

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Хамадех Альхалиль Нисрин

«Дифференциальные свойства обобщённых потенциалов Бесселя–Рисса»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы диссертации

Диссертационная работа Хамадех Альхалиль Нисрин посвящена изучению дифференциальных свойств обобщённых потенциалов Бесселя–Рисса. Обобщения классических потенциалов Бесселя–Рисса получаются как за счет использования радиально симметричных ядер, обобщающих ядра Бесселя–Макдональда, так и за счет использования базовых пространств, обобщающих L_p -пространства. В данной работе базовыми пространствами для потенциалов являются весовые пространства Лоренца. Следует отметить, что теория потенциала является весьма важным разделом современной математики. Исследованиям по этой проблематике посвящены работы О.В. Бесова, В.И. Буренкова, М.Л. Гольдмана, В.А. Ильина, Л.Д. Кудрявцева, С.М. Никольского, С.Г. Самко, И. Стейна, Г. Трибеля и др. Интерес к этой тематике обусловлен, с одной стороны, сложностью и глубиной возникающих математических проблем, а с другой – важными приложениями в теории операторов и спектральной теории. Данная диссертационная работа относится к этому направлению. Таким образом, тема диссертации является актуальной.

Достоверность и новизна результатов диссертации

В диссертационной работе Хамадех Альхалиль Нисрин получен ряд новых интересных результатов. К их числу относятся следующие:

- получены точные по порядку оценки равномерных модулей непрерывности потенциалов в случае вложения пространства потенциалов в пространство непрерывных ограниченных функций;

- получен критерий вложения пространства потенциалов в пространство Кальдерона;
- установлены точные по порядку оценки равномерных модулей непрерывности потенциалов в случае базовых весовых пространств Лоренца;
- найдены оценки аппроксимативных чисел оператора вложения пространства потенциалов в пространство ограниченных и равномерно непрерывных функций;
- установлены необходимые и достаточные условия вложения пространства потенциалов в пространство $L_2(\mathbb{R}^n)$;
- получены условия локализации γ -средних спектрального разложения обобщенного потенциала Бесселя по собственным функциям оператора Лапласа в случае базовых весовых пространств Лоренца.

Перейдем к содержанию диссертации. Она состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, содержащего 70 наименований. Полный объем диссертации составляет 105 страниц.

Во введении обосновывается актуальность диссертационного исследования, формулируются цели и задачи исследования, приводятся основные положения, выносимые на защиту, а также дается краткое описание работы.

В Главе 1 получены точные по порядку оценки равномерных модулей непрерывности потенциалов в случае вложения пространства потенциалов в пространство непрерывных ограниченных функций. Описаны пространства обобщенной гладкости, в которые вложены пространства потенциалов. Показано, что этими пространствами являются пространства Кальдерона, обобщающие классические пространства Бесова.

В Главе 2 установлены оценки мажорант для модулей непрерывности потенциалов в равномерной метрике в случае базовых весовых пространств Лоренца. С их помощью получены оценки аппроксимативных чисел оператора вложения пространства потенциалов в пространство непрерывных функций.

Автором также доказаны некоторые следствия этого результата, которые, на наш взгляд, представляют самостоятельный интерес.

В Главе 3 рассматриваются спектральные разложения потенциалов, а именно разложения в ряды по собственным функциям оператора Лапласа в произвольной области пространства \mathbb{R}^n . С помощью оценок модулей непрерывности потенциалов, полученных в первых двух главах, исследованы обобщенные методы суммирования спектральных разложений. Рассмотренный в диссертации метод суммирования обобщает классический метод Рисса для суммирования спектральных разложений, так как в нем использована более общая сумматорная функция, чем степенная. Здесь автор опирается на подход, развитый в работах М.Л. Гольдмана и Т.А. Гедыф. Он связан с обобщением классических средних Рисса при изучении спектральных разложений для функций из пространств обобщенной гладкости. В диссертации рассмотрена задача об условиях выполнения принципа локализации спектральных разложений, когда из обращения разлагаемой функции в ноль на открытом множестве следует суммируемость спектрального разложения к нулю равномерно на любом компакте внутри этой области. Найдены условия взаимосвязи сумматорной функции с мажорантами модулей непрерывности потенциалов, при выполнении которых имеет место свойство локализации спектрального разложения.

Все вышеуказанные результаты являются новыми и представляют собой достоверные факты теории обобщенных потенциалов Бесселя–Рисса.

**Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций,
сформулированных в диссертации**

Результаты, полученные в диссертации, строго обоснованы с использованием современных математических методов. Доказательства утверждений достаточно подробны и математически корректны. Положения и выводы диссертации прошли серьезную научную апробацию на международных конференциях и научных семинарах. Таким образом, справедливость результатов диссертационного исследования сомнений не вызывает.

Значимость результатов диссертации для науки и практики

Результаты диссертации носят теоретический характер. Научная ценность полученных результатов заключается в том, что они вносят существенный вклад в современную теорию потенциала. Эти результаты также важны для развития приложений теории потенциала к спектральной теории дифференциальных операторов.

Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати

Основные результаты диссертации в полной мере изложены в пяти научных статьях, опубликованных в журналах, рекомендованных ВАК. Кроме того, по результатам диссертационного исследования опубликовано 7 тезисов докладов международных и всероссийских конференций, на которых автор выступала с научными докладами.

Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. В нем четко прописаны основные положения, выносимые на защиту, научная новизна и значимость полученных результатов.

Замечания по работе

В диссертации имеется небольшое количество мелких опечаток и неудачных (с точки зрения русского языка) речевых оборотов, что не влияет на понимание текста и не снижает общей положительной оценки работы.

Заключение

Диссертационное исследование Хамадех Альхалиль Нисрин является законченной научно-квалификационной работой, в которой дано новое решение актуальной научной задачи об описании дифференциальных свойств обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса, имеющей важное значение как для развития теории потенциала, так и для спектральной теории дифференциальных операторов. Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, согласно п. 2.2 раздела II

Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов», утвержденного Ученым советом РУДН протокол № 12 от 23.09.2019 г., а её автор, Хамадех Альхалиль Нисрин, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

заведующий кафедрой Дифференциальных и интегральных уравнений

Института математики, механики и компьютерных наук

ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,

доктор физико-математических наук (специальность 01.01.01. Вещественный, комплексный и функциональный анализ),

доцент

Авсянкин Олег Геннадиевич

06.10.2022



Подпись Авсянкина О. Г.

Секретарь Совета
Южного федерального университета
Мирошниченко О.С.

Адрес места работы:

344006 г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42

ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,

Институт математики, механики и компьютерных наук

Тел.: 8(863) 2184000; e-mail: info@sfedu.ru