

## О Т З Ы В

официального оппонента о диссертации Мартынова Егора Вячеславовича  
“Свойства решений начально-краевых задач  
для обобщенного уравнения Кавахары”,  
представленной на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности  
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

### **Актуальность темы диссертации.**

Объектами изучения диссертационной работы Мартынова Егора Вячеславовича “Свойства решений начально-краевых задач для обобщенного уравнения Кавахары” являются различные модификации уравнения Кавахары. Уравнение Кавахары является модельным уравнением для описания распространения нелинейных волн в средах с дисперсией. Оно обобщает знаменитое уравнение Кортевега-де Фриза на случай закона дисперсии более высокого порядка. Впервые уравнение Кавахары было выведено более пятидесяти лет назад и с тех пор является объектом интенсивного изучения. Тем не менее, различные аспекты теории начально-краевых задач для этого уравнения, а тем более его обобщений, не изучены в достаточной мере. Тем самым, актуальность темы диссертационного исследования является высокой и не вызывает сомнений.

### **Структура и содержание работы.**

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы, содержащего 69 наименований. Объем диссертации – 100 страниц.

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, приводится обзор соответствующей литературы, указываются цель и методы исследования, описываются полученные результаты.

В первой главе диссертации изучается начально-краевая задача на полуоси для обобщенного уравнения Кавахары с нелинейностью, допускающей более высокий порядок роста по сравнению с самим уравнением Кавахары. Прежде всего, автор устанавливает результаты о существовании и единственности глобальных по времени сильных решений данной задачи. Далее, при введении в уравнение дополнительного абсорбирующего слагаемого, он получает результаты об убывании этих решений при больших временах. Следует отметить, что условия на это абсорбирующее слагаемое ранее были введены в аналогичной ситуации для уравнения Кортевега-де Фриза, но там соответствующие результаты были установлены только при малых начальных данных. В диссертации условие малости не использовано.

Во второй главе диссертации рассматриваются обратные задачи на ограниченном интервале для обобщенного уравнения Кавахары с нелинейностью более высокого порядка роста по сравнению с исходным уравнением Кавахары, как и в первой главе. Также в уравнение добавлены слагаемые, моделирующие возможность диссипации волн. В качестве дополнительной инфор-

мации используется интегральное условие переопределения. Изучаются две обратные задачи: в 1-й в качестве неизвестной функции принимается одно из краевых условий, во 2-й – функция источника специального вида. Устанавливается однозначная разрешимость данных задач в классе слабых решений либо на малом промежутке времени, либо при малых входных данных. Ранее подобные результаты были получены только для самого уравнения Кавахары.

В третьей главе диссертации рассматриваются начально-краевые задачи на полуполосе с двумя типами краевых условий для двумерной модификации уравнения Кавахары. Данное уравнение является аналогом уравнения Захарова-Кузнецова, обобщающего уравнение Кортевега-де Фриза на случай распространения двумерных волн. Следует отметить, что такое уравнение ранее не изучалось. Нелинейность в рассматриваемом уравнении допускает порядок роста выше квадратичного. Устанавливаются результаты о глобальной по времени корректности данных задач в классах слабых и сильных решений. Кроме того, доказаны теоремы об убывании этих решений при больших временах при малых начальных данных для одного из типов краевых условий. При этом, внутренняя диссипация, обусловленная такими краевыми условиями, позволяет установить затухание малых решений без каких-либо дополнительных абсорбирующих слагаемых.

### **Научная новизна диссертации.**

Результаты диссертационной работы, являются новыми, актуальными, они опираются на современные достижения теории дифференциальных уравнений в частных производных и математической физики. Достоверность полученных в работе результатов подтверждается наличием строгих и подробных математических доказательств, основанных на современных методах и подходах нелинейного анализа и теории дифференциальных уравнений.

Результаты диссертационного исследования неоднократно докладывались на международных научных конференциях и семинарах. Они опубликованы в 9 работах, 3 из которых это статьи в научных журналах, индексируемых в международных базах данных (Scopus, MathSciNet), 1 статья в журнале из списка ВАК и 5 работ это тезисы докладов на международных конференциях.

Тема диссертации соответствует специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

### **Теоретическая и практическая значимость.**

Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы в теории начально-краевых задач для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными, а также в практических задачах, описываемых такими уравнениями.

## Замечания по диссертационной работе.

Диссертация содержит большое число неточностей и опечаток. Приведу лишь некоторые из них:

1) Описание функции среза  $\eta(x)$  на стр. 19 неточно, вместо условия " $\eta(x) + \eta(1-x) \equiv 0$  для  $x < 0$ " должно быть " $\eta(x) = 0$  для  $x < 0$ ";

2) В доказательстве Леммы 2.1 на стр. 20 в формуле выше (2.5) интеграл  $\int \varphi'(\psi_0^{1/2}\psi_1^{1/2})' dx$  следует заменить на  $\int \varphi' \varphi(\psi_0^{1/2}\psi_1^{1/2})' dx$ . В формуле после (2.6) пропущена открывающая скобка в начале 3-й строки;

3) Вложения пространств  $B_0, B, B_1$  на стр. 37 следует записать как  $B_0 \subset B \subset B_1$ , использование операции  $\in$  недопустимо.

Впрочем, эти и другие неточности легко исправимы и не влияют на общую оценку работы.

## Заключение.

Диссертационное исследование Мартынова Е.В. "Свойства решений начально-краевых задач для обобщенного уравнения Кавахары" является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержатся новые результаты для научной задачи о разрешимости, корректности и исследовании свойств решений нелинейных эволюционных уравнений в частных производных нечётного порядка, что имеет важное значение для развития теории неклассических уравнений в частных производных. Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п.2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого», утвержденного Ученым советом РУДН, протокол № УС-12 от 03.07.2023г., а её автор, Мартынов Егор Вячеславович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

профессор кафедры алгебры и геометрии  
Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования

«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
доктор физико-математических наук (01.01.02),

профессор / Е.Ю. Панов

01 декабря 2023 г.

Подпись Е.Ю. Панова заверяю:

Адрес: 173003 г. Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская,  
41, тел. +7-8162-974265 e-mail: Eugeny.Panov@novsu.ru

