

"УТВЕРЖДАЮ"

И.о. первого проректора -
проректора по научной работе РУДН
А. С. Борисова

« 14 » _____ 2026 г.
М.П.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» (РУДН) на основании решения, принятого на заседании кафедры Математического моделирования и искусственного интеллекта.

Диссертация Мамонова Антона Алексеевича «Инволютивные алгоритмы вычисления базисов Грёбнера в приложении к исследованию модели Лотки-Вольтерры», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.2.2, «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», выполнена на кафедре Математического моделирования и искусственного интеллекта.

Мамонов Антон Алексеевич, 1999 года рождения, гражданство РФ, в 2021 году окончил магистратуру в Российском университете дружбы народов по направлению 02.04.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», в 2025 году окончил аспирантуру в Российском университете дружбы народов имени Патриса Лумумбы по направлению 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника».

Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана в Российском университете дружбы народов имени Патриса Лумумбы в 2025 году.

С 09.2024 года и по настоящее время соискатель работает ассистентом кафедры Математического моделирования и искусственного интеллекта на факультете физико-математических и естественных наук в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы».

Научный руководитель – Салпагаров Солтан Исмаилович, к. ф.-м. н., доцент кафедры Математического моделирования и искусственного интеллекта, был назначен на заседании Факультета Физико-Математических и Естественных Наук РУДН, 14.04.2026 г., протокол № 0200-УСП-10.

Название темы диссертационного исследования было также утверждено на заседании ученого совета Факультета Физико-Математических и Естественных Наук РУДН, 14.04.2026 г., протокол № 0200-УСП-10.

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

- **Оценка выполненной соискателем работы.**

Диссертационная работа А. А. Мамонова посвящена разработке эффективного численно-символьного метода для исследования нелинейных математических моделей популяционной динамики (в частности, модели Лотки–Вольтерры) на основе инволютивного алгоритма вычисления базиса Грёбнера, а также тестированию метода в виде реализации программного комплекса GInvDist. Инволютивный базис полиномиального идеала – обобщение базиса Грёбнера, основанное на концепции инволютивного деления, почерпнутой из сравнения алгоритма Бухбергера и работ Картана, Томаса, Жане и Рикье по системам уравнений в частных производных.

Концепция инволютивного деления была предложена в работах Жаркова, Гердта и Блинкова; алгоритм реализован Гердтом и Блинковым в системе GInv (ЛИТ ОИЯИ, Дубна) и применён к задачам математической физики. В 2020-х годах Блинков продолжил развитие системы. В рамках настоящего исследования автором разработан пакет GInvDist, опубликованный в репозитории PyPI, что существенно расширило доступность инволютивных алгоритмов для исследователей в области математического моделирования. Полученные результаты демонстрируют более высокую вычислительную эффективность инволютивного алгоритма для ряда задач по сравнению с классическим алгоритмом Бухбергера, а также указывают на перспективность предварительной классификации полиномиальных идеалов по вычислительной сложности.

Диссертационное исследование выполнено в научной школе ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов» «Математическое моделирование и вычислительная физика» (рег. № 0017-06/7, руководитель – проф. Л.А. Севастьянов). Оно опирается на результаты докторской диссертации Ю. А. Блинкова (Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, 2023 г.).

В ходе исследования были решены следующие задачи:

1. Разработан численно-символьный метод решения систем нелинейных уравнений для исследования математических моделей популяционной динамики, основанный на вычислении базиса Грёбнера; выполнено оригинальное исследование нахождения стационарных решений для популяционных моделей, в том числе для шестимерной модели «четыре конкурента – два ареала миграции».

2. Выполнено оригинальное исследование нахождения периодических решений для динамических систем по методу Кагана и по схеме средней точки, реализованное через вычисление базиса Грёбнера системы нелинейных полиномиальных уравнений.

3. Изучено обобщение понятия деления многочленов; дано оригинальное изложение теории инволютивного деления в полиномиальных идеалах на основе понятия линейного деления, доказан ряд теорем о свойствах инволютивного деления.

4. На основе системы GInv самостоятельно разработан пакет GInvDist на языке Python: внесены правки в модули poly, gb, Janet; добавлены автоматизированное тестирование и модуль прогнозирования времени вычислений; пакет опубликован в открытом репозитории PyPI (команда `pip install ginvdist`). (<https://github.com/TheMumblingMammoth/GInvDist>).

5. Выполнено сравнение вычислительной эффективности алгоритма Бухбергера (система Sage) и инволютивного алгоритма (система GInvDist) на наборе из 135 тестовых задач; показан более градиентный характер роста вычислительной сложности инволютивного алгоритма по сравнению с классическим.

- **Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации.**

Автор диссертации, работая в коллективе соавторов, выполнил оригинальное расширение исследования шестимерной модели «четыре конкурента – два ареала миграции», реализовал численно-символьный метод исследования моделей популяционной динамики, доказал ряд теорем о свойствах инволютивного деления, самостоятельно разработал и реализовал систему GInvDist, провёл серию компьютерных экспериментов, разработал метод предсказания времени нахождения базисов Грёбнера.

- **Степень достоверности результатов проведенных исследований.**

Обоснованность результатов диссертации подтверждается тем, что все оригинальные теоремы, используемые в тексте диссертации, и их доказательства были опубликованы в рецензируемых журналах. Везде, где это возможно, проводилось сравнение полученного численного решения с аналитическими решениями, что подтверждает достоверность результатов. Результаты согласуются с данными, полученными другими авторами, и верифицированы путём сравнения с известными решениями модели Лотки–Вольтерры.

- **Новизна результатов проведенных исследований.**

- Предложен оригинальный численно-символьный метод исследования моделей популяционной динамики (стационарных и периодических режимов) путём вычисления базиса Грёбнера; с его использованием получены ранее недоступные результаты для шестимерной модели «четыре конкурента – два ареала миграции»

- Впервые обеспечена воспроизводимость и автоматизированное сравнение алгоритмов: сформирована база из 135 тестовых задач в формате JSON и разработан инструментарий автоматического тестирования версий алгоритмов построения базисов Грёбнера.

- Впервые выполнены обширные сводные вычислительные эксперименты по задаче построения базиса Грёбнера на 135 тестовых задачах; проведён корреляционный анализ зависимости времени вычислений от внешних

характеристик идеалов, предложен метод предсказания вычислительной сложности.

- Дано оригинальное изложение теории инволютивного деления на основе понятия линейного деления; доказан ряд теорем (о редуцируемых суммах, остатках от деления, симметрии относительно перестановок); установлен цепной критерий Гердта–Блинкова.

- **Практическая значимость проведенных исследований.**

Система GInvDist, опубликованная в репозитории RuPI, существенно снизила порог вхождения для использования инволютивных алгоритмов в задачах математического моделирования. Разработанные методы предсказания времени вычислений на основе численных характеристик полиномиальных идеалов могут быть использованы для оптимизации распределения ресурсов в высокопроизводительных вычислительных системах. Результаты диссертации могут быть использованы при создании учебных курсов по темам «Математическое моделирование» и «Компьютерная алгебра».

- **Ценность научных работ соискателя.** В рамках диссертационного исследования Мамонова А.А. показано, что инволютивный метод нахождения базиса Грёбнера демонстрирует большую вычислительную эффективность для ряда задач математического моделирования, в т.ч. для задачи популяционного моделирования. Также показано, что использование предложенного метода исследования популяционных моделей позволяет с большей эффективностью находить стационарные и периодические режимы.

- **Соответствие пунктам паспорта научной специальности**

Диссертация выполнена в соответствии с паспортом специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и включает оригинальные результаты, направленные на развитие математических методов в их приложении к задачам компьютерной алгебры.

В соответствии с п. 2 паспорта специальности выполнены разработка, обоснование и тестирование инволютивного алгоритма вычисления базиса Грёбнера как эффективного вычислительного метода; проведено его сравнение с алгоритмом Бухбергера на 135 тестовых задачах. В соответствии с п. 3 паспорта специальности реализован программный комплекс GInvDist – проблемно-ориентированная система для построения базисов Грёбнера, проведения вычислительного эксперимента и автоматизированного тестирования алгоритмов, опубликованная в открытом репозитории RuPI.

Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем.

Основные результаты диссертации опубликованы в рецензируемых изданиях и представлены на международных конференциях:

- международная конференция по полиномиальной компьютерной алгебре «Polynomial Computer Algebra» (PCA) (Санкт-Петербург, апрель 2024 и октябрь 2025 гг.);
- конференция имени Трифонова «Программирование и вычислительная математика», посвящённая 100-летию со дня рождения Николая Павловича Трифонова;
- международная научная конференция «Алгебра и математическая логика: теория и приложения» (г. Казань, 27 июня – 1 июля 2024 г.);

Основные результаты опубликованы в журналах «Компьютерные инструменты в образовании» и «Записки научных семинаров ПОМИ РАН», а также в трудах международных конференций, индексируемых в Web of Science, Scopus и РИНЦ.

Основные результаты диссертации изложены в 5 работах, в том числе в 2 изданиях, индексируемых в Web of Science (Q1) и Scopus (Q1), в 3 изданиях, входящих в перечень РУДН, а также в двух свидетельствах о государственной регистрации программ для ЭВМ:

- Kashevnik A., Kovalenko S., Mamonov A. et al. Intelligent Human Operator Mental Fatigue Assessment Method Based on Gaze Movement Monitoring. *Sensors*. 2024; 24(21): 6805. DOI – MDPI (Scopus, Web of Science).
- Kovalenko S., Mamonov A., Kuznetsov V. et al. OperatorEYEVF: Operator Dataset for Fatigue Detection Based on Eye Movements, Heart Rate Data, and Video Information. *Sensors*. 2023; 23(13): 6197. – (Scopus, Web of Science).
- Блинков Ю. А., Салпагаров С. И., Мамонов А. А., Акопян И. А. Разработка системы для оценки производительности алгоритмов компьютерной алгебры при нахождении базисов Грёбнера. *Компьютерные инструменты в образовании*. 2024; №2: 39-47.
- Блинков Ю. А., Салпагаров С. И., Мамонов А. А. Записки научных семинаров Санкт-Петербургского отделения математического института им. В.А. Стеклова РАН. 2025; Т.543: 56-67.
- Mamonov A., Application of Grobner bases for finding accurate states of equilibrium of migration and population models. *Mathematical Modelling and Geometry*. 2026. Т. 14, № 1 С. 1-8.
- Свидетельство РФ на программу для ЭВМ № RU2024666378 / 12.07.2024. Егорова Д. В., Мамонов А. А., Салпагаров С. И., Кройтор О. К. Разработка инструмента для моделирования жизни паразитических организмов на основе дискретной модели, учитывающей возможность повторного заражения.
- Свидетельство РФ на программу для ЭВМ № RU2024666934 / 17.07.2024. Мамонов А. А., Блинков Ю.А., Акопян И.А., Салпагаров С.И., Программный комплекс для автоматического тестирования задач вычисления базисов Грёбнера полиномиальных идеалов.

В написанных в соавторстве работах основные результаты, представленные в диссертации, получены Мамоновым А.А. лично.

Текст диссертации был проверен на использование заимствованного материала без ссылки на авторов и источники заимствования. После исключения всех корректных совпадений иных заимствований не обнаружено.

Диссертация «Инволютивные алгоритмы вычисления базисов Грёбнера в приложении к исследованию модели Лотки-Вольтерры» Мамонова Антона Алексеевича рекомендуется к публичной защите на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.2.2, «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Заключение принято на заседании кафедры Математического моделирования и искусственного интеллекта РУДН. Присутствовало на заседании 22 чел.

Результаты голосования: «за» – 22 чел., «против» – 0 чел., «воздержалось» – 0 чел., протокол № 0200-54/02-БУП-13 от 12.05.2026 г.

Председательствующий на заседании:
Заведующий кафедрой математического
моделирования и искусственного интеллекта,
доктор физико-математических наук, доцент


Малых М.Д.

Подпись Малыха М. Д. удостоверяю.

Ученый секретарь Ученого совета
факультета физико-математических
и естественных наук РУДН




И.С. Зарядов

« 12 » Мая 2026 г.