

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

Цирулева Александра Николаевича

на диссертационную работу Сергеева Степана Викторовича на тему «Моделирование процессов теплопроводности модифицированным методом Чебышевской коллокации», представленную к защите в ПДС 0200.006 на базе Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Актуальность темы

Проблематика численного решения дифференциальных уравнений для задач теплопроводности имеет долгую историю и важнейшее значение в различных прикладных областях, таких как теплообмен, климатология, ядерная физика и многие другие. Задачи, связанные с теплопроводностью, принадлежат к классу параболических дифференциальных уравнений, решения которых часто требуют высокой точности и устойчивости при моделировании реальных физических процессов.

Метод Чебышевской коллокации — это мощный инструмент в арсенале численных методов, который позволяет достичь высокой точности при сравнительно небольших вычислительных затратах. Однако традиционные методы Чебышевской коллокации имеют свои ограничения при решении более сложных задач второго порядка, а также при применении к задачам с различными граничными условиями. Работы, посвященные расширению области применения этого метода на параболические начально-краевые задачи, являются актуальными, поскольку они открывают возможности для более точного и эффективного моделирования таких процессов, как теплопроводность в инженерных задачах.

Автор диссертации, **Сергеев Степан Викторович**, в своей работе решает эту проблему, расширяя применение метода Чебышевской коллокации на задачи второго порядка с различными типами граничных условий и на начально-краевые задачи для параболических уравнений теплопроводности. Данное исследование несомненно актуально и имеет важное теоретическое и практическое значение, поскольку позволяет

улучшить существующие методы моделирования теплопроводности и повысить точность вычислений в инженерных расчетах.

Содержание диссертации

Диссертация построена в логике «от постановок и аппаратуры - к алгоритмам и приложениям» и включает введение, три главы, заключение и список использованных источников.

В первой главе обобщены исходные сведения, необходимые для дальнейшего изложения. Рассматриваются базовые математические модели теплопроводности (на примере одномерного стержня конечной длины) и обсуждаются предпосылки, при которых параболическая модель адекватно описывает динамику изменения температуры. Далее приводится обзор спектральных методов и методов коллокации; выделяется роль чебышевского базиса и сеток Гаусса-Лобатто, а также чебышевских матриц спектрального дифференцирования и интегрирования. В завершение главы описан модифицированный подход К.П. Ловецкого: решение начальной/краевой задачи организовано как двухстадийная процедура, в которой сначала строится общее решение уравнения, а затем по граничным условиям восстанавливаются недостающие коэффициенты путем решения относительно простых СЛАУ.

Вторая глава содержит изложение прямого метода решения линейных ОДУ второго порядка с помощью матриц дифференцирования и антидифференцирования в рамках модифицированного метода Чебышевской коллокации. Подробно описывается представление искомой функции в виде интерполяционного полинома, связь коэффициентов разложения производной и первообразной, а также способ «встраивания» двухточечных условий в процедуру доопределения коэффициентов. Отдельное внимание уделено построению полной системы решений уравнений второго порядка, что обеспечивает удобное представление общего решения и способствует унификации алгоритма для различных комбинаций граничных условий.

Третья глава развивает методику с целью ее расширения на класс параболических уравнений. В параграфе 3.1 рассматривается неоднородная начально-краевая задача теплопроводности, причем при независимых от времени правой части и граничных условий вводится экономичная декомпозиция на пуассоновскую краевую задачу и однородную параболическую задачу с нулевыми краевыми условиями. В параграфах

3.2-3.3 обсуждается вычислительно устойчивое определение интегрирующих множителей: сначала для ОДУ первого порядка, затем - расширение на линейные ОДУ второго порядка с приведением к полной производной и анализом условий, при которых такое преобразование корректно (включая рассмотрение случая линейного потенциала).

В заключении подведены итоги, сформулированы основные результаты и направления дальнейших исследований.

Достоверность и новизна результатов диссертации

Аннотация содержит достаточное количество информации, которая подтверждает достоверность результатов. Приведены числовые примеры, которые демонстрируют точность и стабильность предложенного метода. Важным аспектом является то, что автор также приводит результаты сравнений с другими численными методами, что позволяет объективно оценить преимущества предложенной методики.

Научная новизна работы заключается в расширении применения модифицированного метода Чебышевской коллокации (ММК) на задачи линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка и начально-краевые задачи для параболических уравнений теплопроводности. Диссертация С.В. Сергеева представляет собой не просто обзор существующих методов, а разработку нового подхода (позволяющего эффективно решать задачи с разными краевыми условиями, которые традиционно являются проблемными для стандартных численных методов) к методу Чебышевской коллокации, а также демонстрацию его применимости к задачам для ОДУ второго порядка и параболических задач теплопроводности.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Работа включает подробное описание математической модели и теоретических обоснований предложенной методики. Чётко выстроены все основные этапы разработки алгоритма, включая описание теоретической основы, построение модификации метода, содержательные тестирующие примеры.

Решения, предложенные автором, основаны на строгих математических выкладках и обоснованы подробными числовыми экспериментами, в том числе сравнением с

другими численными методами, в частности, с методами, использующими конечно-разностные схемы.

Ценность для науки и практики результатов работы

Практическое значение работы состоит в разработке численных алгоритмов, которые могут быть непосредственно использованы для решения задач теплопроводности и других инженерных задач. Метод, предложенный автором, имеет большое значение для инженерных приложений, где важна высокая точность вычислений при ограниченных вычислительных ресурсах.

Кроме того, предложенные алгоритмы могут быть использованы в учебных и научных лабораториях, что также расширяет практическую ценность работы. Программные комплексы, основанные на модификации метода Чебышевской коллокации, могут быть полезны для решения реальных задач теплопроводности и других связанных с ними физических процессов.

Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати

Результаты работы апробированы на заседаниях научного семинара РУДН по математическому моделированию в 2024-2025 гг. и на конференциях в Томске (2023) и Москве (2024-2025), а также отражены в 8 публикациях, включая 5 статей в изданиях Scopus/Web of Science (общий объем 74 стр., автору принадлежит 63 стр.).

Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации

Разделы автореферата строго соотносятся с аналогичными разделами и главами диссертации. Заголовки, нумерация и иерархия разделов в автореферате зеркально повторяют структуру полной работы. Основные научные положения, выносимые на защиту в диссертации, четко сформулированы в автореферате, не изменены по смыслу, подкреплены теми же аргументами и данными, что и в полном тексте.

В автореферате перечислены уникальные результаты, заявленные в диссертации, указаны отличия от предшествующих исследований, обоснована теоретическая и практическая ценность работы в том же объеме, что и в диссертации.

Выводы в автореферате логически вытекают из результатов, представленных в диссертации, практические рекомендации и перспективы разработки темы в автореферате соответствуют заключительным разделам полной работы, нет расхождений между итогами в автореферате и диссертационном тексте.

В автореферате не содержится информации, которая отсутствует в диссертации. Автореферат кратко резюмирует уже изложенные в полной работе материалы. Автореферат не перегружен второстепенными деталями, но при этом передаёт суть исследования.

Автореферат является надёжным и лаконичным изложением диссертационной работы, не умаляющим её научной ценности и не искажающим ключевые выводы.

Замечания по работе

1. При представлении решения в виде разложения в ряд по полиномам Чебышева 1-го рода может возникать так называемый эффект Гиббса, поэтому было бы уместно включить в методику численных экспериментов, подтверждающих отсутствие данного эффекта в конкретных решениях.
2. В диссертации дано несколько расплывчатое объяснение метода определения двух первых спектральных коэффициентов в разложении решения по полиномам Чебышева с использованием граничных условий.
3. В разделе с численными экспериментами стоило предоставить больше данных по времени вычислений и используемым вычислительным ресурсам для различных методов, чтобы оценить их сравнительную эффективность на практике.

Приведённые замечания не снижают научную ценность результатов диссертационной работы и не влияют на её положительную оценку.

Заключение

Диссертационное исследование Сергеева Степана Викторовича является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи, имеющей важное значение для разработки универсального, эффективного численного метода решения обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений и их систем, *допускающего автоматизацию* вычислений. Работа соответствует требо-

ваниям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук согласно пункта 2.2 раздела II Положения о присуждении учёных степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утверждённого Учёным советом РУДН, протокол УС-1, 22.01.2024, а её автор, Сергеев Степан Викторович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент

Цирулев Александр Николаевич, доктор физико-математических наук (05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), доцент, профессор кафедры общей математики и математической физики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Тверской государственный университет».

26.01.2026



Подпись Цирулева Александра Николаевича заверяю
Проректор по научной деятельности



Ю.В. Чемарина

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тверской государственный университет»

Адрес: 170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33

Тел. +7 (4822) 32-15-50, e-mail: rector@tversu.ru

Страница в интернете: <https://tversu.ru>