

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе
и цифровому развитию
ФГБОУ ВО «Владимирский
государственный университет
им. А.Г. и Н.Г. Столетовых»

А.О. Кучерик

« 1 » декабря 2023

ОТЗЫВ

ведущей организации

**Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Владимирский государственный университет имени
Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
на диссертационную работу Иванова Никиты Олеговича
«Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных
уравнений на конечном интервале»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности**

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы диссертации. Теория краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений имеет широкий спектр приложений, включая, например, изучение диффузионных процессов и анализ управляемых систем с последействием, поэтому тематика диссертации Н.О. Иванова актуальна.

При изучении краевых задач для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений естественно возникает вопрос о гладкости обобщенных решений этих задач, ибо одним из принципиальных отличий таких уравнений от эллиптических дифференциальных уравнений является наличие негладких решений, возникающих при сдвигах аргументов в старших производных, отображающих точки границы внутрь области. В такой ситуации для обеспечения гладкости изучаемых решений требуется накладывать дополнительные условия, например, в первых исследованиях, посвященных первой краевой задаче для дифференциально-разностных уравнений с постоянными коэффициентами на интервале конечной длины, такие условия были получены в виде ортогональности правой части уравнения конечному числу линейно независимых функций. Аналогичные условия изучались и для второй краевой задачи и для задачи со смешанными граничными условиями. В диссертации Н.О. Иванова ряд из полученных для этих задач результатов обобщен на случай уравнений с переменными коэффициентами.

Цели и задачи диссертации «Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале» заключаются в исследовании гладкости обобщенных решений первой и второй краевых задач, а также краевой задачи со смешанными граничными условиями для дифференциально-разностных уравнений с переменными коэффициентами на интервале конечной длины.

Научная новизна диссертации состоит в получении условий гладкости обобщенных решений, указанных выше задач в виде ортогональности правой части изучаемых уравнений конечному числу линейно независимых функций.

Диссертационное исследование изложено на 113 страницах, содержит введение и три главы, посвященных изучению соответствующих задач, заключение и список литературы, состоящий из 76 наименований.

Введение посвящено обоснованию актуальности выбранной тематики, описанию используемых методов исследования, а также краткому изложению основных результатов диссертационной работы.

В первой главе рассматривается первая краевая задача для дифференциально-разностного уравнения с переменными коэффициентами на интервале конечной длины. Сначала вводятся вспомогательные обозначения, а также приводятся некоторые известные результаты из вариационной теории краевых задач, используемые в дальнейшем. Затем изучается разрешимость первой краевой задачи и гладкость её обобщенных решений на подынтервалах, остающихся после удаления орбит концов исходного интервала под действием разностного оператора. Основные результаты данной главы приведены в двух её последних параграфах, где получены условия гладкости обобщенных решений на всем исходном интервале. Следует заметить, что эти условия в виде ортогональности правой части уравнения конечному числу линейно независимых функций получены на основе подхода, развитого в диссертации. Этот подход заключается в представлении первых производных решения на концах интервала в виде линейных ограниченных функционалов в пространстве Лебега, зависящих от правой части изучаемого уравнения.

Во второй главе исследуется вторая краевая задача для изучаемых уравнений на интервале конечной длины. Здесь доказаны теоремы существования обобщенного решения и его гладкости на подынтервалах, затем получены условия, при которых гладкость этого решения достигается на всем исходном интервале. При изучении рангов специальных матриц, составленных из коэффициентов разностного оператора и описывающих линейные комбинации левых и правых производных решения в изучаемых точках, автором получены условия ортогональности правой части уравнения конечному числу линейно независимых функций. Выполнение этих условий и обеспечивает гладкость обобщенных решений на всем интервале.

В третьей главе исследуется гладкость обобщенных решений для краевой задачи со смешанными граничными условиями. Структура исследования здесь

аналогична второй главе, а основной результат состоит в формулировке и доказательстве нетривиальных теорем о гладкости обобщенных решений этой задачи на всем интервале.

Полученные результаты проиллюстрированы примерами.

Заключение содержит краткое изложение основных результатов диссертационного исследования.

Значимость для науки и практики полученных результатов обусловлена тем, что полученные результаты вносят вклад в развитие общей теории нелокальных краевых задач. Более того, они применимы для качественного анализа и численного моделирования задач такого типа.

Конкретные рекомендации по использованию результатов и выводов диссертационной работы. Результаты и выводы диссертационной работы могут быть использованы в научно-исследовательских работах, проводимых в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, Институте математики им. С. Л. Соболева СО РАН и Российском университете дружбы народов им. Патриса Лумумбы, а также в курсе лекций по дифференциальным уравнениям.

Замечания к работе.

1. Доказательство некоторых утверждений можно было написать и подробнее (см. леммы 1.1.1, 1.1.2, 1.1.3 на стр. 21), доказательство леммы 1.2.1 не приведено.
2. Формулировки теорем 3.3.1 и 3.4.1 о гладкости обобщенных решений краевых задач выглядят довольно громоздкими, проще и понятнее было представить результаты в виде таблицы.
3. В заключении диссертации разумно было бы не только перечислить полученные результаты, но и указать возможные направления дальнейших исследований и/или области потенциального применения полученных результатов.

Указанные замечания не снижают положительной оценки выполненного исследования.

Заключение. Диссертационное исследование Иванова Никиты Олеговича «Регулярность решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений на конечном интервале» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи получения условий гладкости обобщенных решений краевых задач для дифференциально-разностных уравнений, имеющей важное значение для теории таких задач.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п.2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего

образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № УС-12 от 03.07.2023г., а её автор, Иванов Никита Олегович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовлен профессором кафедры функционального анализа и его приложений, доктором физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессором Людмилой Ивановной Родиной.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры функционального анализа и его приложений ФГБОУ ВО «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» 30 ноября 2023 года, протокол № 3.

Председательствующий на заседании:

Заведующий кафедрой функционального анализа и его приложений,
кандидат физико-математических наук,
доцент



В.Д. Бурков

Подпись В.Д. Буркова заверяю



600000, г. Владимир, ул. Горького, 87

Тел.: +7 (4922) 47-96-06

E-mail.: oid@vlsu.ru