

"УТВЕРЖДАЮ"

И.О. первого проректора
по научной работе РУДН
В.А. Ромащенко

04.07.2022



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН) на основании решения, принятого на заседании Математического института им. С.М. Никольского протокол № 0200–51–06\05 от 14. 06.2022.

Диссертация Хамадех Альхалиль Нисрин «Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса» выполнена в Математическом институте им. С.М. Никольского факультета физико-математических и естественных наук Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов».

Хамадех Альхалиль Нисрин 1987 года рождения, гражданка Сирии, в 2017 году окончила магистратуру Российского университета дружбы народов по направлению 01.01.02 «Дифференциальные уравнения и оптимальное управление». С 22.09.2017 г. по 01.07.2021 г. обучалась в аспирантуре РУДН по программе подготовки научно-педагогических кадров по направлению, соответствующему научной специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (01.01.02 «Дифференциальные уравнения и оптимальное управление») по которой подготовлена диссертация.

Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана в 2021 году Федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Российский университет дружбы народов».

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор Гольдман Михаил Львович, профессор Математического института им. С.М. Никольского Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов».

Название темы диссертационного исследования в окончательной редакции было утверждено на заседании Ученого совета факультета физико-математических и естественных наук РУДН 20.02.2018, протокол № 0201–08/06.

В период подготовки диссертации являлась сотрудником ассистент Математического института им. С.М. Никольского РУДН, где и работает по настоящее время.

По итогам обсуждения принято следующее **заключение**:

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка цитируемой литературы.

Во **введении** обосновывается актуальность тематики, дается исторический обзор работ посвященных изучению дифференциальных свойств потенциалов, формулируются основные результаты.

В **первых двух главах** рассматриваются дифференциальные свойства обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса, построенных на базе весовых пространств Лоренца с общими весами. Получен критерий вложения пространства потенциалов в пространство ограниченных равномерно непрерывных функций и установлены точные по порядку оценки равномерных модулей непрерывности потенциалов. Получены критерии вложений потенциалов в пространства типа Кальдерона, обобщающие классические пространства О. В. Бесова. Установлены оценки аппроксимативных чисел оператора вложения

пространства потенциалов в пространство ограниченных равномерно непрерывных функций.

Во **третьей главе** исследуются свойства спектральных разложений обобщенных потенциалов Бесселя–Рисса в ряды по собственным функциям оператора Лапласа в произвольных областях многомерного евклидова пространства. Установлен критерий квадратичной суммируемости потенциалов, которая необходима для построения разложений. Исследованы условия локализации спектральных разложений. Их выполнение основано на оценках, связывающих установленные ранее свойства равномерных модулей непрерывности потенциалов с функциональными характеристиками метода суммирования спектральных разложений. Рассмотренный метод суммирования существенно обобщает классический метод средних Рисса.

1. Оценка выполненной соискателем работы.

Диссертация является актуальным, законченным самостоятельным исследованием, обладающим научной новизной и имеющим важное теоретическое значение. Диссертационная работа Хамадех Альхалиль Нисрин является оригинальным исследованием дифференциальных свойств обобщенных потенциалов в связи с задачами суммирования спектральных разложений по собственным функциям дифференциальных операторов. Это актуальные проблемы, связанные с изучением дифференциальных свойств обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса и их приложениями в спектральной теории.

Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации. Все новые результаты, включенные в диссертацию, получены автором лично.

Диссертация является самостоятельным научным исследованием, о чем свидетельствуют теоретические положения, выносимые на защиту. Текст диссертации был проверен на использование заимствованного материала без ссылки на авторов и источники заимствования. После исключения всех корректных совпадений иных заимствований не обнаружено.

2. Степень достоверности результатов проведенных исследований. Достоверность полученных в диссертации результатов обеспечивается строгостью приведенных доказательств, а также имеющимися публикациями в ведущих рецензируемых журналах.

3. Новизна результатов проведенных исследований.

Все результаты диссертации являются новыми.

В диссертации получены новые результаты о дифференциальных свойствах потенциалов. Рассмотренные в ней пространства потенциалов существенно обобщают классические потенциалы Бесселя и Рисса. Ядра обобщенных потенциалов могут иметь нестепенные особенности в окрестности начала координат. Это позволяет характеризовать рассмотренные пространства потенциалов как функциональные пространства с обобщенной гладкостью. Полученные оценки равномерных модулей непрерывности потенциалов, критерии их вложений в пространства Кальдерона и условия локализации спектральных разложений для потенциалов являются новыми.

4. Теоретическая и практическая значимость проведенных исследований.

Диссертация Хамадех Альхалиль Нисрин имеет теоретический характер, а ее результаты могут быть использованы в общей теории потенциалов и вопросах суммирования спектральных разложений по собственным функциям дифференциальных операторов.

Ценность научных работ соискателя. Ценность научных работ соискателя заключается в получении новых результатов о дифференциальных свойствах потенциалов. Рассмотренные в ней пространства потенциалов существенно обобщают классические потенциалы Бесселя и Рисса. и могут иметь полезные применения в теории функциональных пространств и ее приложений к теории дифференциальных уравнений. По-

лученные в работе оценки равномерных модулей непрерывности потенциалов являются точными по порядку. Найденные критерии вложения потенциалов в пространства Кальдерона и установленные условия локализации спектральных разложений вносят ценный вклад в общую теорию потенциалов и спектральную теорию дифференциальных операторов.

Специальность, которой соответствует диссертация. Хамадех Альхалиль Нисрин «Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса» соответствует специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (01.01.02 «Дифференциальные уравнения и оптимальное управление»).

5. **Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем.** Содержание диссертации и ее основные результаты достаточно полно отражены в следующих публикациях автора.

Статьи в научных журналах

- 1) N. H. Alkhalil, "Modulus of continuity for Bessel type potentials over Lorentz space". // Eurasian Math. J., 12:2 (2021), 10–18.
- 2) M.L. Goldman, N.H. Alkhalil "On Spectral Decomposition of Generalized Bessel Potentials". // Advances in Systems Science and Applications, 2021(3), 22–30.
- 3) N. H. Alkhalil "Estimates for continuity envelopes and approximation numbers of Generalized Bessel potentials over Lorentz space". // Annals of R.S.C.B., ISSN:1583-6258, Vol. 25, Issue 2, 2021, Pages. 1201 - 1206.
- 4) Алмохаммад Х., Альхалиль Н. Х. Интегральные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя и типа Рисса // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2017.— Т. 25, № 4. — С. 340–349.
- 5) Альхалиль Н. Х., Алмохаммад Х. Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя и типа Рисса// Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2018.— Т. 26, № 1. — С. 3–12.

Тезисы конференций

1.N. H. Alkhalil. Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов типа Бесселя. Eighth International Scientific Conference "Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis VIII". Abstracts of the International Conference (Rostov-on-Don, 22 - 27 April, 2018), pp. 31-32.

2.Хамадех Альхалиль Нисрин. Об оценке равномерного модуля непрерывности потенциала для локализации γ -средних его спектрального разложения. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2019»(8.04 - 12.04.2019 г, г. Москва, МГУ). Москва, Тезисы докладов. – М.: Издание МГУ имени М.В. Ломоносова, 2019.

3. Альхалиль Н. Х., Алмохаммад Х. Условия локализации спектральных разложений для обобщенных потенциалов Бесселя. «Ninth International Scientific Conference "Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis IX"». Rostov-on-Don, 21 - 26 April, 2019. Abstracts of the International Conference (Rostov-on-Don, 21 - 26 April, 2019), pp. 74-75.
4. Алмохаммад Х., Альхалиль Н. Х. О свойствах потенциалов типа Рисса на базе пространств Орлича – Лоренца. «Ninth International Scientific Conference "Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis IX"». Rostov-on-Don, 21 - 26 April, 2019. Abstracts of the International Conference (Rostov-on-Don, 21 - 26 April, 2019), pp. 30-31.
5. Альхалиль Н.Х. Алмохаммад Х. Оценка равномерного модуля непрерывности обобщенного потенциала Бесселя. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2020 «XXXI Крымская Осенняя Математическая Школа-

симпозиум по спектральным и эволюционным задачам». Симферополь, издательство и типография «Полипринт», стр. 7-8.

6. Хамадех Альхалиль Нисрин. Оценки равномерных модулей непрерывности в пространстве потенциалов. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2020» (10.11 - 27.11.2020 г, г. Москва, МГУ). Москва, сборник тезисов. – М.: Издание МГУ имени М.В. Ломоносова, 2020.
7. Хамадех Альхалиль Нисрин. Оценка равномерного модуля непрерывности обобщенного потенциала Бесселя на весовых пространствах Лоренца. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2021» (12.04 - 23.04.2021 г, г. Москва, МГУ). Москва, сборник тезисов. – М.: Издание МГУ имени М.В. Ломоносова, 2021.

Текст диссертации был проверен на использование заимствованного материала без ссылки на авторов и источники заимствования. После исключения всех корректных совпадений иных заимствований не обнаружено.

Диссертационная работа Диссертация Хамадех Альхалиль Нисрин «Дифференциальные свойства обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса» рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (01.01.02 «Дифференциальные уравнения и оптимальное управление»).

Заключение принято на заседании Математического института им. С.М. Никольского протокол № 0200–51–06\05 от 14.06.2022 г.

Присутствовало на заседании 42 чел.

Результаты голосования: «за» – 42 чел., «против» – 0 чел., «воздержалось» – 0 чел.
14.06.2022, протокол № 0200–51–06\05 от 14.06.2022 г.

Председательствующий на заседании:
директор Математического института
им. С.М. Никольского доктор физико-математических наук,
профессор

Подпись А. Б. Муравника заверяю
Зам. Декана факультета ФМиЕН



Муравник А. Б.

Корольков В.И.