

Отзыв

на автореферат диссертации Сахарова Сергея Игоревича «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2.

Дифференциальные уравнения и математическая физика

В диссертации С.И. Сахарова изучаются вопросы о существовании, единственности, характере гладкости и интегральных представлениях решений поставленных задач. Особенность диссертационной работы заключается в том, что в рассматриваемых начально-краевых задачах на негладких боковых границах областей на компоненты векторных решений задаются граничные условия общего вида, среди которых есть условия как первого, так и третьего рода.

Глава 1 посвящена вопросам единственности классических решений второй начально-краевой задачи для параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, в с негладкими боковыми границами. Отметим, что, как показали В.Г. Мазья и Г.И. Кресин, для параболических систем принцип максимума, вообще говоря, не имеет места.

В Главе 2 устанавливается характер гладкости потенциала Пуассона, плотность которого предполагается лишь непрерывной и ограниченной вместе со своей первой производной. Полученные в этой главе результаты об однозначной классической разрешимости задачи Коши для параболической системы с Дини-непрерывными коэффициентами имеют самостоятельный интерес.

Основной результат диссертационного исследования излагается в Главе 3. Здесь впервые в случае областей с негладкими боковыми границами из класса Дини - Гёльдера доказываются теоремы о существовании и единственности классических решений из пространства вектор-функций,

непрерывных и ограниченных вместе со своей первой производной по переменной x в замыкании областей. Особо следует отметить новую формулировку алгебраического условия разрешимости поставленных задач, эквивалентность которого известному условию Лопатинского установлена. Приводится пример, когда указанное условие не выполняется.

Считаю, что результаты соискателя являются новыми, актуальными и представляют несомненный научный интерес. Они опубликованы в 9 научных статьях в рецензируемых научных журналах, индексируемых в международных базах данных. Как можно судить по автореферату, они вносят существенный вклад в развитие общей теории начально-краевых задач для параболических систем.

Из изложенного можно сделать вывод, что представленная диссертация С.И. Сахарова вполне отвечает всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика, а ее автор безусловно заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Профессор кафедры высшей математики
Национального исследовательского университета «МЭИ»,
(01.01.02. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), доктор физико-математических наук
профессор
Солдатов Александр Павлович

07.11.2025

Подпись Солдатова А.П. заверяю.



ФИО

ЗАМЕСТИТЕЛЬ НАЧАЛЬНИКА
УПРАВЛЕНИЯ ПО РАБОТЕ С ПЕРСОНАЛОМ
В.М. ВОЛСКИЙ

Контактные данные: 111116, Россия, Москва, Красноказарменная ул., д. 17,
Тел. +79102238654, soldatov48@gmail.com

ОТЗЫВ

на автореферат диссертационной работы Сахарова Сергея Игоревича «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Диссертационная работа посвящена исследованию однозначной классической разрешимости начальных и начально-краевых задач для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами. Классы гладкости коэффициентов весьма близки к минимальным, а класс гладкости функций, задающих боковые границы областей, минимален для существования классических решений из пространства $C^{1,0}(\bar{\Omega})$ поставленных задач. Получены новые результаты о существовании и единственности классических решений начально-краевых задач для параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, в областях с боковыми границами из класса Дини-Гёльдера. Существование решений устанавливается конструктивно – предъявлены интегральные представления решений в виде сумм параболических потенциалов (потенциала простого слоя, потенциала Пуассона и объемного потенциала). При этом получены новые результаты о гладкости потенциала Пуассона и его следов на негладких кривых из класса Дини-Гёльдера, имеющие самостоятельный интерес.

Как в полуограниченных, так и в ограниченных областях рассматриваются начально-краевые задачи для параболических систем с граничными условиями общего вида, часть из которых может быть первого рода, а часть – третьего рода. Отдельно устанавливаются существование и единственность классических решений поставленных задач в пространстве $C^{1,0}(\bar{\Omega})$. При этом полученные решения оказываются принадлежащими подпространству $C^{1,0}(\bar{\Omega}) \cap H^{0,1/2}(\bar{\Omega})$. Отдельно отметим интересный факт, заключающийся в том, что это подпространство совпадает с пространством $H^{1+\alpha, (1+\alpha)/2}(\bar{\Omega})$ при подстановке в определение последнего $\alpha = 0$. Нормы в этих пространствах эквивалентны. Для доказательства существования и единственности классических решений из указанного выше пространства исследуются системы граничных интегральных уравнений Вольтерры первого и второго рода, которые индуцируются граничными условиями

общего вида с переменными коэффициентами. Устанавливается существование и единственность в пространстве $C[0, T]$ решений этих систем. Отдельно отметим исследование алгебраических условий разрешимости общих начально-краевых задач. Найдено алгебраическое условие, при котором эти задачи разрешимы. Это условие заключается в отличии от нуля на всей боковой границе определителя некоторой матрицы, построенной по граничному оператору и матрице старших коэффициентов параболической системы. Приведен пример, показывающий, что в отличие от случая первой и третьей начально-краевых задач, для граничных условий общего вида полученное условие разрешимости может не выполняться.

Отдельный интерес представляет теорема об однозначной классической разрешимости задачи Коши для параболической системы с одной пространственной переменной в классе $C^{1,0}(\mathbb{R} \times [0, T])$. В отличие от известных результатов для случая систем, в полученном автором утверждении о единственности решения не накладываются дополнительные требования на пространственную производную второго порядка решения, кроме обычных условий на ее непрерывность на множестве $\mathbb{R} \times (0, T)$.

Автореферат полно и корректно отражает основное содержание диссертации.

Диссертационное исследование Сахарова Сергея Игоревича «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи об исследовании однозначной классической разрешимости начально-краевых задач для параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, в областях с негладкими боковыми границами из класса Дини-Гёльдера, на которых задаются граничные условия общего вида с переменными коэффициентами, имеющей важное значение для общей теории начальных и начально-краевых задач для параболических систем. Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор, Сахаров Сергей Игоревич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических

наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Профессор кафедры математики

ФГБОУ ВО «Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина»,

доктор физико-математических наук (01.01.02 Дифференциальные уравнения), доцент

Коненков Андрей Николаевич

14.11.2025

 Коненков А.Н.

ФГБОУ ВО «Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина»
390000, Рязань, ул. Свободы, 46.

e-mail: an.konenkov@yandex.ru

Тел. 8-903-2078312

Подпись А.Н. Коненкова заверено.

Специалист по кадрам

А.О. Загудая

18.11.2025



Отзыв
на автореферат диссертации Сахарова Сергея Игоревича
«О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских
областях с негладкими боковыми границами», представленной на
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая
физика

Диссертационная работа С. И. Сахарова «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами» выполнена на кафедре математического анализа механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова. Целью работы является изучение вопросов существования и единственности решения ряда начальных и начально-краевых задач для параболических по Петровскому систем уравнений в частных производных с одной пространственной переменной. Системы рассматриваются в областях с негладкими боковыми границами, на которых задаются условия в виде линейных комбинаций от неизвестных функций и их производных по пространственной переменной. Отметим, что прежде подобные задачи для параболических систем в областях с негладкими границами изучались лишь в случаях, когда на границах задавались краевые условия либо только первого, либо только второго рода. Сейчас допускаются комбинации этих соотношений.

В качестве основного инструмента исследования автор использует метод параболических потенциалов. Это позволяет не только устанавливать однозначную разрешимость выбранных задач, но и предъявлять решения в виде некоторых специальных конструкций. Методом потенциалов рассматриваемые начально-краевые задачи сводятся к системам граничных интегральных уравнений Вольтерры первого и второго рода. Подобная методика хорошо известна в современной математической физике.

Основные результаты диссертационной работы составляют теоремы об однозначной разрешимости поставленных задач для неоднородных

параболических систем (с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини) при ненулевых начальных условиях. Решения ищутся в пространствах вектор-функций, непрерывных и ограниченных вместе с пространственными производными первого порядка в замкнутых областях. До сих пор такие задачи в областях с негладкими боковыми границами рассматривались в случае однородных параболических систем и при нулевых начальных условиях.

Отметим, что вопросы существования и единственности решений исследуются в диссертации по отдельности. Центральную роль при этом играют полученные автором результаты об однозначной разрешимости систем граничных интегральных уравнений Вольтерры, индуцируемых краевыми условиями поставленных задач. Самостоятельный интерес представляют также доказанные в диссертации теоремы об условиях существования непрерывной дробной производной порядка $1/2$ от произведения двух функций, а также теоремы о свойствах следов потенциала Пуассона на негладких кривых из класса Дини-Гёльдера. Эти результаты потребовались также при изучении систем граничных интегральных уравнений. Нарботанная методика может быть использована другими специалистами, исследующими параболические системы в областях с негладкими боковыми границами.

Диссертационная работа С. И. Сахарова является теоретически значимой. Полученные результаты и разработанная техника демонстрируют существенный вклад автора в развитие метода потенциалов для общей теории начально-краевых задач, связанных с параболическими системами. Построенные автором интегральные представления решений могут служить основой для численных исследований начально-краевых задач методом граничных интегральных уравнений.

Результаты диссертации актуальны и в прикладных областях математической физики. Как известно, параболические системы моделируют нестационарные процессы тепло- и массопереноса в многокомпонентных

средах. Негладкость «боковых» границ, рассматриваемых в работе, может соответствовать резкому изменению размеров металлических изделий при фазовых переходах, связанных со скачками температуры во время особых технологических процессов или, когда эксплуатация изделий происходит в экстремальных условиях.

Все полученные автором утверждения снабжены полными доказательствами и необходимыми ссылками на использованные источники. Результаты работы прошли многократную апробацию на международных научных конференциях и на научно-исследовательских семинарах. Они опубликованы в 9 научных статьях первого и второго уровня из «Белого списка» рецензируемых научных изданий.

Автореферат полностью отражает содержание диссертации. В нем сформулированы все основные положения диссертации и четко показана взаимосвязь ее разделов. Указаны основные монографии по тематике и публикации других авторов, а также дан обстоятельный анализ полученных прежде результатов. Всё в совокупности приводит к выводу о серьезном профессиональном уровне соискателя.

Диссертационное исследование Сахарова Сергея Игоревича «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи об исследовании однозначной классической разрешимости начально-краевых задач для параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, для областей с негладкими боковыми границами из класса Дини-Гёльдера. Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»,

утвержденного ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор, Сахаров Сергей Игоревич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Профессор кафедры математической физики

факультета вычислительной математики и кибернетики

Федерального государственного бюджетного образовательного

учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»,

119234, Россия, г. Москва, территория Ленинские горы, д. 1, стр. 52,

доктор физико-математических наук

(01.01.02. Дифференциальные уравнения)

Тихонов Иван Владимирович

21.11.2025

Подпись Тихонова И. В. заверяю.

ФИО

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», 119234, Россия, г. Москва, территория Ленинские горы, д. 1, стр. 52.

e-mail: mf@cs.msu.ru

Тел. +7(495)939-53-36



Подпись удостоверяю
Ведущий специалист по кадрам

Т.Г. Коваленко