная вектор-функция предполагается лишь непрерывной и ограниченной вместе со своей производной первого порядка. Отметим, что в определении класса единственности решения указанной задачи не участвуют производные второго порядка по пространственной переменной решения.

Основной результат диссертации излагается в Главе 3. Здесь рассматриваются начально-краевые задачи для неоднородных параболических систем с одной пространственной переменной с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, с ненулевыми начальными условиями в полуограниченных и ограниченных областях с негладкими боковыми границами из класса Дини-Гёльдера. Задаются граничные условия общего вида с переменными коэффициентами, среди которых есть условия как первого, так и третьего рода. Устанавливается однозначная классическая разрешимость этих задач в пространстве вектор-функций, непрерывных и ограниченных вместе со своей пространственной производной первого порядка в замыкании областей. Получены оценки решений и их пространственных производных первого порядка.

С использованием результатов работ В.Л. Камынина и Б.Н. Химченко автор показывает, что рассматриваемые в диссертации условия на характер непрерывности боковых границ областей являются минимальными для классической разрешимости поставленных задач в указанном выше пространстве. Отметим также, что автор обосновывает точность требований на правые части граничных условий исследуемых задач для существования их решений из указанного пространства. Дается новая формулировка алгебраического условия разрешимости поставленных задач. Устанавливается эквивалентность этого условия в формулировке автора и известного условия Лопатинского. Кроме того, приводится алгоритм его проверки в отдельных случаях, а также строится пример, когда оно не выполняется.

Достоверность полученных автором диссертации результатов обеспечивается строгостью математических доказательств и использованием апробированных научных методов.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все положения диссертации сформулированы четко. Все утверждения диссертации, принадлежащие Сахарову С.И., снабжены подробными строгими доказательствами. Автором обоснована новизна полученных им результатов и продемонстрированы возможные перспективы развития разработанной в диссертации техники при изучении различных других параболических задач.

Ценность для науки и практики результатов работы

Диссертационная работа имеет преимущественно теоретическую значимость. Интегральные представления решений начально-краевых задач для параболических систем, полученные автором, могут служить теоретической основой для численного исследования таких задач методом граничных элементов (методом граничных интегральных уравнений). Кроме того, результаты диссертационной работы имеют практическую значимость, так как параболические системы моделируют, в частности, нестационарные процессы тепло- и массопереноса в многокомпонентных материалах. При этом, негладкость «боковых» границ, рассматриваемых в работе областей, моделирует, например, резкое изменение размеров металлических изделий при фазовых переходах, связанных с увеличением или уменьшением температуры при проведении различных технологических процессов или во время эксплуатации этих изделий.

Результаты диссертационной работы могут быть использованы при проектировании и разработке технологических процессов химико-термической обработки металлов. На базе материалов диссертации могут быть подготовлены новые специальные учебные курсы для студентов и аспирантов, специализирующихся в области математической физики.

Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати

Основные результаты диссертации опубликованы в 9 научных статьях в рецензируемых научных изданиях, входящих в базы цитирования Scopus, Web of Science и RSCI.

Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации

Автореферат полностью отражает основное содержание диссертации.

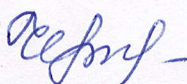
Заключение

Диссертационное исследование Сахарова Сергея Игоревича «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с

негладкими боковыми границами» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи об исследовании однозначной классической разрешимости начально-краевых задач для параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, в областях с негладкими боковыми границами из класса Дини-Гёльдера, на которых задаются граничные условия общего вида с переменными коэффициентами, имеющей важное значение для общей теории начальных и начально-краевых задач для параболических систем. Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор, Сахаров Сергей Игоревич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

профессор кафедры математического и компьютерного моделирования
Института информационных и вычислительных технологий Федерального
государственного бюджетного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ»,
доктор физико-математических наук (01.01.02. Дифференциальные
уравнения, динамические системы и оптимальное управление),
доцент



Черепова Марина Федоровна

20 ноября 2025 г.

Подпись Череповой М.Ф. заверяю.



ЗАМЕСТИТЕЛЬ НАЧАЛЬНИКА
УПРАВЛЕНИЯ ПО РАБОТЕ С ПЕРСОНАЛОМ
Л.И. ПОЛЕВАЯ

111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14, стр. 1,
8-495-362-77-74,
cherepovamf@mpei.ru