

На правах рукописи

ГЕБРЕ ТЕСФАЛДЕТ ХАДГЕМБЕС

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ТОНКОСТЕННЫХ СТАЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ В
СОСТАВЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАМ С УЧЕТОМ СТЕСНЕННОГО КРУЧЕНИЯ**

2.1.9. Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Москва – 2022

Работа выполнена в департаменте строительства инженерной академии Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН)

- Научный руководитель: Галишникова Вера Владимировна
доктор технических наук, доцент, профессор
департамента строительства инженерной
академии ФГАОУ ВО «Российский
университет дружбы народов»
- Официальные оппоненты: Кирсанов Михаил Николаевич
доктор физико-математических наук,
профессор, ФГБОУ ВО НИУ «Московский
энергетический институт» (МЭИ), кафедра
робототехники, мехатроники, динамики и
прочности машин
Рыбаков Владимир Александрович
кандидат технических наук, доцент, доцент
ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский
политехнический университет Петра
Великого», высшая школа промышленно-
гражданского и дорожного строительства
- Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Российский университет
транспорта» (РУТ (МИИТ))

Защита состоится 26 декабря 2022 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета ПДС 2022.009 созданного на базе ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов» по адресу: г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 370

С диссертацией можно ознакомиться в Учебно-научном информационном библиотечном центре (Научной библиотеке) РУДН по адресу: 117998, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Электронная версия диссертации, автореферат и объявление о защите диссертации размещены на официальном сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки РФ (<http://vak.ed.gov.ru/>) и на сайте <https://www.rudn.ru/science/dissovet>

Автореферат разослан «__» _____ г.

Ученый секретарь диссертационного совета ПДС 2022.009
кандидат технических наук

Маркович А.С.

ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАБОТЫ

Актуальность темы исследования обусловлена недостаточной изученностью вопроса работы тонкостенных элементов при стесненном кручении с учетом характеристик их сечений, особенностей работы открытых и замкнутых сечений, необходимостью развития конечно-элементной теории, учитывающей дополнительную степень свободы в узле, которая характеризует эффект депланации поперечного сечения. В диссертации проводится сравнение данных, полученных экспериментальным путем, с результата расчета стержней пространственных рам методом конечных элементов при помощи уточненной теории, предложенной автором и реализованной в прикладных программах, с результатами, полученными с применением сертифицированных программных комплексов.

В настоящее время в большинстве работ, посвященных проблеме стесненного кручения тонкостенных элементов, принимаются допущения о том, что деформации сечения в плоскости сечения пренебрежимо малы и относительной деформацией сдвига срединной поверхности допустимо пренебрегать. Однако при соответствующих нагрузке и граничных условиях может возникать деформация сдвига, которая оказывает существенное влияние на напряженное состояние тонкостенного элемента при кручении.

Достаточно подробно разработаны хорошо зарекомендовавшие себя теории кручения, позволяющие при стесненном кручении определять как осевые и сдвиговые деформации, так и углы закручивания. При этом большое количество работ посвящено исследованию кручения балок открытого профиля, но гораздо меньше внимания уделялось вопросу кручения элементов замкнутого профиля. В виду этого в представленной работе уделяется внимание проблеме кручения балок следующих типов сечений: двутавр, швеллер, замкнутое коробчатое сечение.

Для расчета тонкостенных балок разработан конечный элемент, учитывающий неоднородность кручения с использованием гиперболических интерполирующих функций, а также получен конечный элемент постоянной жесткости, учитывающий эффект депланации поперечного сечения. Введение этих предпосылок позволило устранить ограничения существующей теории кручения и получить уточненные конечные элементы для внедрения на практике.

Степень разработанности темы исследования. Экспериментальные и теоретические исследования ограниченного кручения балок проводились Тимошенко С.П., Власовым В.З., Бычковым Д.В., Белым Г.И., Тусниным А.Р., Воронцовым Г.В., Соловьевым А.Б., Ватиным Н.И., Лалиным В.В., Рыбаковым В.А. и др. исследователями. Моделированию работы тонкостенной конструкции с учетом стесненного кручения посвящены работы следующих ученых: Белый Г.И., Власов В.З., Тимошенко С.П., Бондарь, В.С., Даншин, В.В., Bencoter, S. U., Bank, L. C. , Lee, J., Туснин А. Р., Ivanov, S.S., Azarov, A.A., Прокич, М, Wang, Z.-Q., Zhao, J.-C, Vukasović, M., Pavazza, R., Vlak, F, Massa, J.C., Barbero, E.J., Kuttke, P., El Fatmi, Qi, H., Sapountzakis, E.J., Duan, L., Murin, J., Emre Erkmen, Wang, Z.Q., El Fatmi, Back, S. Y, Chen, B. Z, Shakourzadeh, H.

В диссертации рассмотрены и критически оценены основные результаты как отечественных, так и зарубежных исследований. Опыт, накопленный при исследовании работы тонкостенных сечений с ограниченным кручением, применим для расчета и проектирования элементов каркаса тонкостенных стальных конструкций.

Целью диссертационной работы является получение новых сведений о работе элементов тонкостенных сечений в условиях стесненного кручения, разработка теории расчета тонкостенных элементов с различными типами сечений с учетом стесненного кручения, уточнение пространственного стержневого конечного элемента путем введения дополнительной степени свободы в узле, учитывающей эффект депланации поперечного сечения.

Задачи исследования. Для достижения поставленной цели в диссертационном исследовании были поставлены и решены следующие задачи:

1. Получены разрешающие уравнения, учитывающие работу тонкостенной балки в условиях стесненного кручения.
2. Выполнены теоретические и численные исследования работы тонкостенных балок в условиях стесненного кручения с учетом различных типов сечений.
3. Разработана теория, учитывающая депланацию как открытых, так и замкнутых тонкостенных сечений в условиях стесненного кручения.
4. Изучено влияние изгибно-крутильной характеристики, используемой для построения конечно-элементной теории расчета тонкостенной балки под действием стесненного кручения.
5. Проведены конечно-элементные расчеты пространственной тонкостенной балки, подверженной кручению, с использованием уточненной матрицы жесткости, учитывающей дополнительные характеристики сечения.
6. Проведены конечно-элементные расчеты пространственной тонкостенной балки, подверженной кручению с изгибом, с использованием уточненной матрицы жесткости, учитывающей дополнительные характеристики сечения.
7. Выполнены численные расчеты тонкостенных балок, подверженных как кручению, так и кручению с изгибом, проведено сравнение полученных результатов расчета с экспериментальными данными.
8. Проведены экспериментальные исследования тонкостенного профиля в условиях кручения с изгибом.

Научно-техническая гипотеза заключается в предположении существенного влияния эффекта депланации на работу тонкостенных поперечных сечений в условиях стесненного кручения.

Объектом исследования являются тонкостенные стальные элементы в составе пространственных рам, подверженных стесненному кручению.

Методология и методы исследования. Исследование выполнено на основе комплексного использования теоретического, эмпирического и аналитического методов. Методологической основой работы послужили нормативная и научно-техническая отечественная и зарубежная литература, экспериментальные и теоретические данные, полученные отечественными и зарубежными учеными в области расчета тонкостенных профилей стальных конструкций с учетом стесненного кручения, а также исследования, основанные на теории математического моделирования и методе конечных элементов.

Научная новизна работы заключается в получении новых принципов и методов расчета тонкостенных профилей при стесненном кручении с учетом характеристик сечения:

1. Изучена работа элемента при действии свободного и стесненного кручения. Установлено, что форма тонкостенного сечения влияет на жесткость стержня при кручении, что обуславливает эффекты депланации.
2. Кольцевые и квадратные сечения, а также тонкостенные сечение с одной внутренней вершиной (уголок, треугольник или крест), не подвержены депланации. Для других типов сечений функции деформации относительно центра сдвига являются геометрическими величинами и необходимы для определения нормальных и касательных напряжений, вызванных ограничением деформации.
3. Для поперечных сечений с различными характеристиками предложены теоретические зависимости для моделирования работы тонкостенных сечений под действием стесненного кручения.
4. Для исследования работы элементов рамы под действием ограниченного кручения была введена специальная величина - изгибно-крутильной характеристики, учитывающее различные параметры тонкостенных сечений.
5. Разработан стержневой конечный элемент, позволяющий выполнять расчеты на кручение тонкостенных балок открытого и замкнутого профиля в зависимости от геометрических характеристик сечения.
6. Проведены экспериментальные исследования тонкостенного профиля, подвергнутого комбинированному нагружению: кручению и изгибу с кручением, выполнено сравнение полученных данных с результатами конечно-элементных расчетов.

Теоретическая значимость работы заключается в разработке аналитических моделей и теории расчета тонкостенных балок открытого и замкнутого профиля на стесненное кручение с учетом геометрических характеристик сечения.

Практическая значимость работы заключается в разработке конечно-элементной методики расчета тонкостенных профилей в условиях стесненного кручения с учетом геометрических характеристик сечений в качестве основных параметров. Полученная методика может успешно применяться для практических расчетов конструкций, подверженных изгибу с кручением.

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся:

1. Разрешающие уравнения теории кручения стержней, учитывающие особенности работы тонкостенных элементов в условиях стесненного кручения.
2. Результаты теоретических и численных исследований работы тонкостенных балок в условиях стесненного кручения с учетом различных типов сечений.
3. Теория, учитывающая депланацию как открытых, так и замкнутых тонкостенных сечений в условиях стесненного кручения.
4. Конечные элементы пространственной тонкостенной балки с использованием уточненной матрицы жесткости, учитывающие дополнительные характеристики сечения при стесненном кручении и депланации.
5. Результаты экспериментальных исследований тонкостенного стального профиля, подверженного кручению с изгибом.

Степень достоверности результатов. Достоверность результатов обеспечена использованием теоретического, эмпирического и аналитического методов исследования, а

также численной и экспериментальной верификации разработанных математических моделей и выдвинутых гипотез.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертации были доложены на 8 конференциях:

1. 04-05 апреля. 2019, Инженерные системы - 2019, Научно-практическая конференция с международным участием, Инженерная академия, Университет РУДН (докладчик).
2. 28-30 апреля 2020 года, Международная конференция по инженерным системам 2020 (ICES 2020), научно-практическая конференция с международным участием, Инженерная академия, Университет РУДН (докладчик).
3. 08 - 10 декабря 2020, Международная академия астронавтики (IAA) SciTech Forum, Инженерная академия Российского университета дружбы народов (RUDN University) (докладчик).
4. 28-30 апреля 2021 года, Международная конференция по инженерным системам 2021 (ICES 2021), научно-практическая конференция с международным участием, Инженерная академия, Университет РУДН (докладчик).
5. 11-13 ноября 2021 года, II научная конференция "Моделирование и методы структурного анализа", Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация (докладчик).
6. 20-22 октября 2021 года, международная конференция по инженерным изысканиям, Инженерная академия Российского университета дружбы народов (RUDN University) (докладчик).
7. 06-08 апреля 2022 года, Международная конференция по инженерным системам 2022 (ICES 2022), научно-практическая конференция с международным участием, Инженерная академия, Университет РУДН (докладчик).
8. 20-22 апреля 2022 года, Международная научная конференция "Передовые достижения в области гражданского строительства, строительство формирование жилой среды" (FORM-2022), Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация (докладчик).

Публикации. Основные положения диссертации опубликованы в 10 печатных работах, из них 8 публикаций в изданиях, индексируемых в международной базе данных Scopus, 2 публикации – в ведущих рецензируемых научных изданиях, рекомендованных «Перечнем РУДН» / ВАК РФ, 9 зарегистрированных программ для ЭВМ.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов, списка цитируемой литературы (230 источников) и приложения. Работа изложена на 177 страницах, содержит 96 рисунков, 7 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, определяются цели и задачи исследования, выдвигается научно-техническая гипотеза, указывается научная новизна и практическая значимость работы.

В первой главе приводится краткий обзор работ, посвященных проблеме кручения тонкостенных сечений. Приведены основополагающие уравнения для случая равномерного закручивания бруса. Рассматривается учет влияния геометрических характеристик сечения на напряженное состояние элемента в случае стесненного кручения, особенность эффекта депланации открытых и замкнутых тонкостенных сечений. Особое внимание уделяется применяемым подходам к моделированию и расчету соответствующих типов конструкций. Кроме того, для различных типов сечений рассматривается деформирование профиля в случае искривления тонкостенных участков, учитывается влияние сил кручения и изгиба.

Гипотеза для случая равномерного кручения не учитывает перемещения v_1 вдоль оси y_1 . Таким образом, перемещения v_2 и v_3 точки сечения $P = (y_1, y_2, y_3)$ зависят от угла поворота сечения $\beta_1(y_1)$ вокруг центра вращения, который принимается как центр тяжести G на оси y_1 , как показано на рис. 1.

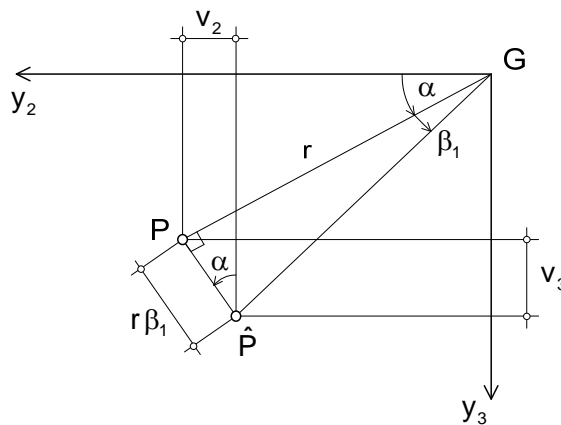


Рис. 1. Вращение точки P относительно центра тяжести G сечения

Точка P описывает дугу $P\hat{P}$ радиусом r . Для малых углов поворота дуга $P\hat{P}$ аппроксимируется отрезком, ортогональным прямой GP . Угол между проекцией $P\hat{P}$ на ось y_3 и отрезком $P\hat{P}$ равен α . Компоненты перемещения, деформации и напряжения определяются в точке P .

Рассмотрены примеры, иллюстрирующие деформирование как открытых, так и замкнутых тонкостенных сечений. Для случая кручения двутавровой балки константа кручения и функция депланации приведены на рис. 2.

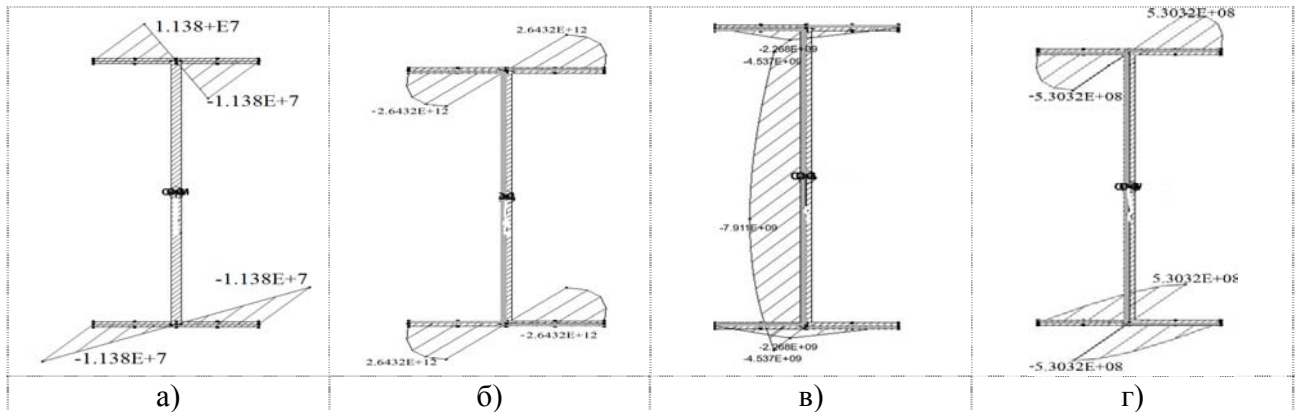


Рис. 2. Секториальная площадь (а), секториальный статический момент (б) относительно осей y_2 и y_3 , статический момент) относительно осей y_2 (в) и статический момент) относительно осей y_3 (г)

В замкнутых сечениях деформации зависят как от нормальных и касательных напряжений, так и от секториальных координат. Распределение секториальных координат, статические моменты относительно осей y_2 и y_3 для тонкостенного прямоугольного сечения показаны на рис. 3.

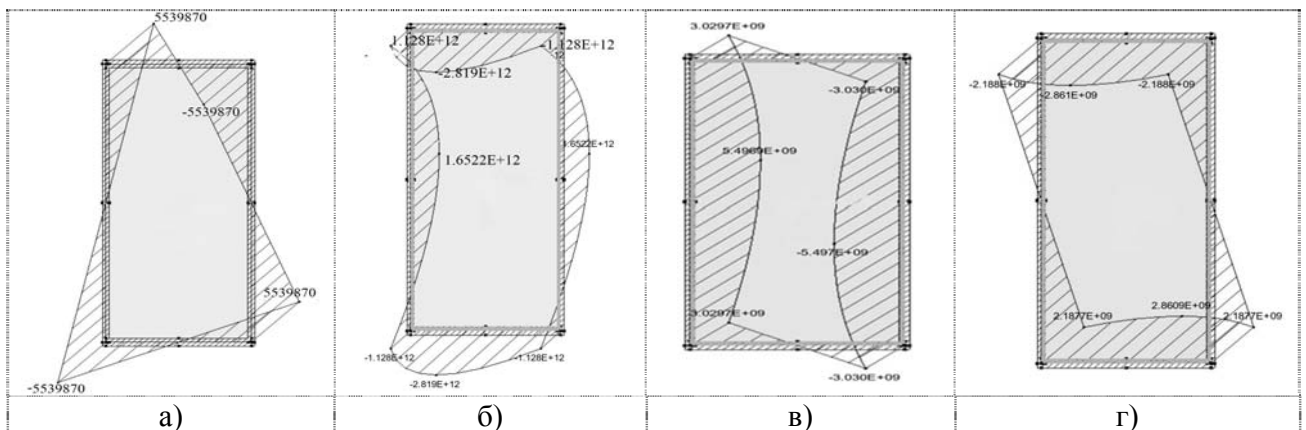


Рис. 3. Секториальная площадь (а), секториальный статический момент (б) относительно осей y_2 и y_3 , статический момент) относительно осей y_2 (в) и статический момент) относительно осей y_3 (г)

Характер деформирования открытых и замкнутых тонкостенных профилей под действием скручивающей нагрузки исследован методом конечных элементов. Установлено, что депланация поперечного сечения стержней зависит от характеристик сечения. Секториальная площадь и секториальный статический момент являются геометрическими величинами, которые необходимы для определения нормальных и касательных напряжений, вызванных депланацией поперечного сечения.

Во второй главе рассмотрено деформирование открытых и замкнутых тонкостенных сечений при стесненном кручении с учетом влияния характеристик сечения, разработана теоретическая основа и представлено аналитическое решение по методу Сен-Венана и Власова.

Графически представлены изменения момента чистого кручения M_{TP} , секториального крутящего момента M_{TS} и изгибно-крутильного момента M_ω , соответствующие различным значениям изгибно-крутильной характеристики $\theta = a \sqrt{\frac{GJ}{EC_\omega}}$.

Разрешающее уравнение для неравномерного кручения бруса определяет скорость изменения полного момента кручения, находящегося в состоянии равновесия с внешним распределенным моментом m_T и представляется в виде:

$$\frac{dM_T}{dy_1} + m_T = 0, \quad (1a)$$

$$EC_\omega \frac{d^4 \beta_1}{dy_1^4} - GJ \frac{d^2 \beta_1}{dy_1^2} = m_T, \quad (1б)$$

где β_1 - угол закручивания, E и G - модули упругости и сдвига, соответственно C_ω - постоянная депланации, J - крутильный момент инерции.

Общему решению однородного уравнения (1) удовлетворяет следующая функция угла закручивания $\beta_1(y_1)$:

$$\beta_1 = c_1 \sinh \frac{\theta y_1}{a} + c_2 \cosh \frac{\theta y_1}{a} + c_3 \frac{y_1}{a} + c_4, \quad (2)$$

которая позволяет получить точные решения для моментов M_{TP} , M_{TS} и M_ω .

Последние могут быть выражены следующим образом:

$$M_{TP} = M_T + M_T \left(\tanh \theta \sinh \frac{\theta y_1}{a} - \cosh \frac{\theta y_1}{a} \right), \quad (3)$$

$$M_{TS} = -M_T \left(\tanh \theta \sinh \frac{\theta y_1}{a} - \cosh \frac{\theta y_1}{a} \right), \quad (4)$$

$$M_\omega = \frac{-M_T a}{\theta} \left(\tanh \theta \cosh \frac{\theta y_1}{a} - \sinh \frac{\theta y_1}{a} \right). \quad (5)$$

Характер изменения моментов M_{TP} и M_{TS} для различных значений изгибно-крутильной характеристики θ представлен графически на рис. 4.

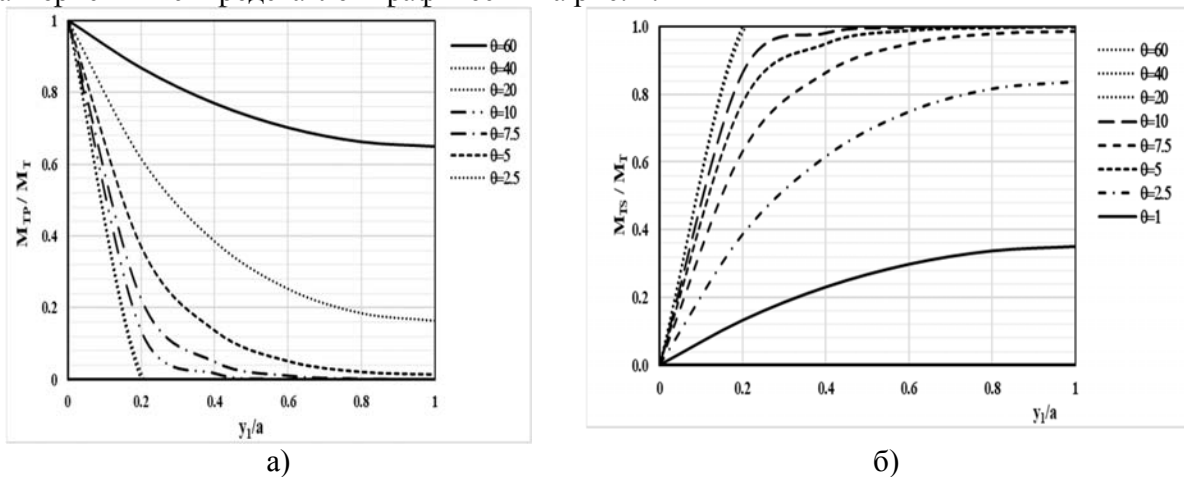


Рис. 4. Изменение M_{TP} (а) и M_{TS} (б) для различных значений θ

Аналогично, изменение момента M_ω для различных значений θ показано на рис. 5.

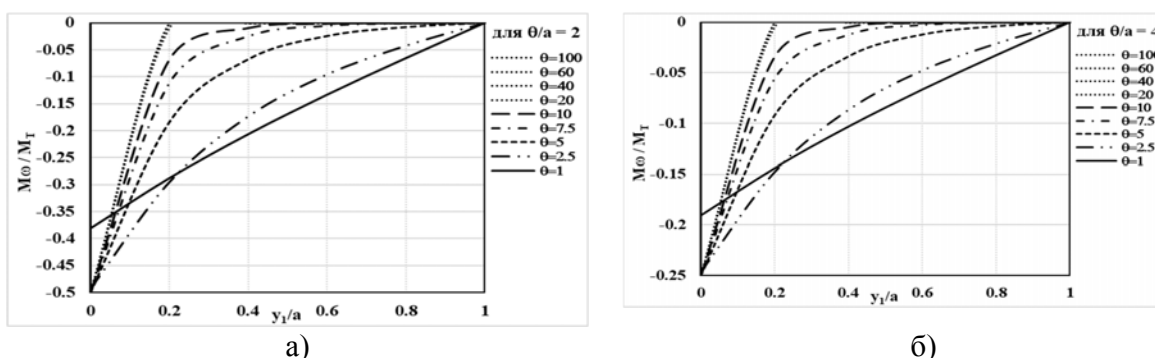


Рис. 5. Изменение M_ω для различных значений θ при $\theta/a=2$ и $\theta/a=4$

Изменение M_{TP} , M_{TS} и M_ω для значений $\theta=1$ и $\theta=10$ как показано на рис. 6.

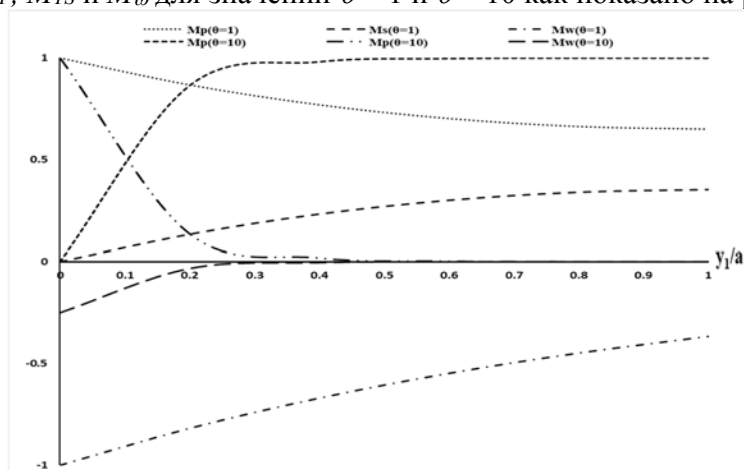


Рис 6. Изменение M_{TP} , M_{TS} и M_ω для значений $\theta=1$ и $\theta=10$

Комбинированный график угла закручивания β_l для открытых и замкнутых сечений в случае равномерного и стесненного кручения показан на рис. 7. Угол поворота в вершине $y_l = a$ при стесненном кручении в случае двутавровой балки составляет 50% от угла поворота при равномерном кручении и 40% от угла поворота для балки швеллерного сечения. Для замкнутых профилей углы поворота при равномерном и неравномерном кручении являются незначительными и их величины малы по сравнению с углами поворота открытых сечений.

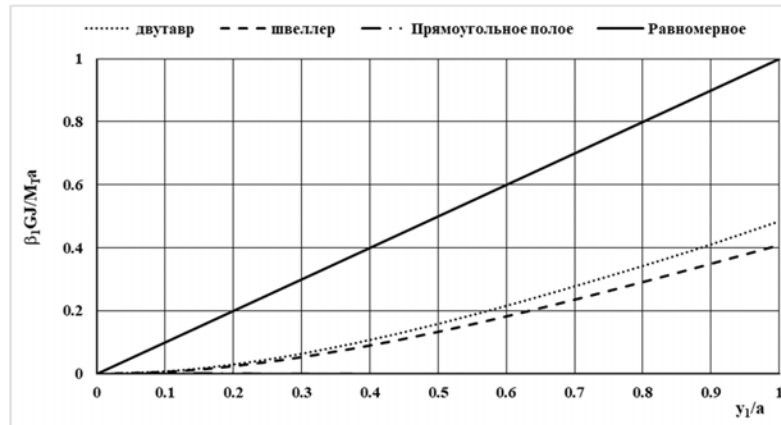


Рис. 7. Комбинированные нормированные графики β_l для всех типов ограниченных сечений

В третьей главе рассмотрено моделирование тонкостенных балочных элементов под действием стесненного кручения путем создания конечно-элементных моделей, матрицы жесткости которых включают дополнительные степени свободы в узлах и векторы смещений элемента. На основе этих моделей были выполнены численные расчеты, результаты которых сравнены с данными, полученными с использованием сертифицированных программных комплексов.

Получены при помощи интерполирующих функций двух видов – гиперболической и приближенной компоненты матрицы жесткости, соответствующие разным значениям θ .

Гиперболическая функция перемещений дает точное решение дифференциального уравнения кручения и использует производные коэффициентов матрицы жесткости. В качестве альтернативного подхода может рассматриваться использование приближенного решения, в качестве функций формы которого используются полиномиальные функции.

Для получения разрешающего уравнения кручения использовался принцип возможных перемещений. Дифференциальные уравнения для обобщенных перемещений записываются следующим образом:

$$EJ_{\omega}\beta_{1,1111} - GJ_T\beta_{1,11} - m_1 - m_{\omega,1} = 0, \quad (6)$$

Из равенства работы внешних и внутренних сил следует:

$$\sum_{m=1}^M \delta W_m = \sum_{m=1}^M \delta W_{md} + \delta W_n = 0$$

$$\sum_{m=1}^M \delta W_{md} = \int_0^a (EI_{\omega} \delta \psi_1 \psi_1 + GJ_T \delta \beta_{1,1} \beta_{1,1}) dy_1, \quad (7)$$

Векторы узловых обобщенных перемещений и соответствующих узловых моментов могут быть представлены следующим образом:

$$\mathbf{v}_m^T = \begin{bmatrix} \beta_{1A} & \psi_A & \beta_{1B} & \psi_B \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q}_m^T = \begin{bmatrix} M_{1A} & M_{\omega A} & M_{1B} & M_{\omega B} \end{bmatrix},$$

Как известно, связь между обобщенным вектором нагрузки \mathbf{q}_m и обобщенным вектором перемещений \mathbf{v}_m устанавливается посредством матрицы жесткости элемента \mathbf{K}_m :

$$\mathbf{q}_m = \mathbf{K}_m \mathbf{v}_m, \quad (8)$$

Вектор \mathbf{g}^T , содержащий гиперболические функции, удовлетворяет приведенному выше дифференциальному уравнению кручения и имеет вид:

$$\beta_1(y_1) = \mathbf{g}(y_1)^T \mathbf{b},$$

$$\mathbf{g}^T = \begin{bmatrix} g_1(y_1) & g_2(y_1) & g_3(y_1) & g_4(y_1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b}^T = \begin{bmatrix} \beta_{1A} & \beta_{1,1A} & \beta_{1B} & \beta_{1,1B} \end{bmatrix},$$

$$\beta_1 = \mathbf{h}_\omega^T C$$

$$\mathbf{h}_\omega^T = \begin{bmatrix} \sinh \frac{\theta y_1}{a} \\ \cosh \frac{\theta y_1}{a} \\ \frac{y_1}{a} \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \end{bmatrix},$$

Интерполирующие функции подставляются в правую часть выражения (7), интегрирование выполняется по длине элемента. Работа внешних сил на углах закручивания определяется выражением:

$$\int_0^a (E C_\omega \delta \beta_{1,11} \beta_{1,11} + G J_T \delta \beta_{1,1} \beta_{1,1}) dA = \delta \mathbf{b}^T (\mathbf{K}_{\omega 1} + \mathbf{K}_{\omega 2}) \mathbf{b},$$

$\mathbf{K}_{\omega 1}$ – матрица жесткости с учетом деформации

$\mathbf{K}_{\omega 2}$ – матрица жесткости для кручения без учета деформации

Матрицы жесткости $\mathbf{K}_{\omega 1}$ и $\mathbf{K}_{\omega 2}$ добавляются к матрице жесткости элемента \mathbf{K}_m .

$$\mathbf{K}_T = \frac{EC_\omega}{a^3} \begin{bmatrix} k_{T1} & k_{T2} & k_{T3} & k_{T4} \\ k_{T2} & k_{T6} & k_{T7} & k_{T8} \\ k_{T3} & k_{T7} & k_{T11} & k_{T12} \\ k_{T4} & k_{T8} & k_{T12} & k_{T16} \end{bmatrix},$$

$$K_{T1} = K_{T11} = S\theta \sinh \theta, \quad K_{T6} = K_{T16} = S(\cosh \theta - \frac{\sinh \theta}{\theta})a^2, \quad (9)$$

$$K_{T2} = K_{T4} = S(\cosh \theta - 1)a, \quad K_{T8} = S\left(\frac{\sinh \theta}{\theta} - 1\right)a^2,$$

$$S = \left(\frac{\theta^2}{Q}\right), \quad Q = 2(1 - \cosh \theta) + \theta \sinh \theta, \quad K_{T3} = -K_{T1}, \quad K_{T7} = K_{T12} = -K_{T2},$$

Альтернативой полученной матрицы жесткости может являться использование приближенной функции формы, что имеет смысл для переменных поперечных сечений, а также при учете определенных нелинейных эффектов. Коэффициенты K_{T1} , K_{T2} , K_{T6} и K_{T8} могут быть заменены простой аппроксимацией:

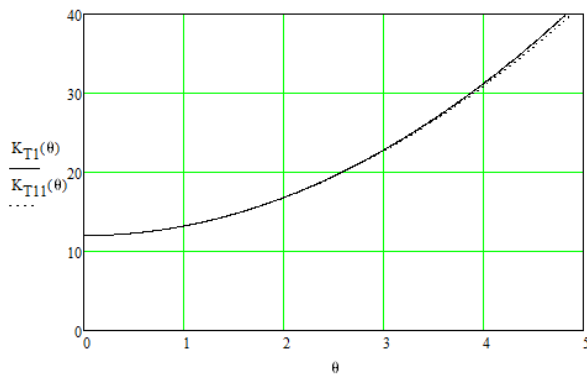
$$\begin{aligned} K_{T1} &= 12 + \frac{6}{5}\theta^2, & K_{T2} &= 6 + \frac{1}{10}\theta^2, \\ K_{T6} &= 4 + \frac{2}{15}\theta^2, & K_{T8} &= 2 - \frac{1}{30}\theta^2, \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, матрица жесткости элемента при кручении с депланацией может быть получена как сумма двух матриц:

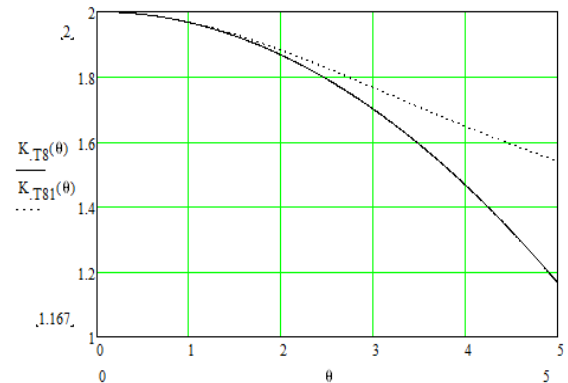
$$\mathbf{K}_T = \frac{E C \omega}{a^3} \begin{bmatrix} 12 & -6a & -12 & 6a \\ 6a & 4a^2 & 6a & 2a^2 \\ -12 & -6a & 12 & 6a \\ 6a & 2a^2 & 6a & 4a^2 \end{bmatrix} + \frac{GJ}{30a} \begin{bmatrix} 36 & -3a & -36 & -3a \\ -3a & 4a^2 & 3a & -a^2 \\ -3a & 3a & 36 & 3a \\ -3a & -a^2 & 3a & 4a^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Сравнивая результаты, полученные с использованием матриц жесткости двух типов, можно сделать вывод, что они дают близкие результаты при малом значении θ , что характерно для открытых тонкостенных сечений.

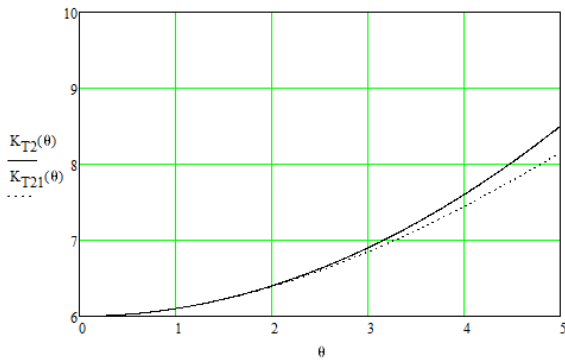
Ниже приведены графики (рис. 8), которые отображают результаты конечно-элементного расчета с учетом дополнительных степеней свободы, в которых интерполирующие функции имеют вид тригонометрических функций (а) и приближенного решения (б).



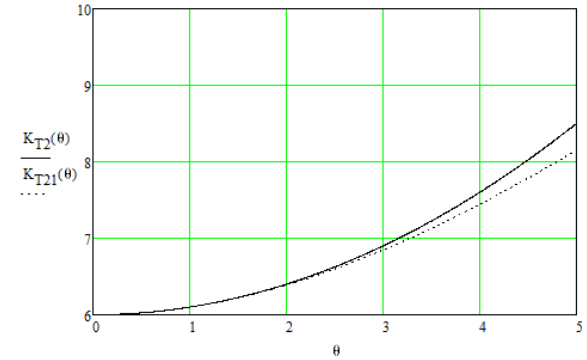
а)



б)



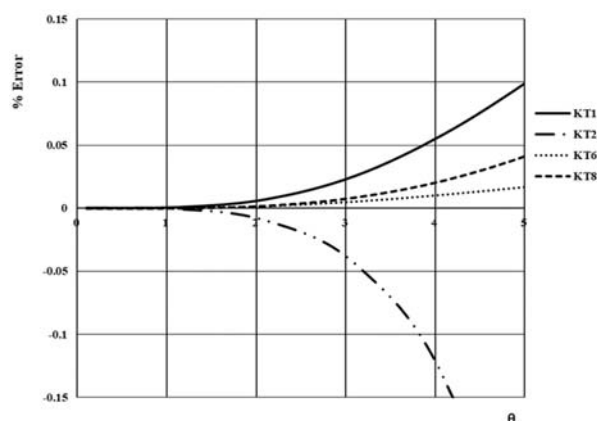
в)



г)

Рис. 8. Результаты, полученные с использованием тригонометрических функций и приближенного решения для различных значений θ

При $\theta = 1$ и $\theta = 2$ расхождения находятся в диапазоне от 6,7% до 9,7%, что считается приемлемым результатом (рис. 9). Таким образом, при значениях θ , не превышающих 3...4 (в зависимости от типа сечения), оба метода дают близкие результаты.

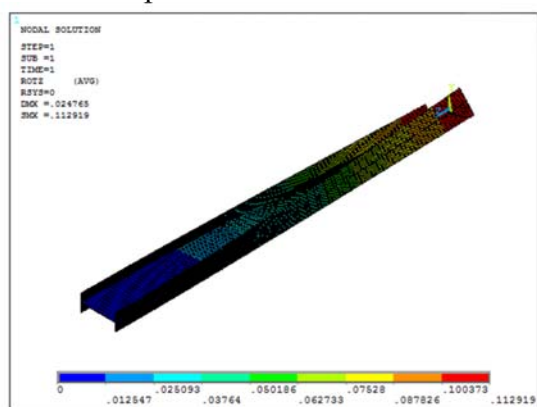
Рис. 9. Погрешность аппроксимации для значений K_{T1} K_{T2} K_{T6} и K_{T8}

Для подтверждения достоверности разработанных методов рассмотрены три типа сечения тонкостенной балки (двутавр, швеллер, прямоугольное полое), нагруженных внешним скручивающим моментом, приложенным к секториальному полюсу. Проведено сравнение полученных результатов с данными расчетов с использованием сертифицированных программных комплексов. Значения углов закручивания при равномерном и стесненном кручении рассматриваемой балки приведены в табл. 1.

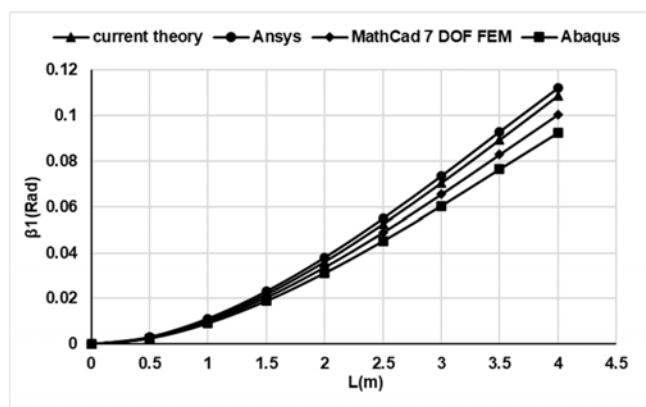
Таблица 1: Сравнение равномерного и неравномерного кручения для различных типов сечений

Балка сечение		Двутавр		Швеллер		Прямоугольное полое	
Методы							
Аналитический метод	Стесненное	1.09E-01	47.7%	9.32E-02	38.9%	3.27E-04	98.2%
	Равномерное	2.28E-01		2.40E-01		3.33E-04	
Ansys	Стесненное	1.12E-01	49.3%	9.10E-02	38.7%	3.36E-04	91.8%
	Равномерное	2.27E-01		2.35E-01		3.66E-04	
МКЭ в MathCad	Стесненное	1.19E-01	52.4%	9.21E-02	38.8%	3.31E-04	94.7%
	Равномерное	2.28E-01		2.38E-01		3.50E-04	
Abaqus	Стесненное	1.10E-01	48.1%	9.21E-02	38.6%	3.33E-04	97.6%
	Равномерное	2.28E-01		2.39E-01		3.41E-04	

Для двутаврового сечения значение угла закручивания изменяется по всей длине балки как показано на рис. 10.



(а)



(б)

Рис. 10. Кручение двутавровой балки относительно продольной оси

Для прямоугольного полого сечения в точках, расположенных ближе к опоре, угол закручивания имеет значительную величину и резко уменьшается до небольшого значения на свободном конце (рис. 11).

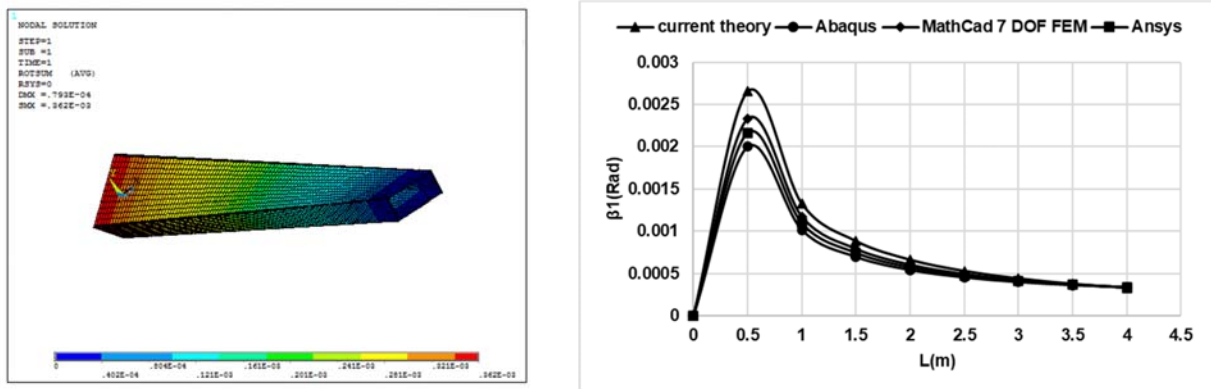


Рис. 11. Кручение балки замкнутого прямоугольного сечения относительно продольной оси

Распределение по сечению балки нормальных напряжений σ_{11} в случае стесненного кручения показано на рис. 12.

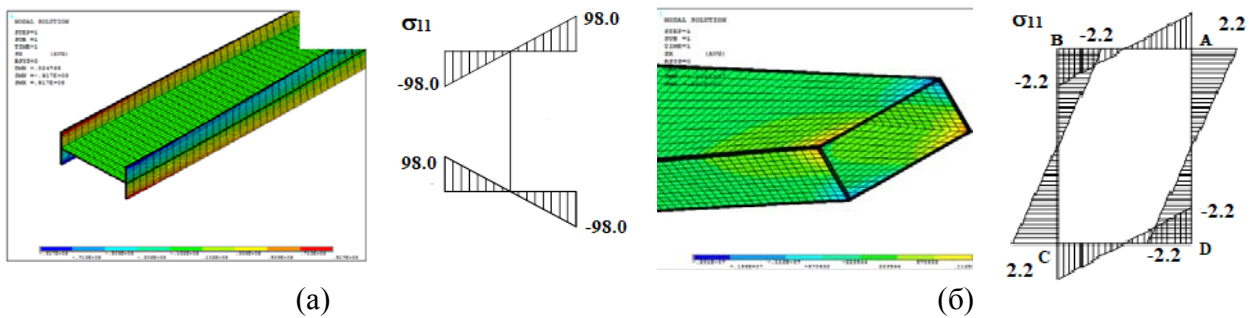


Рис. 12. Распределение нормальных напряжений в двутавровом (а) и прямоугольном (б) сечении балки

В четвертой главе рассматривается построение матрицы жесткости стержневого пространственного элемента с учетом стесненного кручения, используемой для расчета тонкостенных сечений. Данная матрица имеет размерность 14x14 и учитывает депланацию сечения при кручении как дополнительную степень свободы. При этом приведены два способа включения дополнительной степени свободы в матрицу жесткости элемента. Результаты расчета, полученные с использованием обеих матриц, оказываются близкими при малых значениях θ .

В местной системе координат вектор узловых перемещений и вектор нагрузки имеют вид:

$$\mathbf{v}_m = \begin{bmatrix} v_{1A} & v_{2A} & v_{3A} & \beta_{1A} & \beta_{2A} & \beta_{3A} & \beta_{1,1A} & v_{1B} & v_{2B} & v_{3B} & \beta_{1B} & \beta_{2B} & \beta_{3B} & \beta_{1,1A} \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{q}_m = \begin{bmatrix} n_{1A} & n_{2A} & n_{3A} & m_{1A} & m_{2A} & m_{3A} & m_{\omega A} & n_{1B} & n_{2B} & n_{3B} & m_{1B} & m_{2B} & m_{3B} & m_{\omega B} \end{bmatrix}^T,$$

Матрица жесткости имеет следующую структуру:

$$\mathbf{K}_m = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline k_1 & & & & & & & k_2 & & & & & & & \\ \hline & k_3 & & & & k_4 & & & & k_6 & & & & & k_4 & \\ \hline & & k_9 & & & k_{10} & & & & & k_{12} & & & & k_{10} & \\ \hline & & & k_{T1} & & & & k_{T2} & & & & k_{T3} & & & & k_{T4} \\ \hline & & & & k_{10} & & & & & & k_{13} & & & & k_{14} & \\ \hline & & k_4 & & & & k_5 & & & & & k_7 & & & & k_8 & \\ \hline & & & & & k_{T5} & & & k_{T6} & & & & & & k_{T7} & & k_{T8} \\ \hline k_2 & & & & & & & & & k_1 & & & & & & & \\ \hline & & k_6 & & & & & k_7 & & & & k_3 & & & & & k_7 & \\ \hline & & & k_{12} & & & k_{13} & & & & & & k_9 & & & & k_{13} & \\ \hline & & & & & k_{T9} & & & & k_{T10} & & & & & & k_{T11} & & k_{T12} \\ \hline & & & & k_{10} & & & & & & & & & k_{13} & & & k_{11} & \\ \hline & & & k_4 & & & & & k_5 & & & & k_7 & & & & & k_8 & \\ \hline & & & & & & & & & k_{T13} & & & & & & & k_{T14} & & & k_{T15} & & & k_{T16} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Коэффициенты этой матрицы, образуют подматрицы растяжения (сжатия) и изгиба:

$$\mathbf{K}_1 = \frac{EA}{a} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & -1 \\ \hline -1 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline k_1 & k_2 \\ \hline k_2 & k_1 \\ \hline \end{array},$$

$$\mathbf{K}_2 = \frac{EJ_2}{a^3} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 12 & 6a & -12 & 6a \\ \hline 6a & 4a^2 & -6a & 2a^2 \\ \hline -12 & -6a & 12 & -6a \\ \hline 6a & 2a^2 & -6a & 4a^2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline k_3 & k_4 & k_6 & k_4 \\ \hline k_4 & k_5 & k_7 & k_8 \\ \hline k_6 & k_7 & k_3 & k_7 \\ \hline k_4 & k_8 & k_7 & k_5 \\ \hline \end{array},$$

$$\mathbf{K}_3 = \frac{EJ_3}{a^3} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 12 & -6a & -12 & -6a \\ \hline -6a & 4a^2 & 6a & 2a^2 \\ \hline -12 & 6a & 12 & 6a \\ \hline -6a & 2a^2 & 6a & 4a^2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline k_9 & k_{10} & k_{12} & k_{10} \\ \hline k_{10} & k_{11} & k_{13} & k_{14} \\ \hline k_{12} & k_{13} & k_9 & k_{13} \\ \hline k_{10} & k_{14} & k_{13} & k_{11} \\ \hline \end{array},$$

Подматрица, учитывающая кручение, имеет размерность 4x4:

$$\mathbf{K}_T = \frac{EC_\omega}{a^3} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline k_{T1} & k_{T2} & k_{T3} & k_{T4} \\ \hline k_{T2} & k_{T6} & k_{T7} & k_{T8} \\ \hline k_{T3} & k_{T7} & k_{T11} & k_{T12} \\ \hline k_{T4} & k_{T8} & k_{T12} & k_{T16} \\ \hline \end{array},$$

Коэффициенты этой матрицы находятся согласно уравнениям (9).

Также может использоваться матрица \mathbf{K}_T , обеспечивающая приближенное решение, следующего вида:

$$K_T = \frac{E C_\omega}{a^3} \begin{bmatrix} 12 & -6a & -12 & 6a \\ 6a & 4a^2 & 6a & 2a^2 \\ -12 & -6a & 12 & 6a \\ 6a & 2a^2 & 6a & 4a^2 \end{bmatrix} + \frac{G J}{30a} \begin{bmatrix} 36 & -3a & -36 & -3a \\ -3a & 4a^2 & 3a & -a^2 \\ -3a & 3a & 36 & 3a \\ -3a & -a^2 & 3a & 4a^2 \end{bmatrix},$$

При малых значениях θ , что характерно для замкнутых сечений, последняя матрица дает приемлемые результаты (рис. 12).

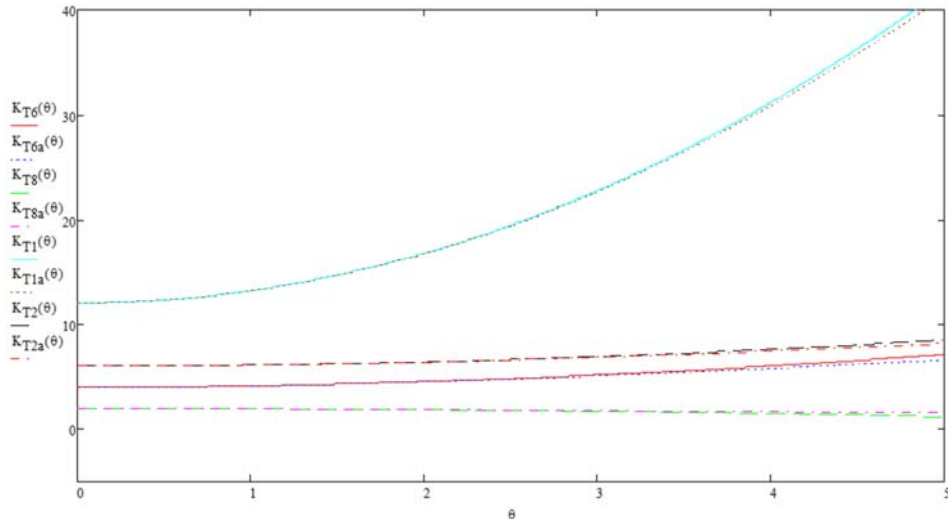


Рис. 12. График для оценки точности приближенного метода решения

В заключительной части исследования произведено сравнение результатов, полученных согласно предлагаемым автором методов, с данными эксперимента, а также с результатами, полученными с использованием сертифицированных программных комплексов.

При проведении эксперимента рассматривалась балка двутаврового сечения 10Б длиной 500 мм.

Консольный элемент подвергается комбинированной нагрузке, которая складывалась из крутящего момента M_t и сосредоточенной силы P с плечом e , приложенной на свободном конце (рис. 13). Рассматриваемая балка имела следующие характеристики: $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,3$ $G = 76,92$ ГПа. Сосредоточенная сила прикладывалась пошагово, максимальная величина которой составила 91,893 кгс, включая собственный вес конструкций.

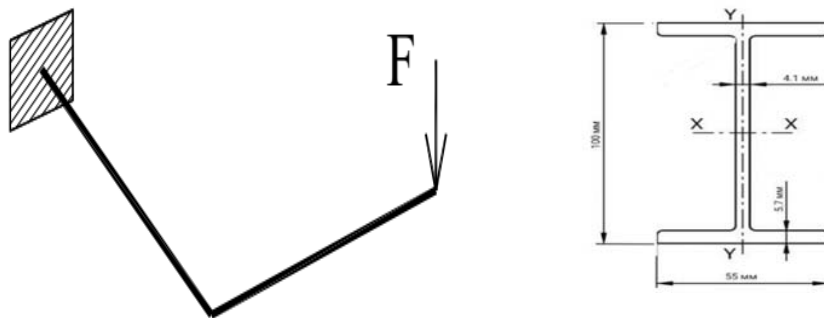


Рис. 13. Расчетная схема экспериментальной балки

Деформации измерялись с помощью восьми датчиков типа LVDT, четыре из которых устанавливались на неподвижном конце и четыре на свободном конце образца, как показано на рис. 14. В верхней части секции используются два датчика LVDT и, аналогично, в нижней части секции два датчика устанавливались как на неподвижном, так и на свободном концах.

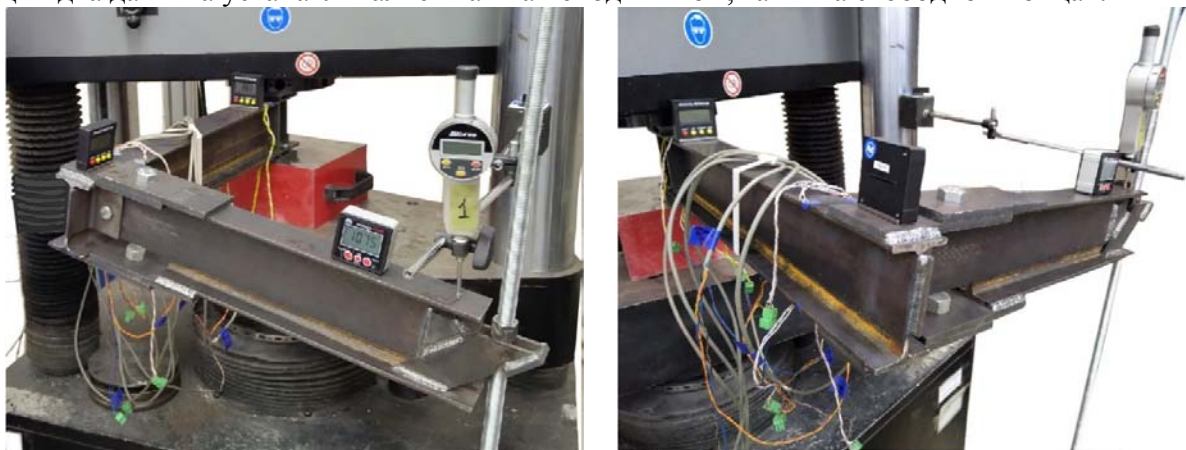


Рис. 14. Общий вид образца, измерительные системы и испытательный стенд для комбинированной нагрузки

В процессе нагружения пошагово измерялись и регистрировались угол поворота и прогиб концевое сечения балки. Графики зависимости деформации, измеренных косвенно на основе деформации рычага, измеренной экспериментально, показаны на рисунке 15. Основные результаты экспериментов приведены графически на рис. 15.

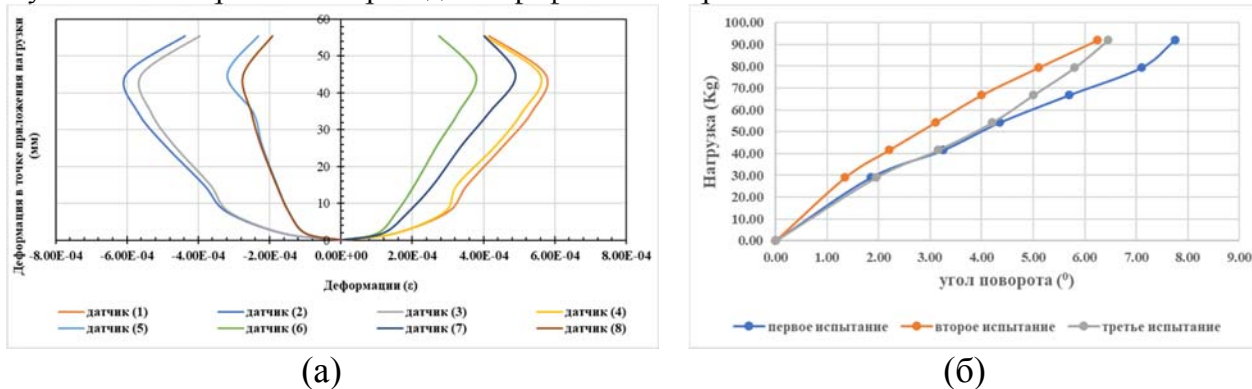


Рис. 15. График зависимости деформации от прогиба рычага (а) и угла поворота от нагрузки (б)

На рис. 16 показаны зависимости угла закручивания от нагрузки, соответствующие трем сериям экспериментов и выполнено сравнение с результатами, полученными согласно предлагаемой автором методике расчета и с применением сертифицированных программных комплексов.

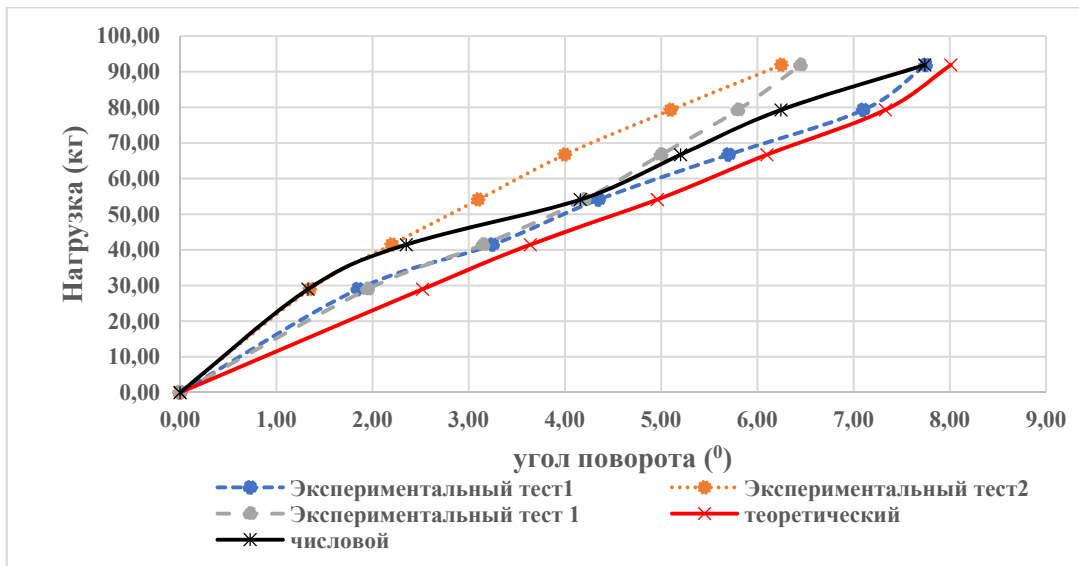


Рис. 16. Графики зависимости угла закручивания от нагрузки

Кроме того, были сравнены экспериментальные данные с результатами расчетов, согласно предложенной в настоящей работе методике, так и с результатами численных расчетов в программном комплексе ANSYS. Для моделирования балки использовался конечный элемент beam189, имеющий дополнительную степень свободы в узле для учета деформации. На свободном конце балки были приложены сосредоточенный крутящий момент и сосредоточенная сила (рис. 17).

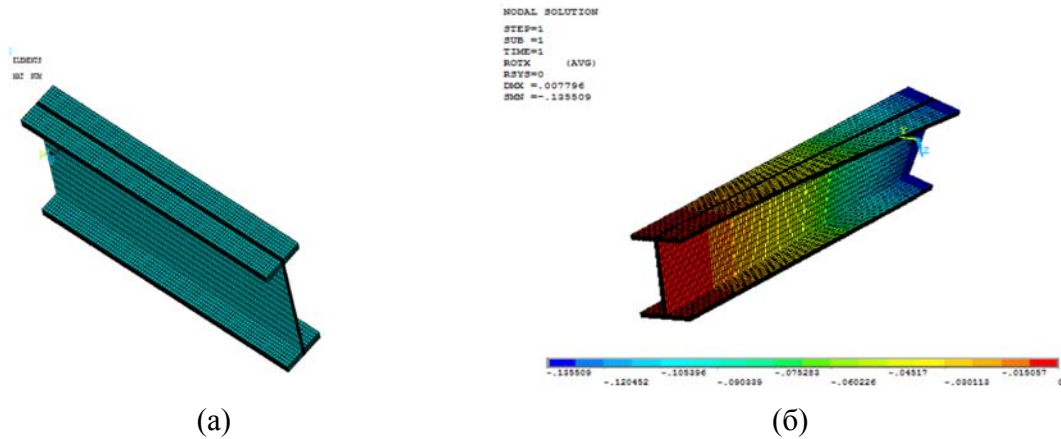


Рис. 17. Модель балки (а) и распределение угла закручивания (б)

На рис. 18 представлена картина распределения напряжений по сечению балки.

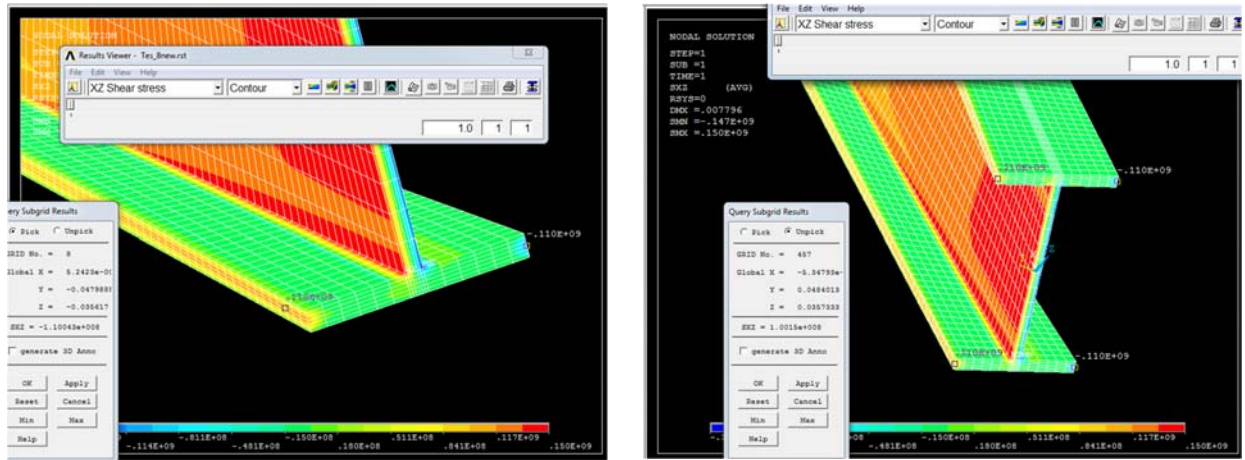


Рис. 18. Распределение нормальных напряжений по сечению балки

На рис. 19 представлены графики зависимости нормальных напряжений от прикладываемой нагрузки, полученные экспериментально, с помощью предложенной в работе методики расчета, а также с использование программного комплекса ANSYS.

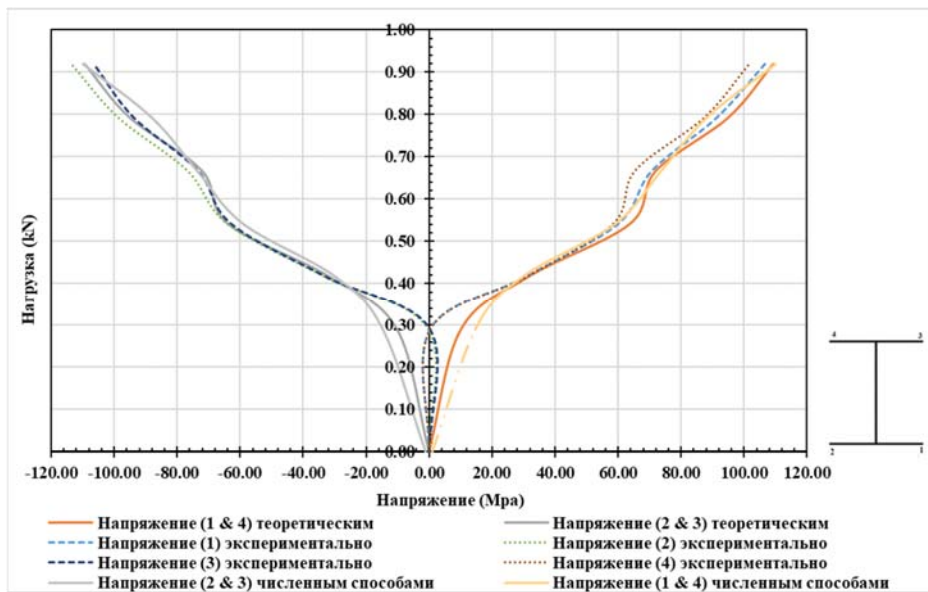


Рис. 19. Зависимости напряжений от нагрузки

Распределение нормальных напряжений в сечении двутавровой балки, расположенном на расстоянии 11 см от опоры, полученные аналитическим, численным и экспериментальным способом, показаны на рис. 20.

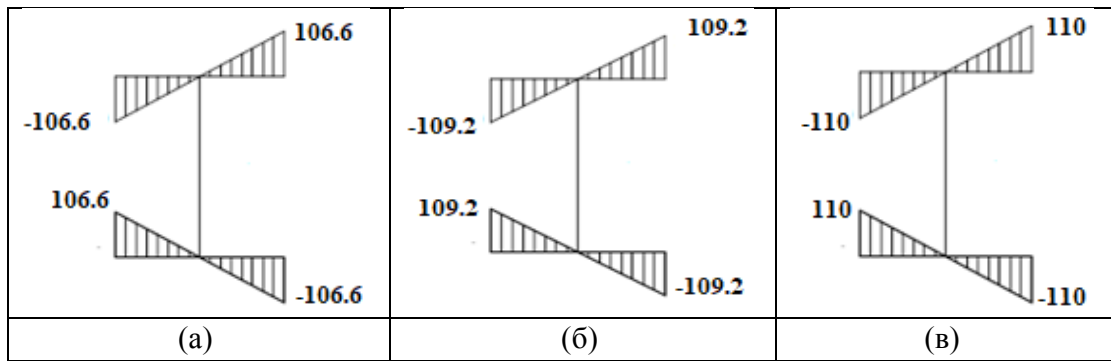


Рис. 20. Распределение нормальных напряжений в сечении двутавровой балки, полученные экспериментальным (а), аналитическим (б) и численным (в) способом

Как видно из рис. 20, значения напряжений, полученные тремя разными способами, практически идентичны друг другу. Отклонения между результатами составляют 2,5–3,5%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного диссертационного исследования получены следующие основные выводы и результаты:

1. Напряженно-деформированное состояние стержней под действием равномерного и стесненного кручения, а также депланация их сечений зависит от формы сечения. Депланации не подвержены круговые, квадратные, уголкового и крестообразные сечения.
2. Установлено, что для определения депланации замкнутых сечений необходимо учитывать секториальный статический момент. Продольные деформации таких стержней зависят от нормальных и касательных напряжений, а также вида функции депланации.
3. Влияние депланации и изменение жесткости поперечного сечения по длине балки приводит к изменению изгибно-крутильной характеристики θ , что соответствует неоднородному кручению. При значении θ более 10 общий крутящий момент наблюдается на небольшой длине балки вблизи опоры. При $\theta = 1$ компоненты общего крутящего момента распространяются по всей длине балки, и его величина изменяется постепенно. Малое значение θ характерно для открытых сечений. С увеличением значения изгибно-крутильной характеристики $M_{\text{тр}}$ быстро уменьшается, а момент чистого кручения составляет большую часть крутящего момента.
4. Для замкнутых тонкостенных сечений угол поворота и депланация незначительны. Однако, как показывают исследования, эффект депланации необходимо учитывать в случае неравномерного кручения балок замкнутого сечения.
5. Для построения подматрицы жесткости, отвечающей кручению тонкостенных стержней, в работе использованы гиперболическая и полиномиальная функции формы. Обе функции дают близкие результаты для малых значений θ , что характерно для открытых тонкостенных сечений. Так, при $\theta = 1$ и $\theta = 2$ погрешность составляет 6,7 и 9,7 %, соответственно.

6. Угол закручивания при неравномерном кручении двутаврового сечения, прямоугольной трубы и швеллера отличается от равномерного кручения тех же сечений на 50%, 1,8% и 41%, соответственно.
7. Если поперечное сечение стержня зашцемено, нормальные напряжения преобладают у опоры, при этом касательные напряжения очень малы и исчезают, когда нормальное напряжение достигает максимума. В противоположность этому, на свободном конце преобладают касательные напряжения, максимальные значения которых находится в серединах полков. Для замкнутых сечений касательные напряжения существенно ниже, чем для открытых.
8. Получена матрица жесткости для пространственных стержневых элементов тонкостенного сечения, учитывающая стесненное кручение путем введения дополнительной степени свободы в узле. Использование данной матрицы дает возможность выполнять уточненный прочностной расчет балочных элементов, подвергающихся кручению с изгибом. Данная матрица имеет размерность 14x14 и позволяет получить точные результаты расчета для открытых тонкостенных сечений, обладающих малым значением числа θ . В качестве интерполирующих функций использовались тригонометрические и полиномиальные функции.
9. Проведено сравнение результатов, полученных по предложенной автором методике, с экспериментальными данными, а также с результатами расчетов, выполненных с использованием сертифицированных программных комплексов. В ходе экспериментов исследовался характер деформирования балки двутаврового сечения под действием кручения с изгибом. Хорошая согласованность результатов подтверждает достоверность предлагаемого автором метода.

Перспективы дальнейшей разработки темы. Дальнейшее развитие темы диссертационного исследования может быть связано с исследованием несущей способности и устойчивости открытых тонкостенных сечений, подвергающихся совместному действию продольной силы, изгиба и стесненного кручения. Существенное значение имеет разработка практической методики расчета различных типов сечений тонкостенных балок под действием продольной силы, изгиба и стесненного кручения в зависимости от характеристик сечения.

Список работ, опубликованных по теме диссертации

Публикации в журналах, индексируемых ВАК

1. Vera V. Galishnikova, Tesfaldet H. Gebre, 2018, A Comparative study of Beam Design Curves against lateral Torsional Buckling Using AISC, EC and SP. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, Pp. 25-32. DOI: 10.22363/1815-5235-2019-15-1-25-32
2. Tesfaldet H. Gebre. 2018, The development of chart-based method for steel beam designs using the Russian sections, Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, Vol 16, No 3. Pp. 192-197. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-495-501>

Публикации в журналах, индексируемых в международных реферативных базах Scopus, Web of Science:

1. Tesfaldet Gebre, Evgeny Lebed, Vera Galishnikova, Comparative study of the AISC-LRFD, Eurocode 3 & SP 16.13330.2017 steel member's design, IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng., Volume 675 (012009)

2. T. H. Gebre, and V. V. Galishnikova, 2020, The impact of section properties of thin-walled beam section with restrained torsion J. Phys.: Conf. Ser. 1687 012020. DOI:10.1088/1742-6596/1687/1/012020
3. V. V. Galishnikova, T. H. Gebre, Behaviour of Thin-Walled Beam with Restrained Torsion. Journal of Magazine of civil engineering 110(2)11009 DOI:10.34910/MCE.110.09
4. T. H. Gebre, V. V. Galishnikova and E. M. Tupikova, warping behaviour of open and closed thin-walled sections with restrained torsion. Engineering Letters, 30(01): pp354-361. http://www.engineeringletters.com/issues_v30/issue_1/EL_30_1_42.pdf
5. T. H. Gebre, V. V. Galishnikova and E. M. Tupikova the design guide for space frames with or without warping restraint at nodes, AIP Conference Proceedings 2559, 050016 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0099013>
6. Tesfaldet Gebre, Vera Galishnikova, Evgeny Lebed, Evgeniya Tupikova Warping Bimoment and Its Effect on Analysis of Thin-Walled Sections, AIP Conference Proceedings 2559, 050012 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0101531>
7. Tesfaldet Gebre, Vera Galishnikova, Evgeny Lebed, Evgeniya Tupikova Finite Element analysis of 3D thin-walled beam with restrained torsion. Proceedings of FORM 2022, Lecture Notes in Civil Engineering 282, https://doi.org/10.1007/978-3-031-10853-2_34.
8. Vatin N.I., Gebre T.H., and Gebreslassie S.B., 2020, The trends and practical look of advanced steel frame structures, Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, Vol 16, No 3, Pp. 203-208. DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-3-203-208.

Программы для ЭВМ

1. Гебре Т. Х., Выбор сечения стального элемента, подлежащего изгибу с кручением. Программа для ЭВМ №2021666160.01.10.2021.
2. Гебре Т. Х., Расчет на устойчивость колонн в стальных каркасах зданий с учетом бокового раскачивания. Программа для ЭВМ №2021666159.01.10.2021.
3. Гебре Т. Х., Проектирование пластинчатых балок с использованием Mathcad. Программа для ЭВМ №2022660918.09.07.2022.
4. Гебре Т. Х., Проектирование элементов балки на изгиб с использованием Mathcad. Программа для ЭВМ №2022662050.16.07.2022.
5. Гебре Т. Х., Расчет свойств сечения швеллерной балки тонкостенного сечения с использованием Mathcad. Программа для ЭВМ №2022660841.09.07.2022.
6. Гебре Т. Х., Конечно-элементный анализ плоской фермы с использованием программирования на Java. Программа для ЭВМ №2022618840.01.04.2022.
7. Гебре Т. Х., Проектирование тонкостенных балок с учетом стесненного кручения методом конечных элементов с использованием Mathcad. Программа для ЭВМ №2022616355.01.04.2022.
8. Гебре Т. Х., Конечно-элементный расчет тонкостенных конструкций при комбинированной нагрузке с учетом стесненного кручения с использованием Mathcad. Программа для ЭВМ №2022616354.01.04.2022.
9. Гебре Т. Х., Проектирование и Анализ Ребристых Перекрытий на первом и втором И Кровельном Уровнях. Программа для ЭВМ №2022661044. 09.07. 2022.

АННОТАЦИЯ ДИССЕРТАЦИИ**Гebre Tesfaldet Hadgembes****«Моделирование работы тонкостенных стальных профилей в составе пространственных рам с учетом стесненного кручения»**

Актуальность темы исследования обусловлена недостаточной изученностью вопроса работы тонкостенных элементов при стесненном кручении с учетом характеристик их сечений, особенностей работы открытых и замкнутых сечений, необходимостью развития конечно-элементной теории, учитывающей дополнительную степень свободы в узле, которая характеризует эффект депланации поперечного сечения. В диссертации проводится сравнение данных, полученных экспериментальным путем, с результата расчета стержней пространственных рам методом конечных элементов при помощи уточненной теории, предложенной автором и реализованной в прикладных программах, с результатами, полученными с применением сертифицированных программных комплексов. Исследование выполнено на основе комплексного использования теоретического, эмпирического и аналитического методов. Методологической основой работы послужили нормативная и научно-техническая отечественная и зарубежная литература, экспериментальные и теоретические данные, полученные отечественными и зарубежными учеными в области расчета тонкостенных профилей стальных конструкций с учетом стесненного кручения, а также исследования, основанные на теории математического моделирования и методе конечных элементов. Теоретическая значимость работы заключается в разработке аналитических моделей и теории расчета тонкостенных балок открытого и замкнутого профиля на стесненное кручение с учетом геометрических характеристик сечения. Практическая значимость работы заключается в разработке конечно-элементной методики расчета тонкостенных профилей в условиях стесненного кручения с учетом геометрических характеристик сечений в качестве основных параметров. Полученная методика может успешно применяться для практических расчетов конструкций, подверженных изгибу с кручением. Достоверность результатов обеспечена использованием теоретического, эмпирического и аналитического методов исследования, а также численной и экспериментальной верификации разработанных математических моделей и выдвинутых гипотез.

DISSERTATION ABSTRACT**Gebre Tesfaldet Hadgembes****«Modelling of the behavior of thin-walled structural elements of frame structures with respect to constrain torsion»**

The study's contribution stems from the need to consider the warping behavior of thin-walled sections with restrained torsion by taking section properties and warping into account, as well as the necessity of developing the finite-element theory with an additional degree of freedom in a node that characterizes the effect of cross-section warping. A comparison of the data obtained experimentally with the results of calculation of the spatial frame bars element by means of the finite-element theory proposed by the author and implemented in applied software is made in the dissertation with the results obtained from the use of certified software packages. The research was carried out using a combination of theoretical, empirical, and analytical methods. As a methodological foundation, the normative, scientific and technical domestic and foreign literature, experimental and theoretical data obtained by domestic and foreign scientists in the field of calculation of thin-walled profiles of steel structures with respect to

the restrained torsion, as well as studies based on the theory of mathematical modeling and the finite element method, were used. The theoretical significance of the work lies in the development of analytical models and the theory of calculation of thin-walled beams of open and closed profile for constrained torsion while taking geometrical properties of the section into account. The work's practical significance emerges from the development of a finite-element method for calculating thin-walled profiles under constrained torsion conditions, with the geometric properties of the sections serving as the primary parameters. Furthermore, the methodology developed can be successfully applied to practical calculations of structures subjected to bending and torsion. The reliability of the results is ensured by employing theoretical, empirical, and analytical research methods, as well as numerical and experimental validation of the developed mathematical models and hypotheses.