

Отзыв на автореферат

диссертационной работы А.В. Болтачева

«Об индексе нелокальных эллиптических уравнений,
ассоциированных с диффеоморфизмами многообразий с краем»,

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Основной целью этой диссертационной работы является вычисление индекса нелокальных эллиптических краевых задач. М. Атья и И. Зингер получили формулу индекса эллиптических операторов на замкнутых многообразиях. В работе Б.В. Федосова впервые была получена формула индекса псевдодифференциальных краевых задач. Проблема индекса нелокальных задач исследовалась А. Конном, А.Б. Антоневицем, А.В. Лебедевым и др. В работе В.Е. Назайкинского, А.Ю. Савина и Б.Ю. Стернина была получена формула индекса нелокальных операторов на замкнутых многообразиях. Автор диссертации продолжает развитие теории индекса и применяет полученные результаты к нелокальным эллиптическим краевым задачам, ассоциированным с действием дискретной группы.

Диссертационная работа А.В. Болтачева состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 125 страниц.

Диссертационная работа посвящена исследованию нелокальных краевых задач, ассоциированных с диффеоморфизмами многообразий с краем. А именно, получены условия фредгольмовости нелокальных краевых задач и получены формулы индекса.

Первая глава является вспомогательной. В ней напоминаются результаты об алгебре Буте де Монвеля операторов на многообразии с краем, а также известные определения скрещенных произведений. Вторая глава содержит один из основных результатов диссертации и посвящена получению формулы индекса нелокальных краевых задач, ассоциированных с изометрическим действием дискретной группы степенного роста на многообразии с краем. С помощью методов дифференциальной геометрии определён топологический

индекс нелокальных краевых задач. Ранее такие результаты не были получены даже в случае конечной группы. Также рассмотрены нелокальные краевые задачи, скрученные проектором и вычислен их индекс. Для скрученных краевых задач приведены наглядные числовые примеры в случае индекса скрученного оператора Эйлера.

В третьей главе рассмотрены нелокальные краевые задачи, ассоциированные с неизометрическим действием дискретной группы на многообразии с краем. В первом параграфе приведена теорема конечности таких краевых задач. Далее строится топологический индекс нелокальных краевых задач с использованием аппарата циклических когомологий. В последнем параграфе рассмотрен пример нелокальной краевой задачи со скручиванием конечного цилиндра. Для этой задачи вычислены траекторные символы и приведены условия эллиптичности в явном виде.

Автореферат полно отражает содержание диссертации, а само диссертационное исследование содержит новые результаты об индексе нелокальных эллиптических краевых задач, ассоциированных с диффеоморфизмами многообразий с краем. Результаты диссертационной работы А.В. Болтачева опубликованы в 5 статьях в научных журналах, индексируемых в международных базах данных.

Диссертационное исследование Болтачева Андрея Владимировича «Об индексе нелокальных эллиптических уравнений, ассоциированных с диффеоморфизмами многообразий с краем» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи нахождения индекса нелокальных эллиптических краевых задач, имеющей важное значение для теории нелокальных эллиптических операторов.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор, Болтачев Андрей Владимирович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Главный научный сотрудник, и.о. заведующего отделом дифференциальных уравнений Института математики с вычислительным центром – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор РАН



Борисов Денис Иванович

03.12.2024

Адрес: 450008 ул. Чернышевского, 112, Уфа, Россия

Телефон: +7-347-2725936

Email: BorisovDI@yandex.ru

Подпись Д.И. Борисова заверяю



Мусины / Мусины Д.И.
и.о. заведующего ИМВЦ УФИИЦ РАН

Отзыв

на автореферат диссертационной работы А.В. Болтачева «Об индексе нелокальных эллиптических уравнений, ассоциированных с диффеоморфизмами многообразий с краем», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Актуальность. Диссертация Болтачева А.В. посвящена вычислению индекса нелокальных эллиптических краевых задач. Как известно, формула индекса эллиптических операторов на замкнутых многообразиях была получена в основополагающих работах М. Атьи и И. Зингера 1960-х гг. Впоследствии разными авторами было найдено значительное количество обобщений и разнообразных приложений этой формулы. Теорема об индексе на многообразии с краем была доказана в работе Л. Буте де Монвеля и впоследствии развита Ш. Ремпелем и Б.-В. Шульце. Позднее Б.В. Федосовым впервые была предъявлена формула индекса псевдодифференциальных краевых задач. Основной интерес для автора представляет теория индекса нелокальных эллиптических краевых задач, близких к задачам, изучавшимся А.Б. Антоневицем, А.В. Лебедевым и соавторами. Автор диссертации продолжает развитие теории индекса и рассматривает нелокальные эллиптические краевые задачи, ассоциированные с действием дискретной группы. Для этого адаптируются методы, разработанные В.Е. Назайкинским, А.Ю. Савиным и Б.Ю. Стерниным для случая нелокальных операторов на замкнутых многообразиях.

Содержание работы. Автор диссертации рассматривает нелокальные краевые задачи, ассоциированные с диффеоморфизмами многообразий с краем, и вычисляет их индекс.

Во введении приводится краткий обзор исследований в теории индекса эллиптических операторов и в области нелокальных краевых задач. В первой главе автором приведены общие необходимые сведения об алгебре Буте де Монвеля и об операции скрещенного произведения. Далее рассматриваются нелокальные эллиптические краевые задачи, ассоциированные с изометрическим действием дискретной группы степенного роста на многообразии с краем. Таким нелокальным краевым задачам посвящена вторая глава. Вычислены траекторные символы этих задач и получены условия фредгольмовости. С помощью методов дифференциальной геометрии вычислен топологический индекс нелокальных краевых задач. Отдельно автор рассматривает нелокальные краевые задачи, скрученные проектором. Для таких скрученных краевых задач вычисление индекса оказывается проще, что иллюстрируется примером скрученного оператора Эйлера.

Основным объектом изучения третьей главы являются нелокальные краевые задачи, ассоциированные с неизометрическим действием дискретной группы на многообразии с краем. В отличие от второй главы, неизометрический случай является более трудным, и поэтому формулу индекса для него получить не удалось. Тем не менее, важными результатами, достигнутыми автором, являются формулы для траекторных символов нелокальных краевых задач и теорема об их фредгольмовости. В работе получена формула топологического индекса нелокальных краевых задач, для чего были использованы методы из теории циклических когомологий. Наконец, автор рассматривает пример — нелокальную краевую задачу со сдвигами, отвечающими

диффеоморфизмам скручивания конечного цилиндра. Для этой задачи вычислены траекторные символы и явно приведены условия эллиптичности.

Автор демонстрирует уверенное владение разнообразными методами теории эллиптических операторов, дифференциальной топологии и функционального анализа. Весьма важным достоинством работы является наличие в ней не только общих абстрактных результатов, но и конкретных вычислительных примеров, хорошо иллюстрирующих общую теорию.

Автореферат полно и корректно отражает содержание диссертационного исследования. Диссертация носит теоретический характер и содержит новые результаты об индексе нелокальных эллиптических краевых задач, ассоциированных с диффеоморфизмами многообразий с краем. Достоверность результатов диссертационной работы А.В. Болтачева подкрепляется публикациями в научных журналах, индексируемых в международных базах данных, а также выступлениями на международных конференциях и научных семинарах.

Заключение. Диссертационное исследование Болтачева Андрея Владимировича «Об индексе нелокальных эллиптических уравнений, ассоциированных с диффеоморфизмами многообразий с краем» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной проблемы нахождения индекса нелокальных эллиптических краевых задач, имеющей важное значение для общей теории краевых задач.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор, Болтачев Андрей Владимирович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Доцент факультета математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.01 –математический анализ, доцент

11.12.2024



Пирковский Алексей Юльевич

119048, г. Москва,
Усачева ул., д. 6
тел. +7 (495) 772-95-90 *12749
email: aupirkovskii@hse.ru



Подпись А.Ю. Пирковского заверяю

Подпись заверяю

СПЕЦИАЛИСТ ПО ПЕРСОНАЛУ

МАЛЫШЕВА А.С. 
ФИО

Отзыв на автореферат

диссертационной работы А.В. Болтачева «Об индексе нелокальных эллиптических уравнений, ассоциированных с диффеоморфизмами многообразий с краем», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертационная работа Болтачева А.В. посвящена исследованию нелокальных эллиптических краевых задач и вычислению их индекса. Для классических эллиптических псевдодифференциальных операторов формула индекса была получена М.Атьей и И.Зингером. Позднее были получены важные обобщения, такие как индекс семейства эллиптических операторов, индекс вещественных эллиптических операторов и др. Л. Буте де Монвель получил теорему об индексе на многообразии с краем и построил алгебру псевдодифференциальных краевых задач, для которых позднее Б.В. Федосовым была получена формула индекса. Рассматриваемые автором задачи близки к нелокальным краевым задачам, изучавшимся А.Б. Антоневичем, А.В. Лебедевым и соавторами. А именно, рассматриваются нелокальные эллиптические краевые задачи, ассоциированные с действием дискретной группы на гладком многообразии с краем.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении дан краткий обзор литературы, посвященной теории индекса эллиптических операторов и нелокальным краевым задачам. В первой главе излагаются общие сведения об алгебре операторов Буте де Монвеля и их символах, а также напоминаются свойства скрещенных произведений. Во второй главе рассмотрены нелокальные эллиптические краевые задачи, ассоциированные с изометрическим действием дискретной группы степенного роста на многообразии с краем. Для таких задач вычислены траекторные символы и получены условия фредгольмовости. С помощью методов дифференциальной геометрии строится топологический индекс нелокальных краевых задач. Получена формула индекса в явном виде на примере скрученного оператора Эйлера.

Основным отличием третьей главы является то, что действие дискретной группы на многообразии с краем не является изометрическим. Этот случай является значительно более трудным, однако для него были получены некоторые результаты. Так, предъявлены траекторные символы и доказана теорема о фредгольмовости нелокальных краевых задач. Далее вычислен топологический индекс нелокальных краевых задач, с помощью методов из теории циклических когомологий А. Конна. Наглядным является пример — нелокальные краевые задачи со сдвигами, отвечающими диффеоморфизмам скручивания конечного цилиндра. Автор вычисляет траекторные символы таких задач и дает условия эллиптичности в явном виде.

Автореферат корректно отражает основные результаты диссертационной работы. Достоверность результатов диссертационной работы А.В. Болтачева

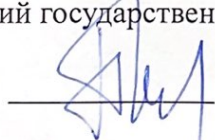
подкрепляется 5 публикациями в научных журналах, индексируемых в международных базах данных.

Диссертационное исследование Болтачева Андрея Владимировича «Об индексе нелокальных эллиптических уравнений, ассоциированных с диффеоморфизмами многообразий с краем» является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи нахождения индекса нелокальных эллиптических краевых задач, имеющей важное значение для теории нелокальных эллиптических операторов.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор, Болтачев Андрей Владимирович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Доцент кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова», кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.04 – Геометрия и топология, доцент

Кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.04 геометрия и топология, доцент, доцент кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова»



Попеленский Федор Юрьевич

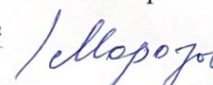
119991, ГСП-1, Россия, г.Москва, Ленинские горы, д.1

Емейл popelens@mech.math.msu.su

Тел 8 495 9393940

10.12.2024г

Подпись Ф.Ю. Попеленского заверяю

Вед. спец.  / Морозов

