



УТВЕРЖДАЮ:

Первый проректор НИЯУ МИФИ

д.ф.-м.н., профессор

Нагорнов О.В.

«14» ноября 2025 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
"Национальный исследовательский ядерный университет
"МИФИ"

о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Сахарова Сергея Игоревича

на тему: «О начально-краевых задачах для параболических
систем в плоских областях с негладкими боковыми
границами» по специальности 1.1.2. Дифференциальные
уравнения и математическая физика

Актуальность темы.

Диссертация С.И.Сахарова посвящена исследованию методом теории
потенциала начально-краевых задач для параболических систем

$$L(u) \equiv u_t - \sum_{k=0}^2 A_k(x, t) \partial_x^k u = f(x, t), \quad (1)$$

(где $A_k(x, t)$ – матрицы размера $m \times m$) в плоских областях Ω (как по-
луограниченных по x слева, так и ограниченных). Боковая граница Σ
(боковые границы Σ_1, Σ_2) не являются гладкими, принадлежат классу
Дини-Гельдера, т.е. допускают "клювы".

Задаются начальное условие и граничные условия общего вида, кото-
рые, например, в полуограниченной слева области имеют вид

$$\begin{cases} B_0(t)u|_{\Sigma} = \psi_0(t) \\ B_1(t)u_x|_{\Sigma} + \hat{B}_1 u|_{\Sigma} = \psi_1(t) \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $B_0(t)$ матрица размера $m_0 \times m$, $B_1(t)$, $\hat{B}_1$ матрицы размера $m_1 \times m$,
 $m_0 + m_1 = m$, так что имеем m_0 условий первого рода и m_1 условий
третьего рода.

Устанавливаются условия однозначной классической разрешимости таких задач и даются интегральные представления решений.

Данная тематика для параболических уравнений и систем широко исследовалась в работах М.Жевре, Л.И.Камынина, Б.Н.Химченко, Е.А.Бадерко, М.Ф.Череповой А.Н.Коненкова и др., что подчеркивает ее большую теоретическую значимость. При этом для систем уравнений в случае негладких границ вариант с комбинированными граничными условиями вида (2) ранее не рассматривался. Поэтому важно и вполне естественно было обобщить ранее полученные результаты на данный случай граничных условий.

Практическая же значимость работы обусловлена тем, что негладкость боковых границ моделирует резкое изменение размеров изделий при фазовых переходах, связанных с изменениями температуры при различных технологических процессах в этих областях.

Краткая характеристика основного содержания работы и новизна полученных результатов.

Диссертационное исследование, изложенное на 165 страницах, состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 146 наименований.

В *главе 1* доказываются теоремы единственности из пространств $C^{0,1}(\overline{\Omega})$ второй краевой задачи для параболических систем (1) в полуограниченных и ограниченных областях с негладкими боковыми границами из класса Дини-Гельдера $H^{1/2+\omega}$, где ω – модуль непрерывности, удовлетворяющий условию Дини. При этом коэффициенты системы удовлетворяют двойному условию Дини. Ранее такого сорта результаты были получены для одного параболического уравнения (правда, со многими пространственными переменными). В случае же систем уравнений коэффициенты предполагались Гельдеровыми, а боковые границы из класса Жевре $H^{1/2+\alpha/2}$, $\alpha \in (0, 1)$.

Полученные в главе 1 результаты, помимо того, что имеют большой самостоятельный интерес, применяются затем в главе 3 для доказательства единственности решений параболических систем с граничными условиями общего вида (2).

В *главе 2* с использованием свойств потенциала Пуассона и объемного потенциала получены результаты о существовании и единственности решения задачи Коши для параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини. Получено интегральное представление решения через указанные выше потенциалы. Кроме того, изучено поведение следа потенциала на негладких кривых из клас-

са Дини-Гельдера.

Ранее, в случае, когда коэффициенты системы были Гельдеровыми, а начальная функция из класса Гельдера $H^{1+\alpha}(\mathbb{R})$, $\alpha \in (0, 1)$, решение задачи Коши находилось из пространства $H^{1+\alpha, (1+\alpha)/2}$ (результат В.А.Тверитинова). В диссертации показано, что если коэффициенты системы удовлетворяют двойному условию Дини, а начальная функция ограничена и принадлежит пространству $C^1(\mathbb{R})$, то решение будет из пространства $H^{1,1/2}$, т.е. результат формально получается из предыдущего подстановкой $\alpha = 0$. Однако метод доказательства потребовался совершенно другой.

Полученные в главе результаты используются затем в главе 3, чтобы свести изучение неоднородных систем с ненулевой правой частью и ненулевыми начальными условиями к исследованию соответствующих однородных задач.

В главе 3 (которая является основной) установлено существование и единственность в пространстве $C^{0,1}(\bar{\Omega})$ решений неоднородных параболических систем с коэффициентами, удовлетворяющими двойному условию Дини, с ненулевыми начальными условиями как в полуограниченной слева, так и в ограниченной области с боковыми границами из класса Дини-Гельдера $H^{1/2+\omega}$.

Важно, что на границе задаются условия общего вида с переменными коэффициентами, среди которых есть условия как первого, так и третьего рода (см. условия (2)). Ранее такой вариант условий в случае негладких границ не рассматривался. Имелись результаты отдельно для первой или для второй краевых задач, либо (для ограниченных областей) когда на одной боковой границе задаются условия первого рода, а на другой боковой границе – условия второго рода. Кроме того, в случае негладких боковых границ (удовлетворяющих условиям Дини-Гельдера) ранее соответствующие результаты были получены только для однородных задач.

Степень обоснованности положений, выносимых на защиту.

Все выносимые на защиты положения сформулированы в виде теорем, каждая из которых снабжена строгим и полным математическим доказательством. По теме диссертации соискателем опубликовано 15 работ. Из них 9 работ в рецензируемых научных изданиях из списка ВАК. Достоверность полученных С.И. Сахаровым результатов также подкрепляется многочисленными выступлениями на научных конференциях и научных семинарах.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Значимость для науки и практики полученных результатов.

Диссертационная работа носит теоретический характер. Разработанная автором техника может быть в дальнейшем использована в теории классической разрешимости различных начально-краевых задач для параболических уравнений и систем, например, при исследовании задач для параболических систем с коэффициентами, имеющими разрыв на негладкой кривой раздела сред. Интегральные представления решений могут служить основой для численного решения задач методом конечных элементов.

Результаты диссертации могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в МГУ им. М.В.Ломоносова, Институте математики СО РАН им. С.Л.Соболева, Новосибирском государственном университете, Национальном исследовательском университете "МЭИ".

Замечания по диссертации.

Автор во введении дает обширный обзор ранее полученных результатов по тематике его исследований. Таких результатов достаточно много. Поэтому в начале каждой главы диссертации было бы желательно более конкретно указать, в чем отличие основных результатов главы от известных ранее.

Данное замечание никак не умаляет достоинств работы, поскольку, как было отмечено выше, обзор предыдущих результатов по теме диссертации очень подробный и, в принципе, получить информацию, в чем новизна работы диссертанта по сравнению с работами других авторов, можно.

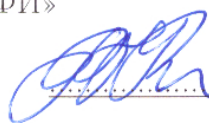
Заключение.

Диссертационная работа С.И.Сахарова «О начально-краевых задачах для параболических систем в плоских областях с негладкими боковыми границами» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится решение актуальной научной задачи по доказательству однозначной разрешимости краевых задач для параболических систем с граничными условиями общего вида в областях с негладкими боковыми границами. Данная задача имеет важное значение в исследованиях по теории разрешимости параболических систем с коэффициентами, не удовлетворяющими условию Гельдера, и в областях с негладкими боковыми границами.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в фе-

деральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор, Сахаров Сергей Игоревич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовил:
доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, профессор, профессор кафедры высшей математики НИЯУ «МИФИ»



..... Камынин Виталий Леонидович



Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры высшей математики НИЯУ "МИФИ". Протокол № 11 от 12 ноября 2025 г.

Председательствующий на заседании,
заместитель заведующего
кафедры высшей математики НИЯУ «МИФИ»,
кандидат физико-математических наук, доцент



..... Волков Николай Петрович



Председатель совета
по аттестации и подготовке
научно-педагогических кадров
НИЯУ «МИФИ»,
доктор физико-математических наук,
профессор



..... Кудряшов Николай Алексеевич



Контактные данные:

115409, Москва, Каширское шоссе, 31, ФГАОУ ВО «Национальный
исследовательский ядерный университет «МИФИ»,
тел. +74957885699, e-mail: info@mephi.ru